

## **К ВОПРОСУ О СОВЕРШЕНСТВОВАНИИ МЕТОДИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ ИНФОРМАТИКИ В СВЯЗИ С ПЕРЕХОДОМ НА 12-ЛЕТЕЕЕ ОБРАЗОВАНИЕ**

*(г. Алматы, КазНПУ им.Абая)*

Мақалада 12-жылдық білім беруге көшуімен байланысты болашақ информатика мұғалімдерін дайындау әдістемелерін жетілдіру жолдары қарастырылады. Әдістемелік пәндер жүйесі мен «Информатиканы оқыту әдістемесі» курсы 12 жылдық мектеп үшін информатика мұғалімдерін әдістемелік дайындау үлесі қарастырылған.

В статье рассмотрены пути совершенствования методической подготовки будущих учителей информатики, связанные с переходом на 12-летнее образование. Рассмотрена система методических дисциплин и вклад курса «Методика преподавания информатики» в методическую подготовку учителя информатики для 12-летней школы.

The article considers ways to improve the methodical preparation of future teachers of computer science, involving the transfer of a 12-year education. We consider the system of disciplines and methodological contribution of the course "Methods of teaching computer science" in the methodical preparation of computer science teachers for a 12-year-old school.

*Түйін сөздер:* мұғалімдерді әдістемелік дайындау, 12-жылдық білім беру, информатиканы оқыту әдістемесі

*Ключевые слова:* методическая подготовка учителя, 12-летнее образование, методика преподавания информатики

*Keywords:* methodical training of the teacher, the 12-year education, methods of teaching computer science

Современные тенденции развития школьного образования в Республике Казахстан не могут не отразиться на системе подготовки педагогических кадров по информатике. В республике предусмотрены пути обновления подготовки учителей в условиях перехода к 12-летнему образованию: рост социального статуса педагога, ориентация на личность учителя, его развитие и саморазвитие, необходимость взаимосвязи и координации этапов профессионального становления - от допрофессиональной подготовки до повышения квалификации. Также важным процессом изменения школьного образования является вариативность систем и моделей обучения информатике в начальной, средней и профильной школе, вариативность учебных программ и курсов.

Результаты исследований профессиональной деятельности учителей информатики свидетельствуют о недостаточной психолого-педагогической и методической подготовленности многих педагогов к решению встающих перед ними задач, отставание их профессиональной деятельности от новых требований. Это возможно обусловлено тем, что в педагогическом вузе при изучении методических дисциплин, преподаватели не всегда предвидят какие трудности испытывает молодой учитель в условиях инновационных процессов.

Слабыми местами в методической подготовке учителей информатики исследователи называют недостаточный уровень сформированности навыков применения методически осмысленных положений педагогики и психологии в обучении и воспитании учащихся и неготовность к использованию современных педагогических технологий и средств обучения.

Решение возможно лишь при высоком уровне методической подготовки педагога. В связи с этим необходимо рассмотреть пути совершенствования преподавания методических дисциплин в целом и курса методики преподавания информатики в частности.

Анализируя опыт педагогических вузов разных стран по профессиональной подготовке учителей, можно выявить следующие тенденции совершенствования обучения студентов педагогических вузов:

- психолого-педагогическая и социологическая направленность содержания педагогического образования;
- социальная направленность и непрерывность педагогической практики;
- использование практикоориентированных форм обучения: моделирование учебных ситуаций, анализ видеофрагментов уроков, школьные и лабораторные практикумы;
- использование информационно-коммуникационных технологий;
- повышение удельного веса самостоятельной подготовки студента.

В Казахском национальном педагогическом университете имени Абая методическая подготовка будущего учителя информатики обеспечивается системой обязательных и элективных дисциплин, педагогической практикой.

Учебная дисциплина «Методика преподавания информатики» относится к числу обязательных педагогических дисциплин и изучается студентами, уже получившими определенную педагогическую, психологическую, общедидактическую, математическую подготовку, а также подготовку в области информатики, программирования и информационных технологий. Эти знания студентов систематически используются в курсе методики и находят свой выход в практике обучения школьников. Значительное место в методической подготовке отведено и дисциплинам обязательного компонента «Оценка результатов обучения с помощью компьютера», «Мультимедиа технологии в образовании», «Разработка учебных материалов с помощью компьютера», «Компьютерная графика и анимация в образовании». Описанные дисциплины составляют методический блок, основной задачей которого является формирование методических знаний, умений, компетенций.

Стандарт 12-летнего общего среднего образования (проект) [1] предусматривает начало обучения с блет. В связи с этим актуальным становится вопрос о подготовке учителя информатики к работе с младшими школьниками. Следовательно, в ходе изучения методических дисциплин должны быть освещены вопросы организации деятельности детей младшего школьного возраста. В связи с тем, что основным назначением начального образования является раскрытие индивидуальности ребенка и освоение им учебной деятельности. Поэтому главные усилия методической подготовки учителя информатики должны быть направлены на формирование профессиональных умений, способствующих созданию проблемных ситуаций для пробуждения у детей потребности учиться, поиску «нового знания» с использованием диалога, организации самоконтроля и самооценки деятельности младших школьников, рефлексии деятельности [2, 3].

Важно в процессе освоения методических дисциплин формировать у будущих учителей информатики способностей быстро и эффективно адаптироваться к условиям жизни, выполнять педагогическую деятельность в инновационном режиме, позитивно воспринимать себя и окружающих. В связи с этим методические дисциплины ставят целью сформировать такие профессионально-педагогические умения, которые позволят отнести к работе учителя информатики не как к исполнителю чужих учебных и методических проектов, а как к работе исследователя, создателя содержательных и творческих взаимосвязей с учениками, формирующих все многообразие

познавательной деятельности. В связи с этим, задачами методических дисциплин являются: ознакомление студентов с современным состоянием образования в области информатики и возможностями, открывающимися в обучении информатике школьников, при использовании педагогических технологий; ознакомление со спецификой использования в обучении мультимедийных возможностей компьютера, современных образовательных ресурсов, компьютерных средств оценки результатов обучения. Изучение разнообразных педагогических технологий и особенностей их использования в школе может протекать эффективно лишь при активном участии студентов в освоении профессиональных знаний и умений.

Следующий аспект совершенствования методической подготовки учителя информатики связан с все возрастающей ролью информатизации образования. На современном этапе процесс информатизации образования определяется Государственной программой развития РК на 2011-20-е годы и Концепцией системы электронного обучения на 2010-2015 годы, в которых указываются пути внедрения в учебный процесс электронного обучения с целью обеспечения равного доступа всех участников образовательного процесса к лучшим образовательным ресурсам и технологиям. Таким образом, выпускники педагогических специальностей должны быть готовы к использованию информационно-коммуникационных технологий (ИКТ) в будущей профессиональной деятельности. Также необходимым является ознакомление студентов с имеющимися по их профилю качественными педагогическими программными средствами и электронными ресурсами.

Говоря о совершенствовании методической подготовки учителя информатики нельзя не затронуть важность организации педагогической практики. На факультете сложилась система трехуровневой педагогической практики: ознакомительная, педагогическая на третьем курсе и профессиональная практика на выпускном курсе. Практика включает:

- посещение и анализ уроков учителей школы,
- освоение (на практическом уровне) наиболее трудных компонентов урока (создание проблемной ситуации, постановка учебной задачи, формировании самоконтроля, дифференцированный подход к учащимся и др.), проведение и анализ уроков,
- коллективное проектирование урока (системы уроков) с участием преподавателя вуза; проведение и анализ этих уроков; работа по темам дипломного исследования,
- самостоятельное проведение и анализ пробных уроков студентами.

В период педагогических практик студент имеет возможность работать в качестве учителя-предметника, классного руководителя. Именно способность объединить в своей работе все эти аспекты общепрофессиональной педагогической деятельности должны служить важным показателем сформированности основных педагогических и методических умений, являющихся компонентами профессиональной готовности [4, 5].

В учебный план педагогической специальности «Информатика» включены элективные курсы. Обновление элективных курсов связано с актуальными запросами среднего образования. Содержание курсов по выбору носит вариативный характер, поскольку стремительное развитие информационных технологий требует своевременного внедрения в содержание актуальных вопросов, отражающих современное состояние школьной информатики и процесса информатизации образования. Это курсы, обогащающие профессиональную компетентность учителя - «История информатики», «Научные основы школьного курса информатики», «Моделирование в образовании», «Информатизация управления образовательным процессом», «Управление проектами», «Практикум по решению олимпиадных задач»,

изучение которых направлено на выработку профессиональных навыков и приемов работы, умению вести научно-исследовательскую деятельность, информатизацию обучения.

Особое внимание необходимо уделить переосмыслению логики, содержания, структуры современного образования в области информатики с учетом вариативности школьных учебников. Поэтому при освоении методических дисциплин следует рассмотреть важнейшие аспекты проблемы реальной вариативности школьного образования в области информатики и профессиональную ответственность учителя за осуществленный им выбор.

Еще один путь совершенствования методической и в том числе профессиональной подготовки будущих учителей информатики – проектирование, разработка и создание электронных учебников и ресурсов, учебных материалов, учитывающих требования современной школы, содержащих интерактивные задания, задания для самоконтроля, для практического внедрения в учебный процесс школы.

В заключение следует отметить, что современные тенденции развития школьного образования ориентируют учителя на такой процесс обучения, при котором главной задачей становится не изучение основ наук, а общеинтеллектуальное развитие. Значит и методическая подготовка учителя информатики должна быть ориентирована на формирование мобильной, разносторонне развитой личности, способной на постоянное и непрерывное развитие в условиях информатизации общества.

1. Государственный общеобязательный стандарт образования Республики Казахстан. Основные положения. (Проект), Астана 2006г.
2. Абдулкаримова Г.А. Некоторые вопросы организации и методики обучения информатике в 12-летней школе // Материалы Международной научно-практической конференции «Пути реализации основных приоритетов по повышению благосостояния народа Казахстана в свете задач, поставленных Президентом РК Н.А.Назарбаевым в Послании народу, 2008, Алматы, КазНПУ им. Абая, Часть 3, С.36-39.
3. Абдулкаримова Г.А. Содержание пропедевтического курса информатики в условиях перехода на 12-летнее образование // Материалы республиканской научно-практической конференции «Современные подходы к модернизации системы образования», посвященной 70-летию Шаяхметова Ш.Ш. г. Алматы, 2009 г. С.9-15.
4. Абдулкаримова Г.А. Становление профессионализма будущих учителей информатики в ходе педагогической практики // Сборник материалов Республиканской научно-практической конференции «Подготовка будущего педагога в условиях перехода на 12-летнее образование», Алматы, КазНПУ им.Абая, 2012 год. С.52-54.
5. Абдулкаримова Г.А. Педагогическая практика как показатель готовности студентов к профессиональной деятельности // Материалы 1 Международной научно-практической конференции «Фундаментальные науки и образование», Бийск, 29 января 2012 г. С.287-290

## ПРОФЕССИОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ ПОДГОТОВКИ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ КАДРОВ В ОБЛАСТИ ИНФОРМАТИКИ

(г. Алматы, КазНПУ имени Абая)

Информатика саласында педагогикалық кадрларды дайындауды профессиологиялық жетілдіру ғылыми негізделген кәсіби модельдерді дайындауды талап етеді.

Егер осындай модель негізінде дайындық жүргізілсе, онда бұл қазақстандық жоғары оқу орындарының түлектерінің бәсекеге қабілеттілігін арттыруға, олардың жұмысқа орналасуына және бірыңғай еуропалық білім беру кеңістігін құруға ықпал етеді.

Совершенствование профессиональной подготовки педагогических кадров в области информатики требует разработки научно-обоснованной профессиологической модели.

Если осуществлять подготовку на основе такой модели, то это будет способствовать повышению конкурентоспособности выпускников казахстанских вузов, их трудоустраиваемость и как следствие - формированию единого европейского образовательного пространства.

Improving the training of teachers in computer science requires the development of scientific justification professiologial model, which defines a new approach based on the experience of leading foreign universities and the parameters of the Bologna process.

If you prepare on the basis of this model, it will contribute to the competitiveness of Kazakhstan universities graduates, their employability and as a consequence - the formation of a common European educational space.

*Түйін сөздер:* профессиология, Болон үрдісі, білім беру бағдарламасы, информатика бойынша білім бакалавры.

*Ключевые слова:* профессиология, Болонский процесс, образовательная программа, бакалавр образования по информатике.

*Keywords:* professiologiya, the Bologna process, the educational program, the bachelor of education in computer science.

Развитие высшего образования в Республике Казахстан осуществляется в контексте становления общества, основанного на знаниях и обучения, ориентированного на его результат. Высшее педагогическое образование ориентируется в первую очередь на удовлетворение текущих и перспективных потребностей национальной сферы образования.

Быть конкурентоспособным и соответствовать запросам современного работодателя сегодня не так легко. Помимо теоретических знаний и практических навыков у выпускников бакалавриата должна быть хорошая педагогическая практика. Будущий учитель должен уверенно пользоваться компьютером, владеть как минимум одним иностранным языком. Важными, по мнению работодателей, также являются личные качества – адаптивность, мобильность, стрессоустойчивость. Результаты обучения, которые демонстрируют бакалавры образования по информатике, позволяют определить значимость освоенной ими образовательной программы, для ее внешних потребителей – работодателей и студентов.

Поэтому, необходимо выявить новое научное знание о профессиологической модели бакалавра образования по информатике и отразить ее (модель) в образовательной программе их подготовки. При таком подходе образовательный процесс строится как система целенаправленно организованной учебной деятельности, в ходе которой студенты осваивают образовательную программу.

В настоящее время существуют научные исследования и отдельные методические разработки, посвященные проблемам профессиональной подготовки педагогических кадров в области информатики.

Проблема конкурентоспособности является социально-педагогической и междисциплинарной категорией, она активно изучается философами, социологами, экономистами, психологами и педагогами. Исследования ученых свидетельствуют о том, что одним из основных факторов формирования конкурентоспособности будущих учителей информатики является готовность к использованию информационно-коммуникационных технологий. Во всем мире осуществляются крупномасштабные процессы с использованием ИКТ, вносятся большие капиталовложения в их развитие. Поэтому будущая деятельность учителя информатики будет осуществляться в постоянно обновляющихся условиях информатизации образования.

В области психолого-педагогических наук сложились различные подходы к изучению процесса профессиональной подготовки будущего учителя. Одни исследователи рассматривают профессиональное становление с позиции личности педагога, другие - с позиции его деятельности, третьи - с позиции результативности профессиональной подготовки учителя в вузе.

В теоретическом плане основы профессиональной подготовки будущего учителя рассматриваются в работах исследователей Ю.К. Бабанского, В.И. Загвязинского Н.Д. Хмель.

Особую значимость для исследования имеют методологические основы определения содержания профессионального педагогического образования и готовности студентов к профессиональной деятельности, представленные в трудах В.А.Сластенина, К.К.Колина, В.М.Монахова, Г.К.Нургалиевой, и др.

Вопросы формирования содержания подготовки будущего учителя информатики, его готовности к информатизации в профессионально-педагогической деятельности, обновления методологии и методики обучения исследованы в работах А.А.Кузнецова, М.П. Лапчика, В.В.Гриншука.

Пути совершенствования педагогического процесса в вузе, обусловленные новыми функциями учителя в изменяющихся социально-экономических условиях, изучены М.М. Анцибор, В.Я. Ляудис, Н.В. Кузьминой, в своих работах они выявляют и изучают структуру деятельности и личности учителя.

Вопросы профессиональной подготовки специалиста привлекают внимание зарубежных ученых G.Moskowitz, E.W.Stewick, D.Yule.

Как показал анализ исследований по данной проблеме, ученые изучают отдельные стороны профессиональной подготовки и ее частных видов – личностную, предметную, методическую и др.

Совершенствование профессиональной подготовки в вузе является одним из направлений Болонского процесса. Благодаря модульности и кредитной системе оценки результатов обучения существует возможность подготовки специалиста широкого профиля [1].

С помощью модульности студент может индивидуально структурировать обучение в соответствии с интересами и профессиональной ориентацией.

Это позволяет и вузам быстрее реагировать на изменение рынка труда и гибко приводить модули образовательных программ в соответствие с требованиями работодателей [2].

Несмотря на наличие научных публикаций, посвященных проблеме разработки образовательных программ, учитывающей параметры Болонского процесса, отсутствуют работы методологического и обобщающего характера [1,2].

В целях интеграции высшего образования в международное образовательное пространство в РК введена трехуровневая структура высшего профессионального образования, обновляются государственные общеобязательные стандарты образования по направлениям подготовки для бакалавров по специальностям, а также перечни специальностей высшего профессионального образования.

Накоплен опыт аккредитации образовательных программ признанными международными агентствами, активно осуществляются программы академического обмена студентов и преподавателей [3]. Вместе с тем, процесс перехода требует принципиальных изменений в проектировании образовательных программ.

В казахстанских вузах содержание высшего образования рассматривается в контексте международного образовательного пространства, но образовательные программы специальностей бакалавриата недостаточно ориентированы на формирование готовности студента к будущей профессиональной деятельности в новых условиях.

Отсутствуют четкие методические рекомендации по документационному, инфраструктурному, кадровому и информационному обеспечению образовательных программ на национальном и институциональном уровнях [3].

Отсюда возникает проблема научно-методического осмысления процесса профессиональной подготовки с учетом современных педагогических знаний и достижений в области образованной науки и практики.

При профессиологическом принципе построения модели подготовки, подготовленность выпускника выступает, как комплекс умений решать общепрофессиональные задачи. В этот комплекс могут входить многие науки о человеке, обществе, производстве, и образовании: теория систем, философия образования, педагогика, психология, социология, экономика и др.

Диалектическая взаимосвязь между ними проявляется через интеграцию научных знаний и их дифференциацию на конкретные разделы профессиологии: классификации профессий и специальностей, профессиография, профессиональная ориентация, профессиональная подготовка, профессиональный отбор рынком труда, профессиональная адаптация, профессиональная переподготовка и повышение квалификации и т.д. [4].

Базовые дисциплины профессиологии создают основу дидактики профессионального обучения. Их единство, создает возможность взаимосвязи и преемственности в определении сущности феномена профессии, профессионального образования и профессиональной деятельности, а также в разработке концепции профессиональной жизни человека [5, 6, 7].

Как показывает мировой опыт, наиболее целесообразно для решения данной задачи использовать кредитные системы, в частности европейскую систему перевода и накопления кредитов ECTS. Для подготовки качественных конкурентоспособных выпускников образовательная программа должна базироваться на реальных требованиях рынка труда, причем как национального, так и международного.

Профессиологической основой совершенствования подготовки педагогических кадров в области информатики может служить разработанная модель. Модель профессиональной подготовки динамична, многогранна и многоаспектна, она меняется

в соответствии с изменениями, происходящими в обществе и в образовании. Структура профессиональной модели также должна периодически видоизменяться, корректироваться в связи с развитием науки и практики.

1. Хмель Н.Д. Теоретические основы профессиональной подготовки учителя. – Алматы: Гылым, 1998. – 319 с.
2. Маркова А.К. Психология профессионализма. – М., 1996. - 308 с.
3. Байденко В.И. Стандарты в непрерывном образовании: концептуальные, теоретические и методологические проблемы. М.: Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 1999. -296 с.
4. Байденко В. И. Мониторинговое исследование Болонского процесса: некоторые результаты и взгляд в будущее / В. И. Байденко // Высшее образование в России. – 2009. – № 7. – С. 147–155.
5. Омирбаев С.М. О ходе внедрения принципов Болонского процесса в Казахстане. В сб.: Болонский процесс: практика внедрения в вузах Республики Казахстан/ Под ред. Амреевой Т.М.; сост. Паршина Г.Н., Аушева И.У., Каленов Г.К., Шахманова А.Т. – Астана: Редакционно-издательская служба НЦОКО, 2010. – 162 с.
6. Балакирева Э. В. Профессиологические основы развития педагогического образования: методология и концепция: Монография. СПб.: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена, 2005. - 185 с.
7. Коулз М., О.Н. Олейникова, А.А. Муравьева Национальная система квалификаций. Обеспечение спроса и предложения квалификаций на рынке труда. – М.: РИО ТК им. А.Н. Коняева, 2009 – 115 с.

ӘОЖ 53.(07); 53.(075)

**Ж.С. Абубакирова**

## **БОЛАШАҚ МАМАНДАР ДАЯРЛАУДА ҒЫЛЫМИ ТАНЫМ ӘДІСТЕРІН ИГЕРУІНЕ ЫҚПАЛ ЕТЕТІН ОҚУ- ӘРЕКЕТІН ҰЙЫМДАСТЫРУ МӘСЕЛЕЛЕРІ**

*(Алматы қ., Абай атындағы ҚазҰПУ)*

Жұмыста студенттің болашақ мамандығын оңтайландыру, кәсіптік біліктілігін дамыту, құзіретті мамандайынау үшін оқытудың жаңа формалары мен әдіс- тәсілдері қарастырылған. Соның ішінде болашақ физика мамандарын даярлаудың негізгі міндеттері айқындалған. Ғылыми танымды қалыптастыру мақсатында студенттердің тиянақты білімінің нәтижесі олардың белсенді өмірлік ұстанымын, көзқарасы мен нанымын тәрбиелеумен байланыстырып келтірген.

В работе рассмотрены новые формы и методы обучения для оптимизации будущих специальностей студентов, развития профессиональных квалификаций, подготовки компетентных специалистов. В том числе уточнены основные обязанности подготовки будущих физиков. В целях формирования научного познания результат устойчивого знания студентов связано с воспитанием их активных жизненных позиций, взглядов и убеждений.

In this work was considered new forms and methods of teaching in order to optimize future professions of students, development of professional qualifications and preparation of competent professionals. Including specified the basic responsibilities of future physicists. In

order to generate the result of a scientific knowledge of students related with their active attitudes and opinions.

*Түйін сөздер:* таным, әдіс, тәсіл, эксперимент

*Ключевые слова:* познание, метод, способ, эксперимент

*Keywords:* Knowledges, Method, Way, Experiment

Қазақстан Республикасының 2015 жылға дейінгі білім беруді дамыту, тұжырымдамасында білім беру жүйесін әлемде болып жатқан негізі жаңалықтармен ұштастыру мақсатына байланысты, еліміздің педагогикалық қоғамдастығының алдында білім беру саласына сапалық өзгерістер енгізу мәселелері нақты көрсетілді. Соған сәйкес тұжырымдамада білім саясатының өзекті мәселелері ретінде кәсіптік даярлаудың сапасын жақсарту, біліммен қамтамасыз етудің ғылыми-әдістемелік жүйесін дамыту, оқытудың формалары мен әдістерін жетілдіру, білімдегі жаңашылдықты саралау және қазіргі заман техникасы мен технологиясын жоғары деңгейде қолдана білу атап көрсетілді [1].

Сондықтан, жоғары мектеп педагогикасының күрделі де маңызды бір мәселесі - студентті болашақ мамандығына оңтайландыру, оның кәсіптік біліктілігін дамыту, іскер және күзиретті маман дайындау. Мұндай маман дайындау үшін білім беру үдерісін белсендіру, оқытудың жаңа формалары мен әдіс-тәсілдерін жетілдіру қажет. Оқу үдерісін белсенділендіру үшін тиянақты білім берудің жолдарын қарастыру, студенттердің шығармашылық ойлауына, ізденуіне мүмкіндік жасау қажет.

Таным өте күрделі, қайшылыққа толы, ұзаққа созылған процесс болғандықтан, оны іске асыру барысында түрлі әдістер мен тәсілдер қолданылады. Кең мағынада әдіс дегеніміз белгілі бір мәселені шешу үшін таңдап алынған жол, қолданылатын тәсілдердің жиынтығы. Ғылыми таным әдістерін қолданудың басты мақсаты - шынайы, ақиқат білімге қол жеткізу. Ғылыми танымның әдістері өте көп, әрі сан - салалы, себебі танып білудің объектісі болып табылатын материалдық және рухани дүниенің өзі көп салалы. Дегенмен, ғылыми танымның барлық әдістерін шартты түрде үш топқа бөлуге болады:

- жалпылама диалектикалық әдіс; бұл әдіс барлық жақтарын зерттеуге және таным процесінің барлық кезеңдерінде қолданылады;
- жалпы ғылыми әдістер; бұлар ғылымның барлық саласында пайдаланылғанымен, таным процесінің барлық кезеңінде қолданыла бермейді;
- жекеше әдістер; бұл әдістер нақты құбылыстарды бір ғылымның шеңберінде зерттеуге арналып құрылады.

Ғылыми танымның жалпы әдістері мен түрлерін қарастыру үшін танымның эмпириялық және теориялық деңгейлерін ажыратқан дұрыс, себебі әр деңгейдің өзіндік ерекшеліктері мен әдістері бар. Эмпириялық деңгейде таным объектісінің қасиеттері мен қырлары сезімдік қабілет тұрғысынан қабылданады. Теориялық деңгейде таным объектісінің маңызды байланыстары мен заңдылықтары тәжірибе негізінде алынған біліммен қоса абстрактілі ойлау нәтижесінде тұжырымдалады. Ғылыми танымның эмпириялық деңгейінде кең қолданылатын ең қарапайым әдіс – бақылау. Бақылаудың мәні – зерттеу объектісін белгілі бір мерзім аралығында нысаналы ұйымдасқан түрде жүйелі бақылай отырып, ондағы өзгерістерді қадағалау. Келесі әдіс – эксперимент – ғылыми тәжірибе деп аталады. Ғылыми танымның жеңісіне үлкен ізденіс, қажылы еңбек, шыдамдылық, терең білім жеткізеді.

Табиғат пен қоғамның ғылыми бейнелерін оқыту арқылы әлемнің қазіргі заманғы ғылыми танымы қалыптастырылатыны белгілі. Сондықтан ғылыми танымды қалыптастыруға қажетті басты принциптердің, заңдардың және теориялардың мән – мағынасын саралағанда, олардың әлемнің ғылыми бейнесін дамуындағы рөліне сүйену

керек. Осыған орай, әлемнің қазіргі заманғы ғылыми танымының қалыптасуындағы қай кезеңнің, түбірлі өзгерістің физиканың қандай негізгі теориялары мен заңдарына тәуелді екендігі айқындалады.

Физика ғылымының бастауы- заттың атомдық құрылымы жөніндегі ең алғашқы дұрыс болжамдар жасаған ежелгі философтар Демокрит, Эпикурдың есімдерімен байланысты. Олардың, әсіресе Демокриттің дүниеге атомдық көзқарасы келесі жүйелі, терең мазмұнды қағидалардан құрылды:

- барлық нәрселер атомдардан тұрады;
- атомдар сапалық жағынан емес, тек шамасы мен түрі жағынан ерекшеленеді;
- атомдар жоғалып кетпейді және өздігінен пайда болмайды, олар үздіксіз қозғалыста болады;
- табиғаттағы барлық құбылыстар атомдардың қозғалысы мен олардың әр түрлі қосылыстарының нәтижесі;
- материалды емес қандай да бір объектілер болмайды [2].

Болашақ физиктерді даярлаудың негізгі міндеттері айқындалады: білім алушылардың деңгейін саралау, қолданбалы курстарды оқыту, жаңа педагогикалық және ақпараттық технологияларды, оқытудың техникалық құралдарын пайдалану арқылы біліктілігін қалыптастырып, дамыту. Осыған байланысты физиканы оқытуға болашақ мұғалімдерді даярлаудың кәсіптік бағдарланған әдістемелік жүйесінің моделі жасалуы қажет. Әдістемелік үлгі әдебиеттер негізінде физикалық білімнің дамуының заманауи деңгейі, іргелілік, ғылымилық, пәнаралық байланыс, интеграция, оқытудың кәсіптік бағыттылығы сияқты принциптерге негізделіп, білім алушылардың психологиялық және кәсіпке бағыттылаудағы өзіндік ерекшеліктері ескеріліп құрылады. Сондай жағдайда ғана болашақ физиктердің кәсіптік құзырлықтары талапқа сай қалыптасып, еркін дамуына мүмкіндік туады. Соған сәйкес аталмыш принциптер физика мамандығы бойынша бакалавриатта төмендегідей асырылуды қажет етеді:

- іргелілік принципке ғылыми білімнің негізі болатын теориялық құраушыларды бейнелеу арқылы физикалық білімнің белгілі бір жүйесін меңгеруде ойлау-тұжырымдау қабілетін қалыптастыруға мүмкіндік жасау;
- «Физика» оқу пәндерінің мазмұнын бейнелену сәйкестілігін көздеу;
- пәнаралық байланысты сақтау принципі оқыту мазмұны мен әдістеріне ғылымаралық байланыстардың бейнеленуін көздеу;
- кәсіптік бағытталу принципі «Физика» пәнінің мазмұнында білім алушы үшін кәсіптік маңызды материалдардың көрініс табуын көздеу.

Бұл принциптерді магистратурада былайша жүзеге асыруға болады:

- іргелілік принципі ғылыми білімнің негізін құрайтын теориялық құраушылармен қатар олардың практикалық құраушыларын пайдалануды, яғни алынған білімді нақты өмірлік жағдаяттарда моделдеу көздеу;
- ғылымилық принципі интеграцияланған оқу пәндері мазмұнының заманауи ғылымның даму деңгейімен сәйкестілігін табу;
- интеграция принципі белгілі теориялық заңдар мен принциптерді жалпылауды және олардың ішіндегі физика да әмбебап болып табылатындарын бөліп көрсету;
- кәсіптік бағытталу принципі білім алушылардың болашақ кәсіптік іс- әрекеттерінде маңызды болып саналатын біліктерді игеру [3]

Білім алушыларды физика мамандықтарға даярлау барысында физикаға және интеграцияланған оқу пәндеріне оқытудың негізгі технологиясы негізіне бакалавриатта да, магистратура да психологиялық (таным үдерісінің, диссонанс теориясының ерекшеліктері және латералды ойлауды дамыту идеясы), педагогикалық (пәнаралық байланыс пен интеграция) теориялар, сондай-ақ білім алушылардың психологиялық

ерекшеліктері мен олардың ақпараттарды қабылдау және өңдеудегі когнитивті стилдері алынады.

Сондықтан физика мамандықтарына білім алушыларды даярлаудың ғылыми таным әдістеріне бағытталған әдістемелік жүйесі мақсаттық, мазмұндық және үдерістік компоненттерді қамтуы тиіс. Сол себепті бұл моделдің ерекшеліктеріне сабақтардың барлық түрлерінде кәсіптік бағытталған материалдардың пайдаланылуды, инвариантты және вариативті компоненттерді қамтитын сабақтарды ұйымдастырудың бірыңғай сұлбасының болуын, пәндік дайындық саласына енетін оқу материалдарын түсіндіру үшін физика бойынша білімді саналы түрде қолдануға бағытталған арнайы тапсырмалардың ескерілуін, физика пәні бойынша сабаққа дайындалуда білім алушылардың өзіндік іс-әрекетін ұйымдастыру үшін дидактикалық ақпараттық құралдардың пайдаланылуды, жеке әдістемелік принциптердің негізінде түзілген әртүрлі интеграцияланған пәндердің оқытылуын, білім алушылардың кәсіптік бағытталған даярлықтарын күшейту үшін арнайы жасалған тапсырмалардың қамтылуын жатқызуға болады [4].

Белгілі таным үдерісін зерттейтін психолог ғалымдардың еңбектерінде білімді алу және өңдеу үдерісі егжей-тегжейлі қарастырылған. Оларда танымның барынша маңызды кезеңдері білім алушыда бар жаңа білімді ассоциациялау болып саналатындығы көрсетілген. Егер жаңа білімді ассоциациялау тізбегі бұзылса, онда білім алушыда ары қарай танып білу үдерісіне деген мотивация жоғалып кетеді. Осы жұмыстардың нәтижелерін физика мамандықтарына оқыту жағдаяттарының біріне пайдалану оқытудың мотивтендірушілігі мен табыстылығын арттыру үшін білім алушыларда бар білімді пайдалану қажеттілігін көрсетті.

Сонымен ғылыми танымды қалыптастыру ең алдымен студенттердің тиянақты білімін олардың белсенді өмірлік ұстанымы, көзқарасы мен нанымын тәрбиелеумен ұштастыруға байланысты. Нақты оқу материалын іріктеп алу, оның ашылу деңгейін анықтау, оқытудың әдістері мен құралдарын таңдау міндеттерін шешумен тығыз байланысты.

1. Қазақстан Республикасының 2015 жылға дейінгі білім беруді дамыту тұжырымдамасы.
2. Қазақбаева Д.М. Физика курсының мазмұны және оқушылардың дүниетанымын қалыптастыру. Алматы. 2009- 8-9-11б.
3. Шаронова, Н. В. Методика формирования научного мировоззрения учащихся при обучении физике. М.: МП «МАР», 1994.-183 с.
4. Михайлишина, Г.В. Изучение современной физики в педагогическом вузе: содержание, методы и формы обучения. Автореф. канд.пед. наук. -М.: 2002. — 19 с.

*Мақала профессор Қ. Мұқашевтың жетекшілігімен, Абай атындағы ҚазҰПУ- ректоры грантының қолдауымен орындалды.*

## ЖАЛПЫЛАНҒАН КОШИ – РИМАН ЖҮЙЕСІНІҢ ДӘРЕЖЕЛІК ӨСЕТІН ШЕШІМДЕРІ

(Алматы қ.,әл-Фараби атындағы ҚазҰУ, \*- студент)

Бұл жұмыста еселеуіштері бірінші дәрежелі полином болатын жалпыланған Коши-Риман жүйесінің сызықты тәуелсіз дәрежелік өсетін шешімдер кеңістігін зерттеледі. Нақтырақ айтсақ, жалпыланған Коши-Риман жүйесінің еселеуіштері  $A(z) = az, B(z) = bz, (a, b - \text{const})$  болса. Жұмыстың ерекшелігі  $A(z) = az$  еселеуішінің “a” тұрақтысының міндетті түрде комплекс сан болуында. Бұл тұжырым жұмыс барысында дәлелденеді. Жалпы есепті шешу “a” және “b” тұрақтыларының ара қатынысын анықтауға тіреледі.

В этой работе исследуется пространство степенно-растущих линейно-независимых решений обобщенной системы Коши-Римана, когда коэффициенты полиномы первой степени. То есть когда коэффициенты обобщенной системы Коши-Римана равны  $A(z) = az, B(z) = bz, (a, b - \text{const})$ . Особенность работы заключается в том, что постоянная “a” в коэффициенте  $A(z) = az$  обязательно комплексное число. Это утверждение доказывается в работе.

Решение задачи строится определением связи между коэффициентами “a” и “b”.

In this work we study the space of power-growing linearly independent solutions of a generalized Cauchy-Riemann equations, where the coefficients of polynomials of degree. That is, when the coefficients of a generalized Cauchy-Riemann equations are  $A(z) = az, B(z) = bz, (a, b - \text{const})$ . Feature of the work is that the constant “a” in the coefficient  $A(z) = az$  skipped a complex number. This is proved in the work. Solution of the problem definition is based connection between coefficient “a” and “b”.

*Түйін сөздер:* Коши – Риман жүйесі, Лиувилль теоремасы, сызықты тәуелсіз дәрежелік өсетін шешімдер, жалпыланған аналитикалық функция;

*Ключевые слова:* система Коши-Римана, теорема Лиувилля, степенно - растущие линейно-независимые решения, обобщенная аналитическая функция;

*Keywords:* Cauchy–Riemann equations, Lowville’s theorem, exponentially-growing linearly independent solutions, generalized analytic function;

Егер  $A(z), B(z) \in L_{p,2}(R^2)$  болса, онда  $R^2$  жазықтығында,

$$\frac{\partial \omega}{\partial \bar{z}} + A(z)\omega + B(z)\bar{\omega} = 0 \quad (1)$$

теңдеулер жүйесінің регуляр шешімдері үшін  $U_{p,2}(R^2)$  белгілеуін қолданды. Мұнда  $L_{p,2}(R^2)$  арқылы бүкіл  $R^2$  жазықтығында берілген және

$$f(z) \in L_p(|z| \leq 1), |z|^{-2}f\left(\frac{1}{z}\right) \in L_p(|z| \leq 1), p \geq 1,$$

шарттарын қанағаттандыратын  $f(z)$  функциялар жиыны белгіленген [1].

Егер  $\omega(z)$  (1) теңдеудің  $U_{p,2}(E)$ ,  $p > 2$ , класынан жалпыланған шешімі болса, онда оны жалпыланған аналитикалық функция деп атаймыз.

Виноградов В.С.[2]  $A(z), B(z)$  - функцияларын тұрақты деп қарастырып,

$$\frac{\partial \omega}{\partial \bar{z}} + a\omega + b\bar{\omega} = 0$$

теңдеуінің дәрежелік өсетін ,

$$|\omega| \leq C|z|^N \quad (C - \text{const}, N - \text{натурал сан}) \quad (2)$$

шешімдер кеңістігін көрсеткен.

Тоқыбетов Ж.Ә.[3]  $A(z) = a\bar{z}, B(z) = b\bar{z}$  ;  $A(z) = az, B(z) = b\bar{z}$  және  $A(z) = a\bar{z}, B(z) = bz$  ( $a, b - \text{const}$ ) жағдайларында (1) Коши – Риман жүйесінің жалпыланған дәрежелік өсетін шешімдер кеңістігін көрсетті.

Ал бұлжұмыста жалпыланған Коши – Риман жүйесінің еселеуіштері  $A(z) = az, B(z) = bz$ , ( $a, b - \text{const}$ ) болған жағдайында (1)-жүйенің (2) шартын қанағаттандыратын дәрежелік өсетін шешімдер кеңістігін зерттейміз, яғни

$$\frac{\partial \omega}{\partial \bar{z}} + az\omega + bz\bar{\omega} = 0, \quad |\omega| \leq C|z|^N \quad (3)$$

есебінің тәуелсіз шешімдер кеңістігін анықтаймыз.

Есептің шешімін [4]

$$\omega(z) = \phi(z)e^{i\gamma(z)} + \psi(z)e^{i\chi(z)}$$

түрінде іздесек (мұндағы  $\phi(z), \psi(z)$  – аналитикалық, ал  $\gamma(z), \chi(z)$  – нақты мәнді үзіліссіз функциялар), (2) онда негізінде (3) жүйе шешімі

$$\omega(z) = P(z)e^{i\gamma(z)} + Q(z)e^{i\chi(z)} \quad (4)$$

түрінде өрнектеледі, мұндағы  $P(z), Q(z)$  – дәрежесі  $N$  – ге тең  $z$  және  $\bar{z}$  айнымалыларының көпмүшеліктері.

Енді (4) өрнектеуде  $\gamma(z)$  және  $\chi(z)$  функциялары өзара тәуелсіз болса, онда нөлден өзгеше көпмүшеліктер жоқ, өйткені (4) өрнектеуді (3) жүйеге қойсақ

$$(P_{\bar{z}} + (i\gamma_{\bar{z}} + az)P)e^{i\gamma} + bz\bar{P}e^{-i\gamma} + (Q_{\bar{z}} + (i\chi_{\bar{z}} + az)Q)e^{i\chi} + bz\bar{Q}e^{-i\chi} = 0 \quad (5)$$

Теңдігін алып, бұдан  $e^{i\gamma}, e^{i\chi}, e^{-i\gamma}, e^{-i\chi}$  функциялары өзара тәуелсіз

болғандықтан,  $P \equiv 0$  және  $Q \equiv 0$  екені шығады. Нөлден өзгеше көпмүшеліктер  $\gamma(z) = -\chi(z)$  теңдігінің орындалуында ғана бар болуы мүмкін және, сол жағдайда (4)-теңдіктен  $P, Q$ -көпмүшеліктерін анықтау үшін

$$P_{\bar{z}} + (az - i\chi_{\bar{z}})P + bz\bar{Q} = 0, \quad Q_{\bar{z}} + (az + i\chi_{\bar{z}})Q + bz\bar{P} = 0 \quad (6)$$

жүйесін аламыз. Ал  $P, Q$  көпмүшеліктерінің анықтау үшін оларды былай:

$$P = \sum_{n=0}^N P_n, \quad Q = \sum_{n=0}^N Q_n, \quad P_n = \sum_{k=0}^n a_{k,n-k} \bar{z}^k z^{n-k}, \quad Q_n = \sum_{k=0}^n b_{k,n-k} \bar{z}^k z^{n-k} \quad (7)$$

біртектес көпмүшеліктер қосындысы түрінде өрнектейміз. Осындай түрде өрнектелген нөлден өзгеше көпмүшеліктердің бар болуы үшін  $\chi(z)$  функциясының екінші дәрежелі біртектес көпмүшелік болуы қажетті және жеткілікті, яғни

$$\chi(z) = \alpha z^2 + \bar{\alpha} \bar{z}^2 + \beta \bar{z},$$

мұндағы  $\alpha$  – кез келген кешен сан, ал  $\beta$  – кез келген нақты сан. Сонда (6) жүйеде бірдей дәрежелер еселеуіштерін салыстырып

$$(az - 2i\bar{\alpha}z - i\beta z)P_N + bz\bar{Q}_N = 0, \quad (a + 2i\bar{\alpha}z + i\beta z)Q_N + bz\bar{P}_N = 0, \quad (8)_N$$

$$(az - 2i\bar{\alpha}z - i\beta z)P_{N-1} + bz\bar{Q}_{N-1} = 0, \quad Q_{N-1}(a + 2i\bar{\alpha}z + i\beta z) + \bar{P}_{N-1}bz = 0, \quad (8)_{N-1}$$

$$\frac{\partial P_N}{\partial \bar{z}} + (az - 2i\bar{\alpha}z - i\beta z)P_{N-2} + bz\bar{Q}_{N-2} = 0 \quad (8)_{N-2}$$

$$\frac{\partial Q_N}{\partial \bar{z}} + (a + 2i\bar{\alpha}z + i\beta z)Q_{N-2} + bz\bar{P}_{N-2} = 0 \quad (8)_{N-2}$$

-----

$$\frac{\partial P_2}{\partial \bar{z}} + (az - 2i\bar{\alpha}z - i\beta z)P_0 + bz\bar{Q}_0 = 0,$$

$$\frac{\partial Q_2}{\partial \bar{z}} + (a + 2i\bar{\alpha}z + i\beta z)Q_0 + bz\bar{P}_0 = 0, \quad (8)_0$$

$$\frac{\partial P_1}{\partial \bar{z}} = 0, \quad \frac{\partial Q_1}{\partial \bar{z}} = 0, \quad (8)$$

алгебралық теңдеулер жүйесін аламыз.  $(8)_N$ -жүйенің нөлден өзгеше шешімдері бар болуы үшін

$$\begin{vmatrix} az - 2i\bar{a}\bar{z} - i\beta z & bz \\ \bar{b}\bar{z} & \bar{a}\bar{z} - 2iaz - i\beta z \end{vmatrix} = 0$$

теңдігі қажетті және жеткілікті. Ал бұл анықтауыш тек

$$a - \bar{a} = 0, a^2 - b^2 - 4|\alpha|^2 - \beta^2 = 0, \alpha(ia - \beta) = 0, a - i\beta = 0$$

болғанда ғана нөлге айналады. Бұдан  $\alpha = 0$ , ал  $a$  – таза жорамал сан екенін табамыз. Сонымен  $a$ -таза жорамал,  $b$ -нақты (нақты етуге болады [4]) деп ұйғарамыз және шешімді келесі түрде іздейміз:

$$\omega = Pe^{iaz\bar{z}} + Qe^{-iaz\bar{z}} \quad (9)$$

Сонда (6)-тетендеу

$$(P_{\bar{z}} + (-\alpha z + az)P)e^{iaz\bar{z}} + bz\bar{P}e^{-iaz\bar{z}} + (Q_{\bar{z}} + (\alpha z + az)Q)e^{-iaz\bar{z}} + z\bar{Q}e^{iaz\bar{z}} = 0 \quad (10)$$

түріне көшеді. Ал  $P_N, Q_N$  көпмүшеліктері нөлден өзгеше болуы үшін

$$\begin{vmatrix} -\alpha z + a\bar{z} & bz \\ b\bar{z} & \alpha\bar{z} + \bar{a}z \end{vmatrix} = 0$$

қажетті және жеткілікті шартын аламыз, бұдан

$$\alpha = \frac{1}{2}\sqrt{|a^2| - b^2} \quad (11)$$

яғни шешім

$$\omega = Pe^{\frac{i}{2}\sqrt{|a^2| - b^2}z\bar{z}} + Qe^{-\frac{i}{2}\sqrt{|a^2| - b^2}z\bar{z}} \quad (12)$$

түрінде ізделінеді.

Ең алдымен  $|a| = |b|$  жағдайын қарастрамыз.

$$\frac{\partial \omega}{\partial \bar{z}} + az\omega + bz\bar{\omega} = 0, \quad (13)$$

$$|\omega| \leq K|z|^N \quad (14)$$

Шартын қанағаттандыратын шешімдерін табу есебіне келеміз, әрі, жалпылығын шектемей  $|a| = |b| = 1$  деп алуымызға болады. Шынында да  $z_1 = pz$  түрлендіруі (13) есепті мына түрге әкеледі:

$$\frac{\partial \omega}{\partial \bar{z}} + z\omega + z\bar{\omega} = 0, |\omega| \leq C|z|^N \quad (15)$$

Бұл жағдайда есептің шешуі  $z, \bar{z}$ -дан тәуелді  $N$  дәрежелі қатысты көпмүшелік. Бұл көпмүшелікті табу үшін оны біртекті қосынды ретінде алайық:

$$\omega = \sum_{n=0}^N P_n, P_n = \sum_{k=0}^n c_{k,n-k} \bar{z}^k z^{n-k} \quad (16)$$

(16) –ді (15) –ге қойып,  $P_n$ -ді анықтау үшін

$$\begin{aligned} zP_N + z\bar{P}_N &= 0 \\ zP_{N-1} + z\bar{P}_{N-1} &= 0 \\ zP_n + z\bar{P}_n &= -\frac{\partial P_{n+2}}{\partial \bar{z}}, n \neq N-1, N, \end{aligned} \quad (17)$$

теңдеулер жүйесін аламыз. Бұл жүйенің шешімі бар болу үшін қажетті және жеткілікті шарт

$$\operatorname{Im} \frac{1}{z} \frac{\partial P_n}{\partial \bar{z}} = 0, n = 1, 2, \dots, N-2 \quad (18)$$

Бұл теңдеулердің жалпы шешімі  $N$  дәрежелі көпмүшеліктер класында

$$P_N = \sum_{k=0}^N \rho_N^k z^{N-k} \bar{z}^k, \quad \rho_N^k = \text{const}, \quad (19)$$

(18)-теңдікті (19)-теңдік арқылы өрнектеп жазып, бірдей дәрежелерін салыстырсақ,

$$\operatorname{Im} \frac{1}{z} \frac{\partial P_n}{\partial \bar{z}} = \sum_{k=0}^n \rho_N^k z^{n-k+1} \bar{z}^k - \sum_{k=0}^n \bar{\rho}_N^k z^{k+1} \bar{z}^{n-k} = 0,$$

бірдей дәрежелерін салыстырсақ,

$$k\rho_N^k - (n-k)\bar{\rho}_N^{n-k} = 0. \quad (20)$$

(17)- жүйенің 3-теңдеуіне (19)- теңдікті қойсақ,

$$\sum_{k=0}^n \rho_N^k z^{n-k+1} \bar{z}^k + \sum_{k=0}^n \overline{\rho_N^k} z^{k+1} \bar{z}^{n-k} = \sum_{k=0}^{n+2} k \rho_N^k z^{n+2-k} \bar{z}^{k-1}$$

бірдей дәрежелерін салыстырсақ,

$$\rho_N^k + \overline{\rho_N^{n-k}} = k \rho_N^{k+1}. \quad (21)$$

(20),(21)-теңдіктерден

$$n \overline{\rho_N^{n-k}} = k^2 \rho_N^{k+1}, \quad (22)$$

екенін көреміз, яғни,  $\left[\frac{N}{2}\right]$  түрлі сызықты тәуелсіз шешім бар.

Шешімде  $\alpha = \frac{1}{2}\sqrt{|a^2| - b^2}$  және  $\alpha \in \mathbb{R}$ , бұдан  $\alpha$  - нақты сан болуы үшін тек

$|a| > |b|$  болуы керек. Демек,  $|a| < |b|$  болса, онда есептің тек нөлдік шешімі ғана бар.

Енді (12)-шешімді (13)- теңдікке қойып  $e^{\frac{i}{2}\sqrt{|a^2|-b^2}z\bar{z}}, e^{-\frac{i}{2}\sqrt{|a^2|-b^2}z\bar{z}}$  сызықты тәуелсіздігінен P,Q көпмүшеліктерін анықталу үшін  $\mu = a - i\sqrt{|a^2| - b^2}$ ,

$v = a + i\sqrt{|a^2| - b^2}$  белгілеулерін енгізіп,

$$\frac{\partial P}{\partial \bar{z}} + \mu z P + b z \bar{Q} = 0,$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \bar{z}} + v z P + b z \bar{P} = 0$$

жүйенің бірдей дәрежелерінң еселеуіштерін салыстырсақ,

$$\mu z P_N + b z \bar{Q}_N = 0, v z Q_N + b z \bar{P}_N = 0, \quad (23)$$

$$\mu z P_{N-1} + b z \bar{Q}_{N-1} = 0, v z Q_{N-1} + b z \bar{P}_{N-1} = 0, \quad (24)$$

$$\frac{\partial P_n}{\partial \bar{z}} + \mu z P_{n-2} + b z \bar{Q}_{n-2} = 0, \quad (25)$$

$$\frac{\partial Q_n}{\partial \bar{z}} + v z Q_{n-2} + b z \bar{P}_{n-2} = 0, n = 2, 3, \dots, N, \quad (26)$$

жүйелеріне келеміз. (26) - (29)- теңдіктерінен  $n=N$ :

$$P_N = -\frac{b}{\mu} \bar{Q}_N, \quad (27)$$

$$\frac{\partial P_n}{\partial \bar{z}} + \mu z P_{N-2} + b z \bar{Q}_{N-2} = 0, \frac{\partial Q_N}{\partial \bar{z}} + v z Q_{N-2} + b z \bar{P}_{N-2} = 0 \quad (28)$$

(31)-жүйенің екінші теңдігін  $\mu$  -ға көбейтіп, сосын Түйіндес теңдеуге ауысып, әрі екі жағында  $b$ - ге қысқартып,

$$\frac{\mu}{b} \frac{\partial \bar{Q}_N}{\partial \bar{z}} = b z \bar{Q}_{N-2} + \mu z P_{N-2}$$

теңдеуін аламыз. Сонымен бірге (26) теңдеудің негізінде

$$-\frac{\partial P_N}{\partial \bar{z}} = \frac{\mu}{b} \frac{\partial \bar{Q}_N}{\partial \bar{z}}, \quad (29)$$

$b \neq 0$  болғанда (26)-жүйенің екінші теңдеуінің салдарынан, ал (28) -дың шешілуінің қажетті және жеткілікті шартының орындалуынан

$$\frac{\partial P_n}{\partial \bar{z}} + \frac{\mu}{b} \frac{\partial \bar{Q}_n}{\partial \bar{z}} = 0, n = 1, 2, \dots, N. \quad (30)$$

(30) – теңдікті  $z$  бойынша дифференциалдап,

$$\mu \frac{\partial P_N}{\partial \bar{z}} + b \frac{\partial \bar{Q}_N}{\partial \bar{z}} = 0,$$

(29)- теңдіктің негізінде  $P_N$ - ді анықтау үшін реті бірге тең дербес туындыдан тұратын дифференциалдық теңдеу

$$v z \frac{\partial P_N}{\partial z} - \mu \bar{z} \frac{\partial P_N}{\partial \bar{z}} = \mu P_N \quad (31)$$

Оның бірінші интегралы

$$z^v \bar{z}^{v\mu} = c_1, P_N \bar{z} = c_2,$$

сонда

$$P_N z = f(z^v, \bar{z}^\mu),$$

$P_N(z)$  – дәрежесі  $N$  – ге тең көпмүшелік болуы керек, онда біздің жағдайымызда

$$P_N = \rho_N z^{\frac{v(N+1)}{v+\mu}-1} \bar{z}^{\frac{v(N+1)}{v+\mu}+1}, \quad \rho_N - \text{const},$$

немесе

$$P_N = \rho_N z^{\frac{a+i\sqrt{|a^2|-b^2}}{2a}(N+1)-1} \bar{z}^{\frac{a-i\sqrt{|a^2|-b^2}}{2a}(N+1)+1}, \quad (32)$$

ал бұл  $N$  - ші дәрежелі көпмүшелік емес, көпмүшелік болады тек  $b = 0$  болғанда ғана. Ал  $b = 0$  болса алғашқы теңдеу

$$\frac{\partial \omega}{\partial \bar{z}} + az\omega = 0$$

түріне келеді. Ал бұның шешімі

$$W = P_N(z) e^{-az\bar{z}}$$

$e^{-az\bar{z}}$  (а-таза жорамал сан) - периоды  $2\pi i$ -ға тең функция,  $P_N(z)$  - дәрежесі  $N$  – ге тең көпмүшелік болғандықтан  $2N+2$  тәуелсіз шешімі бар.

**Теорема.** Егер  $|a| = |b|$  болса (3) есебінің  $\left[\frac{N}{2}\right]$  тәуелсіз шешімі бар, егер  $|a| < |b|$  болса (3) есебінің тек нөлдік шешімі ғана бар, егер  $|a| > |b|$ ,  $b \neq 0$  болса (3) есебінің тек нөлдік шешімі ғана бар, ал егер  $|a| > |b|$ ,  $b = 0$  болса (3) есебінің  $2N+2$  шешімі ғана бар.

1. Векуа И.Н. Обобщенные аналитические функции. М.: Наука, 1959.
2. Виноградов В.С. О теореме Лиувилля для уравнения обобщенных аналитических функций. ДАН СССР, 1968.
3. Токибетов Ж.А. О теореме Лиувилля для обобщенной системы Коши-Римана, Вестник Казну им. аль-Фараби, сер. матем., мех., инф., 1 (44), 2005.
4. Токибетов Ж.А. Об одном представлении решения обобщенной системы Коши-Римана, Тезисы 10-й Межвузовской конференции по математике, Алматы, 2004.

УДК 517.956.4

Н. Аканбай, А.Б. Ахмедов, С.К. Тапеева

## ОБ ОСРЕДНЕНИИ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ СО СЛУЧАЙНЫМИ ДЕЛЬТА-КОРРЕЛИРОВАННЫМИ ПО ВРЕМЕНИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ И ПРАВОЙ ЧАСТЬЮ

(г. Алматы, КазНУ имени аль-Фараби, г. Чимкент, ЮКГУ имени М.Ауэзова)

Жұмыста жылу өткізгіштік теңдеуі үшін Коши есебі теңдеудің коэффициенттері және оң жағы кездейсоқ болатын және олар, оның ішінде өзара, уақыт бойынша дельта-корреляцияланған деп ұйғарыла отырып қарастырылған. Қарастырылған есептің ортандырылған шешімі үшін теңдеу алынған және бұл ортандырылған теңдеудің коэффициенттері үшін алғашқы есептің коэффициенттері терминінде айқын формулалар көрсетілген. Бастапқы теңдеудің коэффициенттеріне кеңістіктік координата бойынша қосымша шарттар қойылған жағдайларда ортандырылған теңдеуді ықшамдау сұрақтары талқыланды.

В работе рассмотрена задача Коши для уравнения теплопроводности со случайными коэффициентами и правой частью в предположении, что они имеют, в том числе и взаимные, дельта-коррелированные по времени корреляции. Получено уравнение для осредненного решения рассматриваемой задачи и указаны явные формулы для коэффициентов осредненного уравнения в терминах коэффициентов первоначальной

задачи. Обсуждены вопросы упрощения осредненного уравнения при дополнительных условиях на коэффициенты исходного уравнения по пространственной координате.

In this paper we consider the Cauchy problem for the heat equation with random coefficients and the right-hand side under the assumption that they have, including reciprocal, delta-correlated in time correlation. An equation for the averaged solution to the problem has been obtained, and explicit formulas for the coefficients of the averaged equation in terms of the coefficients of the original problem have been shown. The questions of simplification of the averaged equation with additional conditions to the coefficients of the original equation along the space coordinate.

*Түйін сөздер:* Кездейсоқ коэффициент, жылу өткізгіштік тендеуі, инфинитезимальдык оператор, винерлік процесс, стохастикалық дифференциалдық тендеу, орталандырылған шешім, математика-лық күтім

*Ключевые слова:* Случайный процесс, уравнение теплопроводности, инфинитезимальный оператор, винеровский процесс, стохастическое дифференциальное уравнение, осредненное уравнение, математическое ожидание

*Keywords:* Random process, the thermal conductivity equation, the infinitesimal operator, Wiener process, stochastic differential equation, the averaged equation, the expectation

Рассмотрим задачу Коши для уравнения теплопроводности со случайными коэффициентами и правой частью

$$\frac{\partial U(t, x)}{\partial t} = \frac{1}{2} a^2 \frac{\partial^2 U(t, x)}{\partial x^2} + b(t, x) \frac{\partial U(t, x)}{\partial x} + g(t, x), \quad U(0, x) = \varphi(x), \quad (1)$$

где  $t \geq 0$ ,  $x \in R$ ,  $a$  – строго положительная ( $a > 0$ ) постоянная,  $b(t, x)$ ,  $g(t, x)$  и начальная функция  $\varphi(x)$  – определенные на одном и том же вероятностном пространстве  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  случайные функции, причем будем считать, что реализации этих функции являются непрерывными, ограниченными и достаточно гладкими функциями.

Для получения уравнения для осредненного решения  $\bar{U}(t, x) = \langle U(t, x) \rangle$  (здесь и далее угловые скобки  $\langle \dots \rangle$  означают взятие математического ожидания по вероятностной мере  $P$ ) сначала докажем некоторые вспомогательные утверждения.

**Утверждение 1.** Стоящий в правой части (1) уравнения оператор

$$A_x = \frac{1}{2} a^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + b(t, x) \frac{\partial}{\partial x} \quad (2)$$

является инфинитезимальным оператором марковского процесса  $\xi_{t,x}(s)$ ,  $0 \leq s \leq t$ , определяемого как решение стохастического (по винеровскому процессу  $W(s) = W(s, \omega)$ ,  $\omega \in \Omega$ , ) дифференциального уравнения

$$d\xi_{t,x}(s) = a dW(s) + b(t-s, \xi_{t,x}(s)) ds, \quad \xi_{t,x}(0) = x \quad (0 \leq s \leq t) \quad (3)$$

*Доказательство.* Прежде всего отметим, что существование, единственность (почти-наверное) и марковость решения уравнения (2) вытекают из сделанных выше предположении относительно коэффициентов уравнения (1) (см. [1], [2]).

Чтобы доказать утверждение нам нужно установить (см. [1]), что для любой дважды непрерывно дифференцируемой функции  $f(x)$

$$A_x f(x) = \lim_{\Delta t \downarrow 0} \frac{M_x f(\xi_{t,x}(\Delta t)) - f(x)}{\Delta t}. \quad (4)$$

Здесь (и всюду в дальнейшем) знак  $M_x$  означает взятие условного математического ожидания (по вероятностной мере  $P$ ) по всем, выходящим в начальный момент из точки  $x$  ( $\xi_{t,x}(0) = x$ ), траекториям процесса  $\xi_{t,x}(s)$ . С учетом ограниченности

функции  $b(t, x)$  и ее производных по  $x$  и свойств винеровского процесса  $\langle W(s) \rangle = 0$ ,  $W(s) \sim \sqrt{s}$  ( $s \rightarrow 0$ ),  $\langle W^2(s) \rangle = s$ , из (2) получим

$$\xi_{t,x}(\Delta t) - x = aW(\Delta t) + \int_0^{\Delta t} b(t-s, x)ds + o(\Delta t), \quad (\xi_{t,x}(\Delta t) - x)^2 = a^2 W^2(\Delta t) + o(\Delta t). \quad (5)$$

Следовательно

$$\begin{aligned} M_x f(\xi_{t,x}(\Delta t)) &= f(x) + f'(x)M_x f(\xi_{t,x}(\Delta t) - x) + \frac{1}{2} f''(x)M_x f(\xi_{t,x}(\Delta t) - x)^2 + o(\Delta t) = \\ &= f(x) + f'(x) \cdot \int_0^{\Delta t} b(t-s, x)ds + \frac{1}{2} a^2 f''(x) \cdot \Delta t + o(\Delta t) \end{aligned}$$

Подставляя полученное соотношение в числитель правой части (4) и переходя к пределу при  $\Delta t \rightarrow 0$ , убедимся в справедливости (4).

Разбиваем теперь задачу (1) на две задачи:  $U(t, x) = U_1(t, x) + U_2(t, x)$ , где

$$\frac{\partial U_1(t, x)}{\partial t} = A_x U_1(t, x), \quad U_1(0, x) = \varphi(x) \quad (1')$$

$$\frac{\partial U_2(t, x)}{\partial t} = A_x U_2(t, x) + g(t, x), \quad U_2(0, x) = 0. \quad (1'')$$

Единственное (ограниченное) решение уравнения (1') можно найти как математическое ожидание  $M_x \varphi(\xi_{t,x}(t))$  ([1], гл. 10), т.е.  $U_1(t, x) = M_x \varphi(\xi_{t,x}(t))$ . Заметим также, что в [1] аналогичное представление для  $U_2(t, x)$  получено в случае, когда стоящий в правой части (1'') функция  $g(t, x)$  является функцией только от пространственной координаты  $x$ :  $g(t, x) = \tilde{g}(x)$ . Приведем и докажем обобщение этого результата для уравнения (1'').

**Утверждение 2.** Единственное (растущее не быстрее чем линейная функция от  $t$ ) решение задачи (1'') можно определить формулой

$$U_2(t, x) = M_x \int_0^t g(t-s, \xi_{t,x}(s))ds. \quad (6)$$

*Доказательство.* Введем сигма-алгебру  $F_{[0, \Delta t]} = \sigma\{\xi_{t+\Delta t, x}(s) : 0 \leq s \leq \Delta t\}$ -наименьшую сигма-алгебру, содержащую все события вида  $\{\xi_{t+\Delta t, x}(s) \in B, 0 \leq s \leq \Delta t, B \in \beta(R)\}$ , где  $\beta(R)$  сигма-алгебра борелевских множеств на  $R$ . Тогда исходя из (6) и пользуясь свойствами условного математического ожидания (см. [1]) можем писать:

$$\begin{aligned} U_2(t + \Delta t, x) &= M_x \int_0^{t+\Delta t} g(t + \Delta t - s, \xi_{t+\Delta t, x}(s))ds = M_x M_x \left[ \int_0^{\Delta t} g(t + \Delta t - s, \xi_{t+\Delta t, x}(s))ds + \right. \\ &+ \left. \int_{\Delta t}^{t+\Delta t} g(t + \Delta t - s, \xi_{t+\Delta t, x}(s))ds / F_{[0, \Delta t]} \right] = M_x \int_0^{\Delta t} g(t + \Delta t - s, \xi_{t+\Delta t, x}(s))ds + M_x U_2(t, \xi_{t,x}(\Delta t)), \end{aligned}$$

потому что интеграл  $\int_0^{\Delta t} g(t + \Delta t - s, \xi_{t+\Delta t, x}(s)) ds$  зависит от значений  $\xi_{t+\Delta t, x}(s)$  от  $s = 0$  до  $s = \Delta t$ , т.е. измерим относительно  $F_{[0, \Delta t]}$ ; второе является следствием (5) и соотношении  $\xi_{t, x}(\Delta t + s)|_{s=0} = \xi_{t, x}(\Delta t)$ .

$$U_2(t, \xi_{t+\Delta t, x}(\Delta t)) = M_x \left( \int_0^t g(t - s, \xi_{t+\Delta t, x}(\Delta t + s)) ds / F_{[0, \Delta t]} \right).$$

Следовательно

$$\frac{U_2(t + \Delta t, x) - U_2(t, x)}{\Delta t} = \frac{M_x U_2(t, \xi_{t+\Delta t, x}(\Delta t)) - U_2(t, x)}{\Delta t} + M_x \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} g(t + \Delta t - s, \xi_{t+\Delta t, x}(s)) ds.$$

Переходя в последнем соотношении к пределу при  $\Delta t \rightarrow 0$  (но так, чтобы устремился к нулю аргумент  $\xi_{t+\Delta t, x}(\Delta t)$ ) и вспомнив определение инфинитезимального оператора  $A_x$  (см. соотношение (4)), получим уравнение (1").

Уравнение для  $\bar{U}(t, x) = \langle U(t, x) \rangle$  будем выводить в предположении, что случайная функция  $b(t, x)$  дополнительно к вышесказанным удовлетворяет, в том числе взаимно с  $g(t, x)$ , условию дельта-коррелированности по времени (подробности см. в [3]), т.е. будем считать, что

$$\langle b(t_1, x) b(t_2, y) \rangle = \delta(t_1 - t_2) B_{bb}(x, y), \quad \langle g(t_1, x) b(t_2, y) \rangle = \delta(t_1 - t_2) B_{gb}(x, y),$$

где  $\delta(t)$  – дельта-функция Дирака. Запишем  $U(t, x)$  в момент времени  $t + \Delta t$ . Тогда выражая  $U_2(t + \Delta t, x)$  через условное математическое ожидание, имеем

$$U(t + \Delta t, x) = U_1(t + \Delta t, x) + U_2(t + \Delta t, x) = M_x U_1(t, \xi_{t+\Delta t, x}(\Delta t)) + M_x U_2(t, \xi_{t+\Delta t, x}(\Delta t)) + \\ + M_x \int_0^{\Delta t} g(t + \Delta t - s, \xi_{t+\Delta t, x}(s)) ds,$$

$$\bar{U}(t + \Delta t, x) = \langle U(t + \Delta t, x) \rangle = \langle M_x U(t, \xi_{t+\Delta t}(\Delta t)) \rangle + \left\langle M_x \int_0^{\Delta t} g(t + \Delta t - s, \xi_{t+\Delta t, x}(s)) ds \right\rangle \quad (7)$$

Для нахождения  $\bar{U}(t + \Delta t, x)$  разложим стоящие в правой части (7) функции  $U(\cdot, \cdot)$  и  $g(\cdot, \cdot)$  по пространственной координате в окрестности точки  $x$  с точностью до членов порядка  $\Delta t$ . Заметим только, что при этом нужно будет учитывать последующее двукратное осреднение по  $M_x$  и  $\langle \dots \rangle$ .

Итак, имеем

$$\langle M_x U(t, \xi_{t+\Delta t, x}(\Delta t)) \rangle = \bar{U}(t, x) + \left\langle \frac{\partial U(t, x)}{\partial x} M_x (\xi_{t+\Delta t, x}(\Delta t) - x) \right\rangle + \\ + \frac{1}{2} \left\langle \frac{\partial^2 U(t, x)}{\partial x^2} M_x (\xi_{t+\Delta t, x}(\Delta t) - x)^2 \right\rangle + o(\Delta t).$$

Осреднение  $\langle \dots \rangle$  в правой части последнего соотношения будем проводить в два этапа – сначала в интервале времени от 0 до  $t$  (при этом осредняются только члены с  $U(t, x)$ ), после в интервале времени от  $t$  до  $t + \Delta t$  (при этом осредняются только члены с  $\xi_{t+\Delta t, x}(\Delta t)$ , которые зависят от значений  $\xi_{t+\Delta t, x}(s)$  с  $\Delta t \leq s \leq t + \Delta t$ ). Таким образом

$$\begin{aligned} \langle M_x U(t, \xi_{t+\Delta t, x}(\Delta t)) \rangle &= \bar{U}(t, x) + \frac{\partial \bar{U}(t, x)}{\partial x} \langle M_x (\xi_{t+\Delta t, x}(\Delta t) - x) \rangle + \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \bar{U}(t, x)}{\partial x^2} \langle M_x (\xi_{t+\Delta t, x}(\Delta t) - x)^2 \rangle + o(\Delta t). \end{aligned} \quad (8)$$

Далее, с учетом  $\langle W(\Delta t) \rangle = M_x W(\Delta t) = 0$ ,  $\langle W^2(\Delta t) \rangle = M_x W^2(\Delta t) = \Delta t$  и независимости  $W(s)$  от  $b(s, x)$  (и  $g(s, x)$ , который будет использоваться ниже) получим:

$$\begin{aligned} \langle M_x (\xi_{t+\Delta t, x}(\Delta t) - x) \rangle &= \int_0^{\Delta t} \langle b(t + \Delta t - s, x) \rangle ds + \int_0^{\Delta t} \int_0^s \left\langle \frac{\partial b(t + \Delta t - s, x)}{\partial x} b(t + \Delta t - s_1, x) \right\rangle ds_1 ds + o(\Delta t) \\ , \langle M_x (\xi_{t+\Delta t, x}(\Delta t) - x)^2 \rangle &= a^2 \Delta t + \int_0^{\Delta t} \int_0^{\Delta t} \langle b(t + \Delta t - s, x) \cdot b(t + \Delta t - s_1, x) \rangle ds_1 ds + o(\Delta t). \end{aligned}$$

Учитывая условия (6) можем писать:

$$\begin{aligned} \langle M_x (\xi_{t+\Delta t, x}(\Delta t) - x)^2 \rangle &= (a^2 + B_{bb}(x, x)) \Delta t + o(\Delta t), \\ \langle M_x (\xi_{t+\Delta t, x}(\Delta t) - x) \rangle &= \left( \bar{b}(t, x) + \frac{\partial B_{bb}(x, y)}{\partial x} \Big|_{y=x} \right) \Delta t + o(\Delta t). \end{aligned} \quad (9)$$

Аналогично можно установить, что

$$\left\langle M_x \int_0^{\Delta t} g(t + \Delta t - s, \xi_{t+\Delta t, x}(s)) ds \right\rangle = \left( \bar{g}(t, x) + \frac{\partial B_{gb}(x, y)}{\partial x} \Big|_{y=x} \right) \Delta t + o(\Delta t). \quad (9')$$

Поставляя теперь найденные выражения (9) в (8), потом (8) и (9') в (7), после переноса  $\bar{U}(t, x)$  в левую часть и поделив обе части полученного выражения на  $\Delta t$ , переходя к пределу при  $\Delta t \rightarrow 0$ , получим справедливость следующей теоремы.

**Теорема.** Пусть в уравнении (1) реализации случайных полей  $b(t, x)$ ,  $g(t, x)$ ,  $\varphi(x)$  непрерывные ограниченные и достаточно гладкие функции. Тогда, в случае дельта - коррелированности  $b(t, x)$  и взаимной дельта-коррелированности  $g(t, x)$  и  $b(t, x)$  по времени, уравнение теплопроводности (1) допускает осреднение, причем осредненное решение уравнения (1) является решением задачи Коши

$$\frac{\partial \bar{U}(t, x)}{\partial x} = \frac{1}{2} (a^2 + B_{bb}(x, x)) \frac{\partial^2 \bar{U}(t, x)}{\partial x^2} + \left( \bar{b}(t, x) + B_{bb}^{(0,1)}(x, y) \right) \frac{\partial \bar{U}(t, x)}{\partial x} + \bar{g}(t, x) + B_{gb}^{(0,1)}(x, y), \quad (10)$$

В (10) коэффициенты  $B_{bb}(x, y)$ ,  $B_{gb}(x, y)$  определены соотношениями (6), а  $B_{bb}^{(0,1)}(x, x)$ ,  $B_{gb}^{(0,1)}(x, x)$  определены соотношениями

$$B_{bb}^{(0,1)}(x, x) = \frac{\partial B_{bb}(x, y)}{\partial x} \Big|_{y=x}, \quad B_{gb}^{(0,1)}(x, x) = \frac{\partial B_{gb}(x, y)}{\partial x} \Big|_{y=x} \quad (11)$$

В некоторых частных случаях уравнение (10) может быть сильно упрощено. Например, в случае однородного (стационарного) по пространственной координате (см. [4])  $b(t, x)$  и  $g(t, x)$ :  $\bar{b}(t, x) = \bar{b}(t)$ ,  $\bar{g}(t, x) = \bar{g}(t)$ ,  $B_{bb}(x, y) = B_{bb}(x - y)$ , т.е.  $B_{bb}(x, x) = B_{bb}(0)$ ,  $B_{gb}(x, x) = B_{gb}(0)$  - постоянные.

1. А.Д.Вентцель. Курс теории случайных процессов – М.:Наука, 1975-320с.
2. И.И. Гихман, А.В. Скороход. Введение в теорию случайных процессов - М.:Наука, 1985-568с.

3. Н.Аканбай, А.Б. Абибулла, Б.К.Жолдасова. Среднее температурное поле в случайном потоке с мгновенной по времени корреляцией. – Вестник КазНПУ им. Абая, серия "Физико-математические науки", №1 (37), 2012, стр.8-11.
4. А.С.Монин, А.М.Яглом. Статистическая гидродинамика - М.:Наука, 1967-720с.

УДК 372

**М.А. Алмухамедова**

## **ИНТЕРАКТИВНЫЕ МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ ИНФОРМАТИКЕ В ПРОФЕССИОНАЛЬНОМ ЛИЦЕЕ**

*(г.Алматы, Профессиональный лицей № 11)*

Бұл мақалада кәсіби лицейдегі информатикада қолданатын интерактивті әдістері қарастырылады. Интерактивті әдістің қолданысы оқу- танымдық белсенділігін дамытады және коммуникативтік дағдыларды белгілі нысанға келтіреді, оқу қозғамдаманы жоғарлатады.

В данной статье рассматривается применение интерактивных методов обучения информатике в профессиональном лицее. Интерактивные методы позволяют активизировать познавательную активность учащихся, развивать способности к самостоятельному обучению, развивают и формируют коммуникативные навыки, повышают учебную мотивацию.

In this article application of interactive training in informatics in professional lyceum is considered. Application of interactive methods allows to make active informative activity of pupils, to develop abilities to independent training, develop and form communicative skills, increase educational motivation.

*Түйін сөздер:* интерактивті оқу, интерактивті әдістер, презентациялар, қозғамдама, миның штурма әдісі.

*Ключевые слова:* интерактивное обучение, интерактивные методы, презентации, мотивация, метод мозгового штурма.

*Keywords:* interactive training, interactive methods, presentations, motivation, a method of brain storm.

В настоящее время перед техническим и профессиональным образованием стоит вопрос: как организовать учебный процесс таким образом, чтобы сформировать у учащихся активное отношение к учебно- познавательной и учебно- профессиональной деятельности, исходя из позиции рыночной экономики и профессионального самоопределения учащихся.

Методика обучения информатике учащихся профессионального лицея предусматривает использование как традиционных форм и способов, так и новых образовательных информационных технологий. Применение новых образовательных информационных технологий обеспечило доступ к обширным информационно-справочным материалам, электронным учебникам, структурированным базам данных, включая и новейшие данные, опережающие печатные издания. Кроме того, новые образовательные информационные технологии позволили учесть интересы учащихся и уровень их подготовки, проводить интерактивный контроль и самоконтроль усвоения учащимися учебного материала [1].

Понятие “интерактивный” происходит от английского “interact” (“inter” – “взаимный”, “act” – “действовать”). Интерактивное обучение - это специальная форма

организации познавательной деятельности. Она подразумевает вполне конкретные и прогнозируемые цели. Одна из таких целей состоит в создании комфортных условий обучения, при которых учащийся чувствует свою успешность, свою интеллектуальную состоятельность, что делает продуктивным сам процесс обучения.

Интерактивная деятельность на уроках предполагает организацию и развитие диалогового общения, которое ведет к взаимопониманию, взаимодействию, к совместному решению общих, но значимых для каждого участника задач. Основные цели интерактивного обучения:

- стимулирование учебно-познавательной мотивации;
- развитие интеллектуальных способностей учащихся;
- развитие самостоятельности и активности;
- воспитание аналитического и критического мышления;
- формирование коммуникативных навыков, саморазвитие учащихся.

Учебный процесс, опирающийся на использование интерактивных методов обучения, организуется с учетом включенности в процесс познания всех учащихся группы без исключения. Обучение информатике в лицее с использованием интерактивных методов позволяет активизировать познавательную активность учащихся, развивать способности к самостоятельному обучению, вырабатывают навыки работы в коллективе, развивают и формируют коммуникативные навыки, а самое важное повышают учебную мотивацию [2].

В проведении уроков информатики очень важно учитывать выбор метода в зависимости от дидактической задачи. В интерактивном обучении учитываются потребности учащегося, привлекается его личностный опыт, осуществляется адресная корректировка знаний, оптимальный результат достигается через сотрудничество, сотворчество, самостоятельность и свободу выбора; учащийся анализирует собственную деятельность. Принципиально изменяется схема взаимосвязи между участниками образовательного процесса, в контакте с преподавателем и сверстником учащийся чувствует себя комфортнее.

Ведущая роль в интерактивном обучении отводится - развивающим, частично-поисковым, поисковым и исследовательским методам. Для этого на уроках организуются индивидуальная, парная и групповая работа, применяются исследовательские проекты, ролевые игры, идет работа с документами и различными источниками информации, используются творческие работы. Занятие организуется так, что практически все учащиеся вовлекаются в процесс познания, они имеют возможность думать, понимать и рефлексировать. Различные интерактивные методы обучения можно использовать в независимости от типа урока и на разных этапах урока (организационный, информационный, смысловой, демонстрационно-дискуссионный, итоговый). Применение интерактивных методов обучения также возможно независимо от уровня подготовленности учащихся. В проведении уроков информатики очень важно учитывать выбор метода в зависимости от дидактической задачи.

Интерактивные методы основаны на принципах взаимодействия, активности обучаемых, опоре на групповой опыт, обязательной обратной связи. Создается среда образовательного общения, которая характеризуется открытостью, взаимодействием участников, равенством их аргументов, накоплением совместного знания, возможность взаимной оценки и контроля.

В настоящее время для решения учебных и воспитательных задач в техническом и профессиональном образовании могут быть использованы следующие интерактивные формы:

- интерактивная экскурсия;
- проведение видеоконференций;

- круглый стол;
- мозговой штурм;
- дебаты;
- деловые и ролевые игры;
- учебные групповые дискуссии;
- тренинги [3].

В профессиональном лицее наиболее часто применяются следующие интерактивные методы – “Интерактивная экскурсия”, метод “Мозгового штурма”, “Деловые и ролевые игры”, “Учебные групповые дискуссии”, “Тренинги”. Приведем примеры.

1.Метод “Интерактивная экскурсия” – использование интерактивных видеоматериалов в изучении курса информатики - системы счисления, алгебры логики, алгоритмов решения задачи, аппаратного обеспечения компьютера, графических редакторов. В процессе обучения Ваш компьютер превращается в репетитора, который подробно объясняет учебный материал, сопровождая речь наглядными иллюстрациями, рисует схемы, разбирает задачи, задает вопросы и помогает на них отвечать.

2.Метод “Мозговой штурм”. Мозговой штурм – это простой способ генерирования идей для разрешения проблемы. Во время мозгового штурма участники свободно обмениваются идеями по мере их возникновения. Проблемы для “мозгового штурма” при изучении информатики: Вреден ли компьютер для здоровья человека?; Информационные технологии в твоей профессии; Интернет в решении твоих профессиональных задач; Использование графического редактора CorelDraw в твоей профессии; Использование графического редактора Photoshop в твоей профессии; и др.

3. Метод “Деловые и ролевые игры”. Во время деловой игры учащиеся разыгрывают роли по сценарию, связанному с темой обучения. Деловые игры хорошо проводить на заключительных уроках изученных тем - текстовый редактор MS Word, электронные таблицы MS Excel. Учащиеся в качестве разных ролей выполняют задания, связанные с будущей профессией.

4.Метод “Дискуссии в малых группах”. Дискуссия в малых группах – это такой вид деятельности, который позволяет учащимся обмениваться опытом и делиться своими взглядами и идеями с целью разрешения любой профессиональной проблемы. Данный метод дает: возможность учащимся совершенствовать их навыки разрешения трудных проблем; возможность учащимся учиться друг у друга; формирует у учащихся чувство ответственности за учебный процесс; формирует у учащихся навыки совместной работы в командах; проясняет ценностные ориентации учащихся. Этот метод дает учащимся возможность контролировать собственный процесс обучения и лучше влиять на него; учащиеся стимулируются к активному участию в учебном процессе.

5.Метод проектов. Данный метод позволяет учащимся самостоятельно освоить многие аспекты тем и применять их для конкретных конечных программных продуктов. Он развивает познавательные навыки учащихся, умения самостоятельно конструировать свои знания, умения ориентироваться в информационном пространстве; развивает критическое и творческое мышление. Для каждой профессии необходимо создать банк проектов, чтобы учащиеся могли выбрать.

В настоящее время интерактивном обучении используются интерактивные доски. Они имеют больший потенциал раскрытия темы урока, чем простая доска и даже компьютер с проектором. Интерактивная доска дает возможность использовать более широкий диапазон визуальных средств при изучении материала, поэтому преподносимый преподавателем материал становится более понятным для учащихся [4]. Основные способы использования интерактивных досок:

- демонстрация веб-сайтов через интерактивную доску всем учащимся; использование групповых форм работы;
- совместная работа над документами, таблицами или изображениями;
- использование конференц-связи; демонстрация работы одного ученика всем остальным ученикам класса; демонстрация учебных видеороликов;
- пометки и записи поверх выводимых на экран изображений и др.

Внедрение интерактивной и мультимедийной техники в учебный процесс, позволяет повысить эффективность и уровень обучения информатике, в условиях ее правильной реализации. Таким образом, интерактивное обучение как форма образовательного процесса действительно способно стать тем фактором, который оптимизирует сущность и структуру педагогических взаимодействий. Совершенно очевидно, что использование интерактивных технологий в образовании имеет ряд преимуществ, которые делают их использование максимально востребованными.

1. Н.Т. Ермаков, Е.Ф. Назаренко. Информационные технологии. Астана, 2008.
2. Шутенко, А.В. Методы проведения учебных занятий с использованием средств информационных и коммуникационных технологий, С-ПТ, 2010.
3. Мясоед Т.А. «Интерактивные технологии обучения. Спец. семинар для учителей» М., 2004.
4. Абдулкаримова Г.А. Рахимбаева М. Мультимедийные инструменты интерактивной доски для создания обучающих приложений // Вестник КазНПУ им.Абая, Серия физико-математические науки. №3 (39), 2012 г. С.5-9.

ӘОЖ 378.14.016.02:51:004:45(574)

**М.А. Асқарова, Е. Қазез\***

## **МАТЕМАТИКАНЫ МОДУЛЬДІК ТЕХНОЛОГИЯМЕН ОҚЫТУДЫҢ ПРИНЦИПТЕРІ ЖӘНЕ ОЛАРДЫҢ МАТЕМАТИКАНЫ ОҚЫТУДЫҢ НЕГІЗГІ ДИДАКТИКАЛЫҚ ПРИНЦИПТЕРІМЕН БАЙЛАНЫСЫ**

*(Алматы қ., Абай атындағы ҚазҰПУ-магистрант)*

Мақалада математиканы модульдік технологиямен оқытудың принциптері және олардың математиканы оқытудың негізгі дидактикалық принциптерімен өзара байланысы қарастырылады. Сондықтан модульдік технологиямен оқытудың принциптері мен математиканы оқытудың негізгі дидактикалық принциптерінің өзара байланысын білу оқу үрдісінің сәйкес заңдылықтарын орындауға мүмкіндік береді.

Ал, осылардың бәрі оқу үрдісінің кезеңдерін сақтауға, білім алушы мен оқытушының өзара қарым-қатынасын және олардың бірлесіп жұмыс істеулерін орнықтырады.

В статье рассматриваются принципы модульной технологии преподавания математики и их взаимосвязи с основными дидактическими принципами. Поэтому знание взаимосвязи принципов модульной технологии и основных дидактических принципов позволяют учесть соответствующие закономерности в организации учебного процесса по математике. Это дает возможность сохранить этапы учебного процесса, и оптимально выстроить взаимоотношения при совместной работе обучающихся и преподавателя.

The article discusses the principles of modular technology of teaching mathematics and their relationship to the basic didactic principles. Therefore, knowledge of the relationship of

the principles of modular technology and basic the didactic principles allow them to perform the appropriate laws in the educational process of mathematics. And all these make it possible to keep the stages of the educational process, relationships and work together students and teacher.

*Түйін сөздер:* модульдік технологиямен оқыту, дидактикалық принциптер

*Ключевые слова:* технологии модульного обучения, дидактические принципы

*Keywords:* technology of modular training, didactic principles

П.А. Юцявичене модульдік оқытуды ұйымдастыру үрдісін сипаттай келе барлық дидактикалық принциптерді қолдану мүмкіндігіне көңіл аударады және сонымен бірге, тек модульдік оқытудың өзіне тән принциптерін сақтау керектігін ескертеді.

«Принцип» сөзінің мәні (латынның «principium» – негіз, бастама, түпкі) «басқарушы идея, негізгі ереже, бекітілген ғылыми заңдылықтан туындайтын іс-әрекетке және мінез-құлыққа қойылатын негізгі талаптар»[1]. Әрине, модульдік оқытудың принциптері педагогикалық және өзіне іргелес ғылымдар-психология, философия, әлеуметтану және тағы басқадай ғылымдардың бекітілген жалпы заңдылықтарына сүйенуі керек және сол уақытта модульдік оқытудың өзіне тән заңдылықтарын өрнектеуі қажет.

Математиканы модульдік технологиямен оқытудың жалпы бағытын, оның мақсатын, мазмұны мен ұйымдастыру әдістемесін айқындайтын модульдік технологиямен оқытудың мынадай өзара тығыз байланысқан негізгі принциптері бар:

- 1) модульдік;
- 2) оқыту мазмұнын жекеленген элементтерге жіктеу;
- 3) динамикалық (өсіңкілік);
- 4) іс-әрекеттік әдісі;
- 5) икемділік;
- 6) болашақтылық;
- 7) әдістемелік кеңес беруде жан-жақтылық;
- 8) бірдеңгейлілік.

*Модульдік принципі* оқытудың әдістері мен ұйымдастыру тәсілдері, мазмұны арқылы оқытуға модульдік ықпал етуді айқындайды. Осы принципке сәйкес оқыту, нақтылы дидактикалық мақсаттарға жету үшін арналған жекелеген «функционалды Түйін» – модульдер бойынша құрылады. Білім беру мазмұны өзіндік аяқталған бір тектес оқу блоктары түрінде беріледі:

– математика бойынша оқу материалын модуль немесе модульдік бағдарлама түрінде әрбір білім алушының алдына қойған дидактикалық мақсаттарына жетуін толық қамтамасыз етерліктей етіп құрастыру керек;

– математика бойынша оқу материалы, жекелеген модульдерден құралып, кешенді дидактикалық мақсаттарға сай келіп, оқыту мазмұнының бірыңғай құрылымын құрастырып, аяқталған блок ретінде берілуі керек;

– оқу материалына сәйкес, оқытудың белгіленген мақсаттарына жету жолындағы оқыту түрлері мен әртүрлі әдістерін кіріктіру керек.

Сонымен, модуль-ақпараттардың жинақталған блогы болатын модульдік оқытудың басты құралы, сондай-ақ, өзіне әрекеттердің мақсатты бағдарламасы мен қойылған дидактикалық мақсаттарға жету жолын қамтамасыз ететін әдістемелік нұсқауларды қамтиды.

Математиканы модульдік технологиямен оқыту, оқыту мазмұнын дараландыруға мүмкіндік туғызады, оқыту үрдісін топтардағы білім алушылар санын азайтпай-ақ, педагогикалық еңбектің қиындығын артырмай-ақ ұтымды етуге жағдай жасайды. Ұтылымдылықтың мәнісі оқытудың дараландырылған мазмұнын құрастыруда және

оны игеруде білім алушының жекелей қарқынын және өзіндік жолдарын таңдауда икемділікті қамтамасыз етуден тұрады. Сонымен бірге, оқыту үрдісін бақылау және өздігінен бақылауды ұйымдастыруға мүмкіндік туады.

Модульдік технологиямен оқытудың жоғарыда айтылған принциптері өзара тығыз байланысқан. Олардың барлығы (бірдеңгейлілік принципінен басқасы) оқыту мазмұны құрылымының ерекшеліктерін көрсетіп, ал бірдеңгейлілік принципі оқытушы мен білім алушының модульдік, оқыту мазмұнын жекеленген элементтерге жіктеу, динамикалық (өсіңкілік), іс-әрекеттік әдісі, икемділік, болашақтылық пен әдістемелік кеңес беруде жан-жақтылық принциптерді жүзеге асырудың барысында қалыптасқан жаңа жағдайдағы әрекеттесуін сипаттайды. Оқытушы мен білім алушының әрекеттесуі де әдістемелік кеңес берудегі жан-жақтылық принципімен айқындалады.

Математиканы модульдік технологиямен оқытудың барлық принциптері математиканы оқытудың жалпы-дидактикалық принциптеріне сүйенеді және олардың тиімді түрде іске асуын қамтамасыз етеді.

Жалпы-дидактикалық принциптер оқытудың барлық сатыларында қолданылатын жалпы жағдайлардан тұрады.

Олардың кейбіреулері (кейбірі) өз бастауын Я.А. Коменский мен И.Г. Песталоцци еңбектерінен орын алады. Қоғамның дамып, өзгеруіне байланысты оқыту принциптері және оның жүйесі де дамып, өзгереді.

Мектептегі оқыту тәжірибесінде, ол қай оқу пәнге қатысты болса да, оқу жұмысының әдістерін және құралдарын таңдауда оқушыларға принципті бірлігін қамтамасыз етуі керек. Сондықтан, дидактика деп аталатын педагогика бөлімінде (грек тілінде – ұғындыру дегенді білдіреді) оқытудың сол немесе басқа оқу пәніне байланысты жағдайлары жинақталып, әмбебапты ерекшеліктері көрсетілген.

Осындай жинақтаудың нәтижесінде кез келген пәнді оқытуда, әсіресе математиканы оқытуда, қалыптасқан әдістемелік бірыңғай талаптарды қанағаттандыратын оқытудың дидактикалық принциптері жасалды[2].

Математиканы оқытудың негізгі дидактикалық принциптері мыналар:

- математиканы оқытуда мақсаттылық принципі;
- математиканы оқытуда оқыту мен тәрбиелеудің біртұтастығы принципі;
- математиканы оқытуда ғылымилық принципі;
- математиканы оқытуда оқу іс-әрекетінің дербестігі принципі;
- оқытудың өмірмен, теория мен тәжірибенің байланысы принципі;
- математиканы оқытуда саналылық және белсенділік принципі;
- математиканы оқытуда көрнекілік принципі;
- математиканы оқытуда жүйелілік және реттілік принципі;
- математиканы оқытуда әдістер, тәсілдер мен құралдардың орнықты үйлестіру принципі;
- математиканы оқытуда білімді, білікті және дағдыны меңгерудегі беріктік принципі;
- математиканы оқытуда білімнің шапшаңдылық принципі.

Жалпы-дидактикалық принциптер оқуды ұйымдастыруда арқа сүйер алғашқы негіз болып табылады. Олар белгілі бір принциптің қандай жағдайда қолайлы болатындығын көрсетіп педагогикалық ережелерде нақтыланып отырылады. Модульдік технологиямен оқытудың барлық принциптері жалпы дидактикалық принциптерге сүйенеді және олардың тиімді түрде іске асуын қамтамасыз етеді, сондай-ақ олар да қажетті педагогикалық жағдайдың нақтылы жүзеге асу жолдарын қарастыратын педагогикалық тәжірибемен ашылады.

Жалпы-дидактикалық принциптермен математиканы модульдік технологиямен оқыту принциптерінің өзара байланысын қысқаша қарастырып көрейік:

*Оқытуда мақсаттылық* принципі оқытудың нақты мақсатын айқындауды талап етеді, өйткені оған оқу үрдісінің барлығы тәуелді болады. Ол модульдік оқытуда оқытудың мақсатын айқындап қана қоймай, студенттің терең сезінуін, оқыту мақсаттарын оқу мақсаттарына ауыстырылуға әсер ететін саналы түрде меңгерілген *болашақтылық* принципімен тығыз байланыста болады.

*Оқыту мен тәрбиелеудің біртұтастығы* принципі оқыту үрдісінде тәрбиенің күшеюіне, оның тығыз, органикалық (табиғи) байланысын қамтамасыз етуіне назар аударады. Тәрбиелік қызметіне оқытудың әдістері мен мазмұны, оқыту формасының нақтылы құрылысы, оқытушының жеке тұлғасы әсер етеді. Бұл принцип модульдік оқытудың әдістемелік кеңес беруде жан-жақтылық және бірдеңгейлілік пен болашақтылық принциптерімен өзара тығыз байланыста болады. Олардың осындай бір-бірімен өзара байланыстың жүзеге асуының нәтижесінде оқу уәждемесі (мотивациясы), танымдық мүдделер, білім алушының белсенділік бағыты қалыптастырылады.

*Ғылымилық принципі* оқыту үрдісінде білім алушының алдында нақтылы ғылыми дүниенің ашылуын, табиғаттың, қоғамның, мәдениеттің, ойлау дәрежесінің даму заңдылығы айқындалуын талап етеді. Бұл принцип көбінесе оқу бағдарламалары мен оқулықтар құрастыруда, оның ішінде жекелеген модульдер мен модульдік бағдарламалар жасауда жүзеге асады. Ғылымилық принципі білім алушының білімі мен біліктілігінің ғылыми ізденісінің дамуын, олардың еңбекті ғылыми жолмен ұйымдастыру тәсілдерін меңгеруін қарастырады. Ол модульдік технологиямен оқытуда әрекет ететін әдістемелік кеңес беруде жан-жақтылық принципімен және модульдік бағдарламаны құрастыру принциптерімен тығыз байланыста болады, өйткені модульдегі оқу материалдарының проблемалық берілуі және оқытудың белсенді ізденгіштік әдістерін пайдалану соған сүйенеді.

*Оқу іс-әрекетінің дербестігі* принципі әрбір білім алушының оқу мақсатының жүзеге асуына қолайлы жағдай туғызуға бағытталған. Біздің ойымызша, қарастырылып отырған принциптің мазмұнына, оқытушы мен білім алушының өзара қарым-қатысы мен дербестілік әдістерінің талаптарынан басқа, оқытудың қолайлылық талабы да кіреді. Оқыту білім алушының мүмкіндік деңгейіне, олардың ой деңгейіне, физикалық және рухани ауыртпалық түсірмеуге бағыттау керек. Сондықтан оқытушы білім алушыға білім беруде оның жақын арадағы даму аймағын нысанаға алып [3], оқу материалын оқып білуді, сәйкесінше келесідегідей ережелермен ұйымдастырған жөн: белгіліден-белгісізге, жақындағыдан-алыстағыға, қарапайымнан-күрделіге, бастыдан-қосалқыға, жалпыдан-жалқыға, нақтыдан-дерексізге.

Бұл принциптің жүзеге асуы білім алушыға жек-дара қатынас жүйесіне, оның тәжірибесін зерттеп, жеке басының қасиеттерін білуге негізделген. Бұл тұрғыдан алғанда, осы принцип модульдік-технологиямен оқытудың икемділік принципімен өзара тығыз байланысып, оқыту мазмұны мен оны игеру жолдарының білім алушының жеке басының қажеттілігі мен оның түпкілікті әзірлігінің дәрежесіне икемделудің нақтылы жолдарын көрсетеді. Оқыту жағдайында оқыту іс-әрекетінің дербестігі принципі іс-әрекеттік әдісі, болашақтылық, әдістемелік кеңес беруде жан-жақтылық және бірдеңгейлілік принциптерімен өзара байланысқан. Өйткені, модульдік-технологиямен оқыту оқытуды дараландыруға үлкен мүмкіндіктер туғызады.

*Теория мен тәжірибенің байланысы* принципі, өмірмен байланыстыра оқытуда өтілетін материалдың тәжірибелік мәнін көрсететін, теорияны тәжірибелік есептердің шешімімен байланыстыратын оқытудың мазмұнында, ұйымдастыру формалары мен әдістерінде жүзеге асады. Модульдік-технологиямен оқытудың оқыту мазмұнын құрастыру ерекшеліктерін ашатын – динамикалық (өсіңкілік), іс-әрекеттік әдіс принциптерімен және оқытудың әдістемелік аспектілерін бейнелейтін – әдістемелік кеңес беруде жан-жақтылық принципімен байланыста болады. Педагогикалық

тәжірибеде қарастырылып отырған принциптің оқытудың жүйелілік принципімен, онымен бірлікте болатын реттілік принципімен қарама-қайшылықта болатынын көрсетеді.

*Саналылық және белсенділік* принципі оқып білетін құбылысты мақсатты белсенділікпен қабылдаудан, оның мәнін түсінуден, шығармашылықты өңдеуден, қолданудан тұрады. Ол білім алушының оқу танымында белсенді бағытын бейнелейді және «аңғару-түсіну-ұғыну» үрдісінің мәнін ашады. Бұл принцип модульдік-технологиямен оқытудың іс-әрекеттік әдіс принципімен өзара байланысқан. Саналы түрде, оның маңыздылығын түсінумен, тек әсерлі білім ғана меңгеріледі. Білім алушылардың оқытудың жақын, орта және жекеленген мақсаттарын ұғынуы саналылық және белсенділікті жүзеге асыру шарттарын ақпарлауға жол ашады.

Оқытудың көрнекілік принципі адамның барлық сезім органдарын ақпараттарды қабылдауға жұмылдыруды талап етеді. Қазіргі уақытта бұл принципті оқыту барысында ұсыну, іздеу ретінде пайдалану керек деп есептеледі. Бұл принцип модульдік-технологиямен оқытудың модульдік принципімен тығыз байланысқан. Оның жүзеге асырылуы әрбір модульді оқытудың әртүрлі құралдар кешенімен жабдықтауды қамтиды. Сонымен қатар, ол әдістемелік кеңес беруде жан-жақтылық принципімен әрекеттеседі.

Оқытудың жүйелілік және реттілік принципі екі бөліктен тұрады: жүйелілік принципі және реттілік принципі. Жүйелілік принципі оқу пәнінің немесе курсының қисынын көрсетеді, сондықтан ақыл-ойдың ең дамыған белгісі – ойлау жүйелілігімен тығыз байланыста болады. Реттілік принципі сабақтастықпен байланысқан және оқу үрдісін ұйымдастыруда сабақтастықты жүзеге асыруды талап етеді. Бұл принцип модульдік-технологиямен оқытудың модульдік және оқыту мазмұнын жекеленген элементтерге жіктеу принциптерімен тығыз байланысқан. Модульдік принципі жүйелілік принципімен әрекеттеседі, өйткені оқу материалын логикалық құрылым негізінде құрастыруда пәнішілік және пәнаралық байланыстар жүзеге асырылады. Оқыту мазмұнын жекеленген элементтерге жіктеу принципі, осы байланыстарды жүзеге асырумен қатар, оқу реттілігіне бағыт көрсетеді.

*Оқытуда әдістер, формалар мен құралдарды орнықты үйлестіру* принципі қатаң әдістемелік ережелердің және үлгілердің барын жояды және педагогикалық үрдісті ұйымдастыруға шығармашылық тұрғыда қарау үшін жағдай жасайды. Бұл принцип модульдік-технологиямен оқытудың әдістемелік кеңес беруде жан-жақтылық принципімен байланысқан. Оқытушымен білім алушының модульде берілген оқытудың альтернативтік ұйымдастыру әдістерін және сұлбаларын таңдау мүмкіндігін анықтайды.

*Білімді, білікті және дағдыны меңгерудегі беріктік* принципі педагогикалық үрдістің нәтижесіне талаптар білдіреді. Ю.К. Бабанский бойынша, ол білімді саналы түрде меңгеріп алуды және оның беріктілігін талап етеді, педагогикалық үрдісті әсерлі білім, білік, дағдыларды қалыптастыруға бағыттайды. Берікті білімді меңгеру үшін оларды уақытында бақылау және өзін-өзі бақылау өте қажет. Бұл принцип модульдік-технологиямен оқытудың модульдік, оқыту мазмұнын жекеленген элементтерге жіктеу, іс-әрекеттік әдіс принциптерімен байланысқан. Осылар және басқа принциптер берікті білімді меңгеруге нақтылы жолдар ашады. Мұндай меңгерудің мүмкіндігі оқытудың айқынды мазмұнымен, оны ұсыну құрылымы және тәсілімен, мақсаттылығымен, білім алушылардың модульмен тиімді өзіндік жұмыстарды іске асыру мүмкіндіктерімен, жиі өзін өзі бақылаумен және қажеттілігіне қарай материалды қайталаумен, сонымен қатар ойластырылған және анық жалпылама бақылаумен қамтамасыз етіледі.

*Білімнің шапшаңдылық* принципі білімге беріктілікті қана емес, оны білім алушылардың өзгермелі, тіпті қарастырмаған жағдайларында жеңіл қолдана алуын

талап етеді. Осыдан, оқыту үрдісінде меңгерудің жоғары деңгейіне жету қажеттілігі шығады.

Бұл принцип модульдік-технологиямен оқытудың іс-әрекеттік әдіс принципімен тығыз байланысқан. Егер бірінші жалпы дидактикалық принцип – білім алушылардың өздігінен теориялық және тәжірибелік мәселелерді айқындауда, тұжырымдауда және шешуде оқу іс-әрекетін ұйымдастыруды талап етсе, онда екінші – модульдік-технологиямен оқытудың принципі – модульдердің мазмұнын проблемалы құрастыру жолдарын (проблемалық жағдайларды ұсыну) анықтайды. Оған кәсіби сайланған оқытудың белсендіруші әдістері мүмкіндік туғызады, сондықтан білімнің шапшаңдылық принципі әдістемелік кеңес беруде жан-жақтылық принципімен әрекеттеседі.

Жоғарыда қарастырылғандардан біз, барлық жалпы-дидактикалық принциптермен модульдік-технологиямен оқыту принциптерінің тығыз байланыс-қанын, олардың арасындағы қатынастардың бар екеніне көз жеткіздік (1-сурет).



1-сурет – Жалпы дидактикалық принциптер мен модульдік технологиямен оқыту принциптерінің өзара байланысы

Модульдік-технологиямен оқыту принциптерінің ерекшелігі, олар жалпы-дидактикалық принциптерді жүзеге асыру жолдарын нақтылайды. Оқытуға жаңа көзқарастың өзіндік принциптері бола тұра, оқыту үрдісіне жаңадан қарауға мүмкіндік береді және барлық жалпы-дидактикалық принциптерге сәйкес келеді.

Жүйелілік принципі оқу пәнінің немесе курсының қисынын көрсетеді, сондықтан ақыл-ойдың ең дамыған белгісі – ойлау жүйелілігімен тығыз байланыста болады. Егер білім алушыда терімділік байланыстар жүйесі пайда болса, яғни өткен мен жаңаның байланыстары, онда материал игерілген болады. Жүйелілік сабақтастықпен қамтамасыз етілген пәндік және пәнаралық байланыстарды орнатуда да байқалады, дамудың әр түрлі сатысы мен кезеңдерінің өзара байланысына қатысты болып, бүтіннің, немесе оның жекелеген саласының бір күйден екінші жаңа жағдайға ауысқанда жекелеген элементтерінің сақталып қалуымен анықталады [4]. Сабақтастық қарастырылып отырған принциптің екінші құрамдық бөлшегі – оқу үрдісін ұйымдастыруда сабақтастықты жүзеге асыруды талап ететін реттілік принципімен тығыз байланысты.

Сөзсіз, математикадағы білім дәлелдеуге негізделген. Логикалық дәлелдеме студенттерге математика курсының құрылымын байқауға, оның жекелеген бөліктерінің байланысын орнатуға, математикалық жаңа ұғымдардың мәнін түсініп, оларды игеруге, студенттердің математикалық аппаратты қолдану үшін қажетті дағдыларын қалыптастыруға, математикалық әдістерді меңгеріп, оларды тек қана математикалық емес, сондай-ақ кәсіби-қолданбалы есептерді шығаруға да қолдануға септігін тигізеді.

Әрине, жоғары оқу орындарында математика курсын математикалық қорытынды мен дәлелдемелер арқылы түсіндіруде орынды қаталдық принципін сақтау қажет. Бұл принциптің іске асуы, біздің ойымызша, қарсы мәнді дәлелдемені тікелей дәлелдеу жолының басымдылығымен, қосымша математикалық құрылымдарды қажет етпейтін дәлелдемелер мен математиканың оқу курсына кіретін және математикалық қорытындылар мен әдістемелер таңдауын қолдану арқылы жүзеге асады.

Сонымен, математиканың мазмұнын оқу пән ретінде қарап саралау, оның ойлылау ерекшелігі, құрылымдылығы математиканы оқытуда іске асатындай қажетті жалпы-дидактикалық принциптерді айқындады: бұл принциптер дәлелдемелік және орынды қаталдық, ол модульдік технологиямен оқытудың жалпы мазмұны бойынша құрылымдылық принципімен ұштасады.

Одан әрі, математика – түрлі айқын құбылысты моделдейтін, арнаулы абстрактылы (дерексіз) құрылымды зерттейтін ғылым. Сондықтан, оқытудың көрнекілігі үшін, нақтылы және абстрактылы бірлігін жүзеге асыру үшін, әр түрлі математикалық ұғымдар немесе модельдерден тұратын модульдер, нақты құбылысты оқып, үйренуде осы математикалық ұғымдар немесе модельдерді қолдануды көрсететіндей нақтылы мысалдарды қамтуы керек, былайшы айтқанда: туынды ұғымын материалдық нүктенің қозғалыс жылдамдығымен немесе электрлік тізбектен токтың күшімен, өзектің сызықтық тығыздығымен; интегралды – күштің жұмысымен; дифференциалдық теңдеулерді құруды – радиоактивтілік теңдеуді шығарумен елестету.

Сондай-ақ математикалық ұғымдарды түсіндіруде оқытушы басқа пәндерге байланысын математикалық құрылымдардың әр түрлі салаларда қолданылуын көрсетуі керек.

Жалпы-дидактикалық теория мен тәжірибенің байланысы принципін жүзеге асыруда математикалық әдістердің кәсіби-қолданбалы бағыттылығын көрсету керек, қолданбалы есептерді шығаруда қолдану мүмкіндігін көрсетіп, шешіміне математикалық модельдер мен әдістер қолданылатын кәсіби бағыттамадың проблемалық жағдайларын таңдау керек.

Математиканың мәні бәрінен бұрын математикалық ұғымдарды оқыту кезінде

шындық мағынасын түсіндіруден, қоршаған ортаның нақтылы үрдістерін модельдеуден көрінісін табуы керек. Олай болмағанда модульдік-технологиямен оқытудың бейімделушілік және проблемалық принциптерімен ара қатынасын белгілеуге болатын дидактиканың көрнекілік, нақтылық пен абстрактылы бірлігі, теория мен тәжірибенің байланысы, сондай-ақ оқытудың саналылық принциптері бұзылады.

Қорыта келгенде, модульдік технологиямен оқыту, оқыту үрдісіне толығымен әсер етіп, оны жаңаша ұйымдастыруға: оқу мазмұнын құрастыруға, педагогикалық үрдісте оқытушы мен білім алушының әрекеттесуіне, өзара қарым-қатынас жасап бірлесіп қызмет атқаруға, оқытудың әртүрлі әдістері мен формаларын ұйымдастыруға көңіл аударады. Сондықтан, оқыту принциптерін білу оқу үрдістерін оның заңдылықтарына сәйкес ұйымдастыруға, оқу материалының мақсаттарын орынды анықтауға және мазмұнын таңдап алуға, оқытудың әртүрлі әдістері мен формаларын ұйымдастыруға мүмкіндік береді. Сонымен бірге олар білім алушыға және оқытушыға оқу үрдісінің кезеңділігін сақтауға, өзара қатынас пен бірлесіп қызмет атқаруға мүмкіндік береді.

1. Бабанский Ю.К., Слостенин В.А., Сорокин Н.А. и др. Педагогика / под ред. Ю.К. Бабанского. – 2-е изд. перераб. и доп. – М.: Просвещение, 1998.
2. Колягин Ю.М., Очанесян В.А., Сининский В.Я., Луканкин Г.Л. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. – М.: Просвещение, 1985.
3. Выготский Л.С. Избранные психологические исследования. – М.: Изд-во АПН РСФСР, 1966.
4. Философский энциклопедический словарь. – М.: Совет. энцикл., 1990.

УДК 532.685

**С.С. Аубакиров, Т.С. Аубакирова, С.К. Джанабекова\***

## **ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ**

*(г. Алматы, КазНУ имени аль-Фараби, \*- КазНПУ имени Абая)*

Бұл жұмыста фазалық ауысуды ескеретін бірқалыпты емес фильтрацияның бір математикалық моделі зерттелген. Қарастырылып отырған моделдің шешімділігі мен уақыт бойынша периодты шешімнің бар екенділігі көрсетілген. Алынған нәтижелер фильтрация теориясының қуыс ортадағы сұйықтардың көптеген шешілмеген мәселелерін зерттеуге мүмкіндіктер береді. Шешімнің сапалық жағынан алынған қасиеттерінің зерттелуі сандық жағынан зерттеуде алғашқы ақпараттық құрал ретінде пайдалануға болады.

В работе исследована одна математическая модель фазовых переходов неравновесной фильтрации. Приведены разрешимость рассматриваемой модели и периодические по времени решения. Полученные результаты могут быть применены для решения проблем теории фильтрации жидкости в пористой среде. Качественные свойства решения являются первичной информации для получения численных результатов.

In work one mathematical model of phase transitions of a no equilibrium filtration is investigated. Resolvability of considered model and periodic solution on time are given. The received results can be applied to the solution of problems of the theory of a filtration of liquid

in the porous environment. Qualitative properties of the decision are primary information for receiving numerical results.

*Түйін сөздер:* Қуыс орта, фазалық ауысу, сандық зерттеу, Стефан есебі, мұздылық, ылғалдылық.

*Ключевые слова:* Пористая среда, фазовый переход, численные исследования, задача Стефана, льдистость, влажность.

*Keywords:* The porous medium, the phase transition, the numerical study, Stefan problem, ice content, humidity.

## I. Постановка задачи.

Пусть  $\Omega$  -ограниченная область в  $R^m$  с достаточно гладкой границей  $S$ ,  $Q_T = \Omega \times (0, T)$ ,  $S_T = S \times (0, T)$ . Требуется найти функции  $\theta(x, t), w(x, t), l(x, t)$  /температуру, влажность и льдистость грунта/ определенные в области  $Q_T$ , удовлетворяющие следующей системе уравнений:

$$c \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t} = k \cdot \Delta \theta + \chi \cdot \frac{\partial l}{\partial t}, \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \lambda \cdot \Delta w - \frac{\partial l}{\partial t}, \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial l}{\partial t} = \alpha(w - H(\theta)), \quad (1.3)$$

начальным, и граничным условиям:

$$\theta(x, 0) = \theta_0(x), \quad x \in \Omega, \quad (1.4)$$

$$w(x, 0) = w_0(x), \quad x \in \Omega, \quad (1.5)$$

$$l(x, 0) = l_0(x), \quad x \in \Omega, \quad \theta(x, t) = \theta_s(x, t), \quad (x, t) \in S_T, \quad (1.6)$$

$$w(x, t) = w_s(x, t), \quad (x, t) \in S_T, \quad (1.7)$$

Вместо граничных условий (1.6), (1.7) можно рассматривать условия:

$$\frac{\partial \theta}{\partial n}(x, t) = \theta_s(x, t), \quad (x, t) \in S_T \quad (1.8)$$

$$\frac{\partial w}{\partial n}(x, t) = 0, \quad (x, t) \in S_T \quad (1.9)$$

Здесь  $n$ -вектор внешней нормали к  $S_T$ ,  $x = (x_1, \dots, x_m)$ -пространственные переменные,  $t$ -время,  $\Delta = \sum_{i=1}^m \frac{\partial^2}{\partial x_i^2}$  функция  $H(\theta) = w(x, t)$  при  $\theta(x, t) = 0$ ,  $H(\theta) = 1$  при  $\theta > 0$ ,  $H(\theta) = 0$  при  $\theta < 0$ . Система уравнений (1.1)-(1.3), описывающая неравновесный тепломассообмен в пористых средах была предложена в [1]. В настоящей работе коэффициенты  $c, k, \chi, \lambda, \alpha$  считаются положительными константами и без ограничения общности  $c=1$ .

Используя (1.3) из (1.1) и (1.2), исключаем  $\partial l / \partial t$ , тогда получается система из двух уравнений для  $\theta(x, t)$  и  $w(x, t)$ :

$$\theta_t = k \cdot \Delta \theta + \chi \alpha(w - H(\theta)), \quad (1a)$$

$$w_t = \lambda \cdot \Delta w - \alpha(w - H(\theta)), \quad (2a)$$

В дальнейшем под задачей I понимается задача (1a), (2a), (1.4)-(1.7), а под задачей II - (1a), (2a), (1.4), (1.5), (1.8), (1.9).

**Определение I.** Решением задачи I /задачи II/ называются функции  $|\theta, w|$  такие, что

1.  $\theta, w \in W_q^{2,1}(Q_T)$ ,  $q > 1$ .
2. Уравнения (1a), (2a) выполняются почти всюду в  $Q_T$ ;
3. Начальные и краевые условия для  $\theta(x, t)$  и  $w(x, t)$  принимаются в смысле следов функций из указанного класса.

## 2. СУЩЕСТВОВАНИЕ И ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЯ

**Теорема I.** Пусть начальные и граничные данные  $\theta_0, \theta_s, w_0, w_s$  таковы, что существуют функции  $u, v \in W_q^{2,1}(Q_T)$  удовлетворяющие:  $u$  - условиям (1.4), (1.6) /соответственно (1.4), (1.8),  $v$ -условиям (1.5), (1.7) (соответственно (1.5), (1.9));  $0 \leq w_0(x) \leq 1, x \in \Omega$ ;  $0 \leq w_s(x, t) \leq 1, (x, t) \in S_T$ . Тогда задача I /соответственно задача II/ имеет единственное решение и справедливы оценки

$$0 \leq w(x, t) \leq 1 \text{ для п.в. } (x, t) \in Q_T, \quad (2.1)$$

$$\|\theta\|_{q, Q_T}^{(2)} \leq c_1(1 + \|u\|_{q, Q_T}^{(2)}), \quad (2.2)$$

$$\|w\|_{q, Q_T}^{(2)} \leq c_2(1 + \|v\|_{q, Q_T}^{(2)}), \quad (2.3)$$

где  $c_1, c_2$  – положительные константы и  $c_1$  – не зависит от  $\lambda$ . Если дополнительно потребовать условие  $\max\{\|\theta_0\|_{\infty, \Omega}, \|\theta_s\|_{\infty, S_T}\} = M < \infty$ , то для  $\theta(x, t)$  выполняется также оценка

$$\|\theta\|_{\infty, Q_T} \leq C_3, \quad (2.4)$$

где  $C_3$  – зависит от  $M, T, \Omega$ .

**Существование.** Функция  $H(\theta)$  аппроксимируется непрерывными монотонными функциями  $H_n(\theta)$ , совпадающими с  $H(\theta)$  при  $\theta > 1/n$  и  $\theta < 0$ ,  $n = 1, 2, \dots$ . Через (1.1)<sub>n</sub>, (1.2)<sub>n</sub> обозначаются уравнения (1a), (2a), где вместо функции  $H$  рассматривается функция  $H_n$ . Для каждого  $n$  задача (1.1)<sub>n</sub>, (1.2)<sub>n</sub>, (1.4)-(1.7) разрешимость доказывается с использованием теоремы Шаудера о неподвижной точке оператора  $\Lambda: W_q^{2,1}(Q_T) \rightarrow W_q^{2,1}(Q_T)$ . По определению  $\check{g} = \Lambda(g)$ , если  $\check{g}$  есть решение следующей задачи:

$$\check{g}_t - k \cdot \Delta \check{g} = \chi \alpha (f - H_n(g)), \text{ где } f \in W_q^{2,1}(Q_T), \quad (2.5)$$

$$f_t - \lambda \cdot \Delta f + \alpha f = \alpha H_n(g), \quad (2.6)$$

$\check{g}$  -удовлетворяет условиям (1.4), (1.6), а  $f$  -условиям (1.5), (1.7).

Решение  $f(x, t)$  из указанного класса существует, при этом для  $f$  справедливы оценки (2.3) и (2.4). Для получения оценки (2.1) вводится срезающая функция  $\check{f}(x, t) = \max\{f(x, t) - 1, 0\}$ . В силу свойств срезки /см. [2]/:  $\nabla \check{f}, \check{f}_t \in L_q(Q_t)$ ,  $f|_{S_T} = 0, f|_{t=0} = 0$ .

Полученная оценка (2.1) для  $f$  позволяет доказать оценку (2.2) для  $\check{g}$ , причем константа  $C_1$  не зависит от  $n$  и  $\lambda$ . Условия (1.4), (1.6), (2.2) определяют в  $W_q^{2,1}(Q_T)$ , ограниченное замкнутое выпуклое подмножество, которое оператор  $\Lambda$  переводит в себя. Наконец, оператор  $\Lambda$  вполне непрерывный, таким образом, все условия теоремы Шаудера /теорема 3, гл.1 см. [3]/ выполнены и, следовательно, существует, по крайней мере одна неподвижная точка  $g$  оператора  $\Lambda$ . Эта функция  $g$  и соответствующая ей

функция  $f$  из (2.5), (2.6) дают решение задачи (1.1), (1.2), (1.4)-(1,7). Для удобства записей переобозначим  $g, f$  через  $\theta_n, W_n$ , соответственно. Оценки (2.1)-(2.3) для  $\theta_n, w_n$  и ограниченность позволяют выделить /лемма 6, гл.1 см. [3]/ подпоследовательность  $n_k$ , такую что  $\theta_{n_k} \rightarrow \theta$  п.в. в  $Q_T$ ,  $w_{n_k} \rightarrow w$ ,  $\theta_{n_k} \rightarrow \theta$  слабо в  $W_q^{2,1}(Q_T)$ ,  $H_{n_k}(\theta_{n_k}) \rightarrow h^*$  слабо в  $L_\infty(Q_t)$ . Из определения функции  $H_n$  и сходимости,  $\theta_{n_k} \rightarrow \theta$  п.в. в  $Q_T$  следует, что  $h(x, t) = H(\theta(x, t))$  п.в. в  $Q_T \setminus \{\theta = 0\}$  на множестве  $\{\theta = 0\}$  функция  $h(x, t) = w(x, t), 0 \leq h(x, t) \leq 1$ , т.е.  $h$  и на  $\{\theta = 0\}$  совпадает с  $H$ . Переходя к пределу в (1.1)<sub>п</sub>, (1.2)<sub>п</sub>, (1.4)-(1,7) при  $n_k \rightarrow \infty$  получаем, что предельные функции  $\theta, w$  являются искомым решением задачи I.

Оценка (2.4) получается аналогично (2.1) с использованием домножения (1а) на  $\check{\theta} = \max\{\theta - M, 0\}$  и  $\underline{\theta} = \max\{M - \theta, 0\}$ .

**Единственность.** Пусть  $\theta_i, w_i$ ,  $i = 1, 2, \dots$  - два решения исходной задачи

$\theta = \theta_1 - \theta_2$ ,  $w = w_1 - w_2$ ,  $H = H(\theta_1) - H(\theta_2)$ . Функции  $\theta, w, H$  удовлетворяют уравнениям (1а), (2а) и условиям

$$\begin{aligned} \theta|_{t=0} &= w|_{t=0} = 0, \\ \theta|_{s_T} &= w|_{s_T} = 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

Уравнение (1а) умножается на  $\theta \cdot (\theta^2 + \varepsilon)^{-1/2}$ ,  $\varepsilon > 0$  и интегрируется по  $Q_T$ :

$$\iint_{Q_T} \left\{ [(\theta^2 + \varepsilon)^{1/2}] + k\varepsilon(\nabla\theta)^2 \cdot (\theta^2 + \varepsilon)^{-3/2} + \chi\alpha H\theta(\theta^2 + \varepsilon)^{-1/2} - \chi\alpha w\theta(\theta^2 + \varepsilon)^{-1/2} \right\} dxdt = 0$$

Отбрасывая в этом равенстве неотрицательный член  $k\varepsilon(\nabla\theta)^2 \times (\theta^2 + \varepsilon)^{-3/2}$  и переходя к пределу по  $\varepsilon \rightarrow 0$  получаем

$$\int_{\Omega} |\theta(x, t)| dx + \iint_{Q_T} \{ \chi\alpha |H| \} - \chi\alpha |w| dxdt \leq 0 \quad (2.8)$$

Уравнение (2а) умножается на  $\text{sign} w$ , и интегрируется по  $Q_T$ :

$$\int_{\Omega} |w(x, t)| dx + \iint_{Q_T} \{ \alpha |w| - \alpha |H| \} dxdt \leq 0 \quad (2.9)$$

Из неравенств (2.8), (2.9) имеем  $\int_{\Omega} \{ |\theta(x, t)| + \chi |w(x, t)| \} dxdt \leq 0$

Отсюда следуют равенства  $\theta(x, t) = 0$ ,  $w(x, t) = 0$ , что означает единственность решения.

### 3. ПЕРИОДИЧЕСКОЕ ПО ВРЕМЕНИ РЕШЕНИЕ

В настоящем пункте предлагается другой способ определения периодического по времени решения исходной задачи I, т.е. в бесконечной полосе  $Q_\infty = \Omega \times (-\infty, +\infty)$ , в случае, когда на границах области  $Q_\infty$  температура  $\theta(x, t)$  и влажность  $w(x, t)$  являются известными периодическими функциями времени с периодом  $T > 0$ . Как следует из общей теории, возможны решения задачи, в которых начальные условия заменяются условиями периодичности

$$\theta(x, t) = \theta(x, t + T), \quad x \in \Omega \quad (3.1)$$

$$w(x, t) = w(x, t + T), \quad x \in \Omega \quad (3.2)$$

**Определение.** Решением задачи I называется пара функций  $\{\theta(x, t), w(x, t)\}$  таких, что

1.  $\theta(x, t), w(x, t) \in \tilde{W}_q^{2,1}(Q_T), \quad q > 1$
2. Уравнения (1), (2) выполняются почти всюду (п.в.) в  $Q_T$
3. Начальные и граничные условия для  $\theta$  и  $w$  принимаются в смысле следов функций из указанного класса.

Через  $\tilde{W}_q^{2,1}(Q_T)$  обозначено множество функций из  $W_q^{2,1}(Q_T)$ , периодических по времени с периодом  $T > 0$ . Аналогично вводятся пространства  $\tilde{L}_p(Q_T), \tilde{W}_p^s(Q_T)$ ,  $s \geq 0, p \geq 1, q > 1$ . Здесь и далее обозначения норм и пространств функций совпадают с обозначением в [4].

**Теорема 2.** Пусть граничные данные  $\theta_s(x, t)$  и  $w_s(x, t)$  являются периодическими по времени с периодом  $T > 0$ . Тогда

$$\{\theta, w\} \in \tilde{L}_2(0, T; W_2^1(\Omega)) \cap \tilde{L}_\infty(0, T; L_2(\Omega)), \quad (3.3)$$

$$(w_t, v)_{2,\Omega} + \lambda(\nabla w, \nabla v)_{2,\Omega} + \alpha \cdot (w, v)_{2,\Omega} = \alpha \cdot (H(\theta), v)_{2,\Omega}, \quad (3.4)$$

$$w(x, 0) = w(x, T), \quad \forall v \in \tilde{W}^{1,0}(Q_T), \quad (3.5)$$

$$(\theta_t, u)_{2,\Omega} + k \cdot (\nabla \theta, \nabla u)_{2,\Omega} - \chi \alpha (w - H(\theta), u)_{2,\Omega} = 0, \quad (3.6)$$

$$\theta(x, 0) = \theta(x, T), \quad \forall u \in \tilde{W}^{1,0}(Q_T). \quad (3.7)$$

Доказательство теоремы будет проведено на примере первой краевой задачи. Функция  $H(\theta)$ , как выше, аппроксимируется непрерывными монотонными  $H_n(\theta)$ , совпадающими с  $H(\theta)$  при  $\theta > 1/n$ , где вместо функций  $H(\theta)$  рассматривается функция  $H_n(\theta)$ . Для каждого  $n$  исходная задача решается с использованием теоремы Шаудера о неподвижной точке оператора  $\Lambda: \tilde{W}_2^{2,1}(Q_T) \rightarrow \tilde{W}_2^{2,1}(Q_T)$ .

По определению  $\tilde{g}(x, t) = \Lambda(g(x, t))$ , если  $\tilde{g}(x, t)$  есть решение следующей задачи:

$$\tilde{g}_t - k \Delta \tilde{g} = \chi \alpha (f - H^n(g)) \quad (3.8)$$

где  $f \in \tilde{W}_2^{2,1}(Q_T)$  и удовлетворяет уравнению

$$f_t - \lambda \Delta f + \alpha f = \alpha H^n(g) \quad (3.9)$$

Не умаляя общности и для удобства дальнейших вычислений, граничные данные нулевые, т.е.

$$\theta_s(x, t) = 0, \quad \forall (x, t) \in S_T \quad (3.10)$$

$$w_s(x, t) = 0, \quad \forall (x, t) \in S_T \quad (3.11)$$

Тогда  $\tilde{g}(x, t)$  удовлетворяет условиям (3.7), (3.10), а  $f(x, t)$  условиям (3.5), (3.11). Приближенные решения задачи (3.8), (3.9), (3.10) методом Галеркина. На основании работ [5,4] мы воспользуемся специальными базисами из функций  $\omega_i(x)$ , которые принадлежат  $W_2^1(\Omega)$  и условиями

$$(\omega_i, v)_{W_2^1(\Omega)} = \delta_i(\omega_i, v)_{2,\Omega}, \quad \forall v \in W_2^1(\Omega) \quad (3.12)$$

Рассмотрим задачу Коши

$$(f_t^N, \omega_i)_{2,\Omega} + \lambda(\nabla f^N, \nabla \omega_i)_{2,\Omega} + \alpha(f^N, \omega_i)_{2,\Omega} = \alpha(H^n(g), \omega_i)_{2,\Omega}, \quad 1 \leq i \leq N \quad (3.13)$$

$$f^N(x, 0) = w_0(x), \quad (3.14)$$

$w_0(x)$ - произвольный элемент из  $[\omega_1\omega_2..., \omega_N]$

Как известно (см. [5]), решение  $f^N(x, t)$  существует на отрезке  $[0, T]$ . Мы покажем, что существует такое  $R$ , не зависящее от  $N$ , что

$$\|f^N(x, T)\|_{2, \Omega} \leq R, \text{ коль скоро } \|w_0(x)\|_{2, \Omega} \leq R \quad (3.15)$$

Домножим (3.13) на  $l_i^N(t)$  и просуммируем по  $i$  от 1 до  $N$ . В результате из (3.13) следует, что

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \|f^N\|_{2, \Omega}^2 + \lambda \|\nabla f^N\|_{2, \Omega}^2 + \alpha \|f^N\|_{2, \Omega}^2 = \\ & = \alpha (H^n(g), f^N)_{2, \Omega} \leq \frac{\alpha}{2} \|f^N\|_{2, \Omega}^2 + \frac{\alpha}{2} \|H^n(g)\|_{2, \Omega}^2, \end{aligned}$$

а также, в частности  $\|\nabla f^N\|_{2, \Omega}^2 \geq \frac{1}{(mes\Omega)^2} \|f^N\|_{2, \Omega}^2$ , то получим

$$\frac{d}{dt} \|f^N\|_{2, \Omega}^2 + C_1 \|f^N\|_{2, \Omega}^2 \leq \alpha \|H^n\|_{2, \Omega}^2. \quad (3.16)$$

Отсюда получим

$$e^{C_1 T} \|f^N(x, T)\|_{2, \Omega}^2 \leq \|w_0(x)\|_{2, \Omega}^2 + \alpha \int_0^T e^{C_1 t} \|H^n(g)\|_{2, \Omega}^2 dt = \|w_0(x)\|_{2, \Omega}^2 + C_2 \quad (3.17)$$

Из последнего неравенства следует (3.15), если выбрать  $R$  таким образом, чтобы

$$R^2 \geq \frac{C_2}{1 - \exp(-C_1 T)} \quad (3.18)$$

Итак, отображение  $w_0 \rightarrow \mathfrak{F}_N(w_0) = f^N(x, T)$  переводит в себя  $B_R$  (шар с центром в начале и радиусом  $R$  в пространстве  $[\omega_1\omega_2..., \omega_N]$ ), поскольку это отображение непрерывно, существует такая точка  $w_0 \in B_R$ , что  $\mathfrak{F}_N(w_0) = w_0$ . Аналогичное отображение строится и для функций  $\tilde{g}(x, t)$ . Далее, ввиду (3.15), а также поскольку  $\tilde{g}(x, 0)$  ограничены в  $W_2^1(\Omega)$ , мы получим в точности те же самые оценки, что и в случае уравнений с начальными условиями.  $\{f^N, g^N\}$  ограничены в  $\tilde{L}_2(0, T; W_2^1(\Omega)) \cap \tilde{L}_\infty(0, T; L_2(\Omega))$ ,  $\{f_t^N, g_t^N\}$  ограничены в  $\tilde{L}_2(0, T; L_2(\Omega))$ . Из последнего следует, что можно выделить такую подпоследовательность  $\{f^{N_p}, g^{N_p}\}$ , что  $f^{N_p} \rightarrow f$  в  $\tilde{L}_2(0, T; W_2^1(\Omega))$  слабо, и в  $\tilde{L}_\infty(0, T; L_2(\Omega))$  - слабо,  $g^{N_p} \rightarrow g$  в  $\tilde{L}_2(0, T; W_2^1(\Omega))$  слабо, и в  $\tilde{L}_\infty(0, T; L_2(\Omega))$  - слабо,  $f_t^{N_p} \rightarrow f_t$  в  $\tilde{L}_2(Q_T)$  слабо,  $g_t^{N_p} \rightarrow g_t$  в  $\tilde{L}_2(Q_T)$  слабо, откуда, в частности,  $f^{N_p}(x, 0) \rightarrow f(x, 0)$ ,  $f^{N_p}(x, T) \rightarrow f(x, T)$  слабо в  $L_2(Q_T)$ ,  $g^{N_p}(x, 0) \rightarrow g(x, 0)$ ,  $g^{N_p}(x, T) \rightarrow g(x, T)$  слабо в  $L_2(Q_T)$ .

Из вышеуказанных рассуждений сделаем следующее заключение: можно перейти к пределу в соответствующих интегральных тождествах по  $n$ . В результате чего тогда получим  $\theta(x, 0) = \theta(x, T)$ ,  $w(x, 0) = w(x, T)$ .

1. Даниэлян Ю.С., Яницкий П.А. Особенности неравновесного перераспределения влаги при промерзании и оттаивании дисперсных грунтов ТФЖ, 1983, № 1, т.44, с.91-98.

2. Калиев И.А., Мухамбетжанов С.Т., Разинков Е.Н. Корректность математической модели неравновесных фазовых переходов воды в пористых средах// Динамика сплошной среды. Новосибирск, 1989, вып. 93-94.
3. Мейрманов А.М. Задача Стефана. Новосибирск: Наука, 1986, 239с.
4. Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики. М.: Наука, 1973.
5. Жумагулов Б.Т., Монахов В. Н. Гидродинамика нефтедобычи. - Алматы: Казгос ИНТИ, 2001. – 336 с.

УДК 517.95

**Н.С. Ахтаева**

## **РАЗРЕШИМОСТЬ ЛОКАЛЬНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА**

(г Алматы, КазНПУ имени Абая, PhD докторант)

Бұл мақалада үшінші ретті гиперболалық тендеу үшін локальды есептер қарастырылған. Коши, Гурса, Дирихле және Коши- Гурса (Дарбу) есептерінің шешімінің бар болуы дәлелденді. Коши есебінің шешімі нақты түрде алынды. Коши – Гурса типіндегі есеп функционалдық тендеуге келтірілді. Есептің берілгендеріне нақты бір шектеулерді қою арқылы функционалдық тендеудің бірімәнді шешілуі дәлелденді.

В работе для гиперболического уравнения третьего порядка изучены вопросы разрешимости ряда локальных задач. Доказаны разрешимость аналогов задачи Коши, Гурса, Дирихле и Коши- Гурса (Дарбу). Получены решение задачи Коши в явном виде. Задачи типа Коши –Гурса редуцировано к функциональному уравнению. При определенных ограничениях на данные задачи доказан однозначный разрешимость функционального уравнения.

In this work the questions solvability local problems for third order hyperbolic equations studied. The proved solvability an analogs of the Cauchy, Goursat, Dirichlet and Cauchy-Goursat (Darboux) problems. Are received the solution of Cauchy problem in an explicit form. Cauchy – Goursat type problem it is reduced to the functional equation. At certain restrictions on these problem it is proved unambiguous solvability of the functional equation.

*Түйін сөздер:* Функционалдық тендеу, регулярлық шешім, күшті шешім

*Ключевые слова:* Функциональное уравнение, регулярное решение, сильное решение

*Keywords:* Functional equation, regular solution, strong solution

Пусть  $\Omega \subset R^2$  - конечная область, ограниченная отрезком  $AB: 0 \leq x \leq 1$  оси  $\partial = 0$ , а при  $y < 0$  двумя характеристиками  $\tilde{A}\tilde{N}: \partial + \partial = 0$  и  $\tilde{A}\tilde{N}: \partial - \partial = 1$  гиперболического уравнения третьего порядка с простыми характеристиками

$$Lu = f(x, y) \quad (1)$$

где

$$Lu = \frac{\partial}{\partial y} (u_{xx} - u_{yy})$$

**Задача Коши.** Найти решение уравнения (1) удовлетворяющее условиям

$$u(x, 0) = \tau(x), \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (2)$$

$$u_y(x, 0) = \nu(x), \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (3)$$

$$u_{yy}(x, 0) = \mu(x), \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (4)$$

Здесь  $\tau(x)$ ,  $\nu(x)$  и  $\mu(x)$ - заданные функции.

**Задача Гурса.** Найти решение уравнения (1) удовлетворяющее условиям

$$u(x, y)|_{AC \cup BC} = 0, \quad (5)$$

$$u_y(x, y)|_{AC \cup BC} = 0$$

**Задача Дирихле.** Найти решение уравнения (1) удовлетворяющее условиям

$$u(x, y)|_{AB \cup AC \cup BC} = 0$$

**Задача Коши- Гурса 1 (Дарбу 1).** Найти решение уравнения (1) удовлетворяющее условиям

$$u(x, 0) = u_y(x, 0) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (6)$$

$$u(x, y)|_{AC} = u(x, -x) = 0, \quad 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \quad (7)$$

**Задача Коши-Гурса 2 (Дарбу 2).** Найти решение уравнения (1) удовлетворяющее условиям

$$u_y(x, 0) = 0$$

$$u(x, y)|_{AC} = 0, \quad (u_x + u_y)|_{AC} = 0$$

**Задача Коши- Гурса 3 (Дарбу 3).** Найти решение уравнения (1) удовлетворяющее условиям (7) и

$$u(x, 0) = u_{yy}(x, 0) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1$$

**Задача Коши- Гурса 4 (Дарбу 4).** Найти решение уравнения (1) удовлетворяющее условиям (5) и

$$u_y(x, 0) = u_{yy}(x, 0) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1$$

Задача Коши и Гурса для линейного гиперболического уравнения третьего порядка общего вида изучены в [1]. В данной работе решение задачи Коши для уравнения (1) приводится удобной форме для дальнейшего рассмотрения. Разрешимость задачи Дирихле исследовано в работе [2].

Решение  $u(x, y)$  уравнения (1) будем называть регулярным, если функция  $u(x, y)$  обладает непрерывными производными, входящими оператор  $L$ .

Функцию  $u(x, y) \in L_2(\Omega)$  назовем сильным решением рассматриваемой задачи, если существует последовательность регулярных решении  $\{u_n\}$  этой задачи ( $u_n$  удовлетворяет соответствующие краевые условия), такая, что  $u_n$  и  $Lu_n$  сходятся в  $L_2(\Omega)$  соответственно к  $u(x, y)$  и  $f(x, y)$ .

Через  $W_2^l(\Omega)$  - обозначим пространство С.Л.Соболева с нормой  $\|\cdot\|_l$ ;

$W_2^0(\Omega) \equiv L_2(\Omega)$  - пространство квадратично суммируемых в  $\Omega$  функций.

Используя общее решение  $u(x, y) = f_1(x) + f_2(x - y) + f_3(x + y)$  уравнения (1), где  $f_i$ - произвольные гладкие функции, нетрудно установить справедливость следующих теорем

**Теорема 1.** Пусть  $\tau(x), \nu(x) \in C^2[0, 1]$ ,  $\mu(x) \in C^1[0, 1]$  и  $f(x, y) \in C^1(\bar{\Omega})$ . Тогда существует единственное регулярное решение уравнения (1) удовлетворяющее условиям (2)- (4) и оно представимо в виде

$$u(x, y) = \tau(x) - \frac{1}{2} \int_{x+y}^{x-y} \nu(t) dt - \frac{1}{2} \int_{x+y}^x (x+y-t) \mu(t) dt + \frac{1}{2} \int_x^{x-y} (x-y-t) \mu(t) dt +$$

$$+ \frac{1}{2} \int_y^0 dy_1 \int_{x+y-y_1}^x (x_1+y_1-x-y) f(x_1, y_1) dx_1 + \frac{1}{2} \int_y^0 dy_1 \int_x^{x-y+y_1} (x-y-x_1+y_1) f(x_1, y_1) dx_1$$

**Теорема 2.** Пусть  $\tau(x) \in W_2^2(0,1)$ ,  $\nu(x), \mu(x) \in W_2^1(0,1)$  и  $f(x, y) \in L_2(\Omega)$ . Тогда существует единственное сильное решение задачи Коши и оно удовлетворяет неравенству

$$\|u\|_{W_2^2(\Omega)} \leq C[\|\tau\|_{W_2^2(0,1)} + \|\nu\|_{W_2^1(\Omega)} + \|\mu\|_{W_2^1(\Omega)} + \|f\|_{L_2(\Omega)}]$$

где  $C$  - означает положительную постоянную не зависящий от  $u(x, y)$ .

Используя формулу (8) можно установить теоремы о разрешимости сформулированных задач. Исследуем задачу Дарбу 1.

Из формулы (8), когда  $\tau(x) = \nu(x) = 0$ , в силу условия (7), имеем

$$\int_0^x t \mu(t) dt + \int_x^{2x} (2x-t) \mu(t) dt = 2F(x), \quad 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \quad (9)$$

$$\text{где } F(x) = \frac{1}{2} \int_{-x}^0 dy_1 \int_{-y_1}^x (x_1+y_1) f(x_1, y_1) dx_1 - \frac{1}{2} \int_{-x}^0 dy_1 \int_x^{2x+y_1} (2x-x_1+y_1) f(x_1, y_1) dx_1$$

После двукратного дифференцирования (9), получим

$$\mu(t) - \frac{1}{2} \mu\left(\frac{t}{2}\right) = F''\left(\frac{t}{2}\right), \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (10)$$

Таким образом, исследуемая задача в смысле однозначной разрешимости эквивалентно редуцирована к функциональному уравнению (10).

Непосредственным вычислением, нетрудно установить справедливость следующих лемм.

**Лемма 1.** Если  $f(x, y) \in C^1(\bar{\Omega})$ , то  $F''(x) \in C^1\left[0, \frac{1}{2}\right]$

**Лемма 2.** Пусть  $F(x) \in C^3\left[0, \frac{1}{2}\right]$ , тогда существует единственное решение

уравнения (10) из класса  $C^1[0,1]$

Доказательство леммы 2 следует из результатов работы [5]. Отметим, что в работах [3-5] изучены более общие функциональные уравнения.

**Теорема 3.** Для любой функций  $f(x, y) \in C^1(\bar{\Omega})$  существует единственное регулярное решение задачи Коши – Гурса 1 (Дарбу 1).

Доказательство теоремы 3 следует из лемм 1-2.

**Теорема 4.** Для любой функции  $f(x, y) \in L_2(\Omega)$  существует единственное сильное решение задачи Коши - Гурса 1 (Дарбу 1). Это решение принадлежит классу  $C(\bar{\Omega}) \cap W_2^1(\Omega)$  и удовлетворяет неравенству

$$\|u\|_{W_2^1(\Omega)} \leq C \|f\|_{L_2(\Omega)}$$

и может быть представлено в виде

$$u(x, y) = \iint_{\Omega} K(x, y, x_1, y_1) f(x_1, y_1) dx_1 dy_1,$$

где  $K(x, y, x_1, y_1) \in L_2(\Omega \times \Omega)$ , выписывается в явном виде через заданные функции. Доказательство корректности выше сформулированных задач можно провести аналогично

1. Zikrov O.S. On Boundary-value Problem For Hyperbolic-Type Equation of The Third Order // Lietuvos Matematikos Rinkinys. 2007. -V. 47. N 4. -Р. 591 - 603.
2. Ахтаева Н.С. Задача Дирихле для уравнения гиперболического типа третьего порядка // Вестник КазНПУ имени Абая. №2 (38), 2012, - С 35-41
3. Садыбеков М.А. О сопряженной задаче Дарбу // Доклады АН СССР 1990г.- Т. 314, №2. -С. 304-306.
4. Салахитдинов М. С., Бердышев А.С., Краевые задачи для параболо-гиперболического уравнения в области с отходом от характеристики // Доклады РАН. №3. том 327. 1992г. - С.303-305.
5. Бердышев А.С. О вольтерровости некоторых задач с условиями типа Бицадзе – Самарского для смешанного параболо – гиперболического уравнения // Сибирский математический журнал. №3 том 46 2005г. – С. 500-510.

ӘОЖ 378.018.43:004(574)

**Б.Ғ. Бостанов, С.А. Усембаева\***

## **MOODLE ЖҮЙЕСІН ҚОЛДАНУ ӘДІСТЕМЕСІ БОЙЫНША ОҚЫТУ РЕСУРСЫН ҚҰРАСТЫРУ**

*(Алматы қ., Абай атындағы ҚазҰПУ, \* - магистранты)*

Бұл мақалада Moodle ортасы туралы мәліметтер баяндалған. Оқыту ресурстарын құрастыру жолдары көрсетілген. Moodle ортасының атқаратын функциясы анықталған, сонымен қатар, құралдардың қолданылуын жүзеге асыратын оқу мысалдары келтірілген. Қашықтықтан оқыту білім беру үдерісінде алдыңғы қатарлы дәстүрлі және инновациялық әдістемелер технологияларға негізделген оқыту құрал жабдықтары қолданылатын технология болып табылатындығы баяндалған.

В статье изложены материалы о среде Moodle. Рассмотрена организация учебных ресурсов для использования в этой системе. Также приведены примеры и алгоритм использования инструментария. В системе образования дистанционное обучение относится к традиционным и инновационным методикам, которые основаны на инструментальных технологиях обучения.

Material on capability of using of functions of Moodle environment in this article described in a full range and ways of compilation of learning resources on using this system are considered. Also there are examples of using tools are given in this article. In the education system the distance learning is the traditional and innovation techniques and the computer and telecommunications technology which based on instrumental technologies of learning.

*Түйін сөздер:* Moodle жүйесі, қашықтықтан оқыту, ақпараттық технологиялар, инновациялық әдістер.

*Ключевые слова:* Система Moodle, дистанционное обучение, информационные технологии, инновационные методы.

*Keywords:* Moodle system, distance learning, innovative methods.

Ақпараттық-коммуникациялық технологияны дамыту білім берудің бір бөлігі. Соңғы жылдары заман ағымына сай күнделікті сабаққа компьютер, электрондық оқулық, интерактивті тақта қолдану жақсы нәтиже беруде. Білім беру жүйесі электрондық байланыс, ақпарат алмасу, интернет, электрондық пошта, телеконференция, On-line сабақтар арқылы іске асырылуда. Бүгінгі күні инновациялық әдістер мен ақпараттық технологиялар қолдану арқылы білім алушының ойлау қабілетін арттырып, ізденушілігін дамытып, қызығушылығын тудыру, белсенділігін арттыру ең негізгі мақсат болып айқындалады.

Қазіргі кезеңде білім беруді ақпараттандыру қоғамды ақпараттандыру процесінің бір бөлігіндей, білім беру саласын әдіснамамен, технологиямен, практикалық дайындамалармен және «оқыту мен тәрбиелеудің психологиялық-педагогикалық мақсаттарын жүзеге асыруға бағдарланған қазіргі заманғы ақпараттық технологияны тиімді пайдаланумен жасақтау процесіндей» [1] қарастырылады. Ақпараттық-қатынастық технологиялар (АҚТ) оқытудың бар жүйесіне біршама қондырғы болмаған шарт кезінде ғана білім беруді ақпараттандыру қажетті әлеуметтік және экономикалық ықпал бере алады, ал табиғи түрде оған кірігеді. Білім беру процесіне ақпараттық-қатынастық технологияларды енгізу және тәжірибені талдау электрондық оқулық басылымдар мен Интернет-ресурстарды тек толтырып қана қоймай, сондай-ақ пән мұғалімдеріне сабақтарда жұмысты ұйымдастыру формалары мен әдістеріне рұқсат ететін ерекше ортада оқытудың жүзеге асатынын көрсетеді.

Осы жұмыста біз Moodle жүйесін пайдаланып оқыту ресурстарын құрастыруды қарастырамыз [1].

Интернеттегі сараптамалар және форумдағы пікірлер бойынша ашық кодты жүйелердің арасынан Moodle жүйесі қызығушылық тудырады, өйткені Moodle қауымдастығы әлемде үлкен қарқынмен дамып, қызметтік мүмкіндіктері тәжірибеде анықталған. Бұл жүйенің ерекшелігі әлеуметтік құрастырушы педагогикасы ретінде көптілділік пен педагогикалық принциптерге негізделген. Білім мазмұны оңай беріліп, екі режимде алмасады: офф-лайн және он-лайн. Бағдарлама жергілікті серверлерден USB-тасымалдаушыларға оңай енгізіледі. Әлемде, Орта Азияда Moodle қауымдастығы тез қарқынмен өсіп және қазіргі уақытта 78 тілде және 204 мемлекетте қолданылып жүрген интерфейсі бар қашықтықтан оқыту стандартына айналып келеді.

Moodle – қашықтықтан оқыту жүйесі қашықтықтан оқыту курстарын жасаудың бағдарламалық қамтамасыз ету бумасы болып табылады. Жүйе Open Source секілді тегін таратылады [3].

Moodle дәстүрлі клиент-серверлік қосымша болып табылады, онда сервер қызметін веб-сервер атқарады (әдетте Apache), ал клиент қызметін веб-браузер атқарады (мысалы Internet Explorer, Mozilla Firefox және т.б.). Пайдаланушылардың барлық мәліметтері, курстардың өздері сияқты серверде сақталады. Пайдаланушылар - білім алушылар - оқытушылар веб-серверге кіріп, тіркелгілерін анықтап, оқу үрдісіне кірісе алады. Қазіргі кезде Moodle –нің 1.9 нұсқасы шықты.

Moodle 1.7 нұсқасынан бастап “рөл” деген ұғым енгізілді. Рөл қолданушының мәртебесін анықтайды. Олар – басқарушылар, курсты жасаушылар, оқытушылар, студенттер мен қонақтар, тьютор. Бұлардың әрқайсысының контекстке байланысты қол жеткізу мүмкіндігіне құқықты. Құқық пен рөлдердің саны қажеттілікке байланысты өзгеріп отырады [4].

Сайттың әкімшілігі әрбір рөлдің нақты бір жүйе элемент функциясына белгілі бір құқықтарын тағайындайды.

*Moodle жүйесіндегі рөлдер:*

- басқарушы – жүйені толығымен басқаратын қолданушы;

- курс жасаушысы жаңа курстар жасайды, бірақ жүйенің ғаламдық орнатылымдарын басқара алмайды;
- оқытушы нақты бір курсты оқытып, білім алушыға іс-әрекет түрлерін тапсырып, баға қояды;
- тьютор – өңдеу құқығы жоқ курс нұсқаушысы. Ол нұсқаулар бере алады, бірақ іс-әрекеттің жаңа түрлерін тапсырып, қолданушыларға баға қоя алмайды;
- студенттің, әдеттегідей, нақты бір курста оқу құқығы бар;
- қонақ – авторланбаған қолданушы.

Moodle жүйесіне тіркелуді қарастырайық. Бұл жүйе, көптеген ақпараттық жүйелер тәрізді (мәтіндер, чаттар, форумдар, ойындар және т.б.), мүмкіндіктерді ең тиімді режимде қолдану үшін тіркелуді талап етеді. Берілген жүйенің мүмкіндіктерін қарастыру алдында, тіркелу қажет. [2].

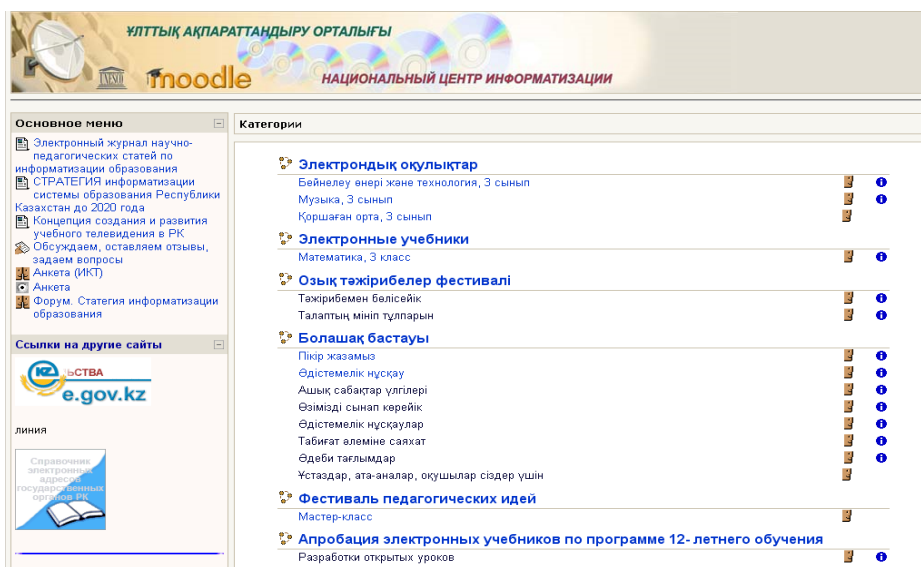
Тіркелу былай жасалады:

1. Браузердің адрестік жолына жүйе орналасқан сервердің адресін жазамыз (бұл жағдайда <http://moodle.nci.kz>). Сіздің алдыңызда Ұлттық ақпараттандыру орталығы порталының беті ашылады (1 сурет).

2. Тіркелу бөліміне көшу үшін порталдың жоғарғы оң жақ бұрышындағы «Кіру» сілтемесіне шерту керек.

3. Содан кейін «Білім алушының жаңа тіркелу жазбасын жасау» сілтемесін басыңыз.

4. Сіздің алдыңызда төменде көрсетілген өрістері бар пішім пайда болады: Логин, Кілтсөз, e-mail, Аты, Тегі, Қаласы және Мемлекеті (2 сурет). Осы өрістерді толтырғаннан кейін, «Сақтау» түймесін басыңыз.



Сурет 1 – <http://moodle.nci.kz> порталының бірінші беті

Сурет 2 – Тіркелу пішімінің түрі

5. Жүйе сізге келесі хабарламаны ұсынады: «Сіз көрсеткен электронды пошта адресіне (мысалы, qwerty@mail.kz) тіркелуді аяқтаудың оңай нұсқаулықтары бар хат жібереді. Тіркелумен қиындықтар туындаса, сайт басқарушысымен хабарласыңыз.»

6. Тіркелуді растау үшін керекті соңғы қадам – тіркелуді растау.

Жүйеге кіруді қарастырайық. Жүйеге кіру қолданушының аты мен кілтсөзін сәйкесінше өрістерге енгізу арқылы жүзеге асады (3-суретті қараңыз). Одан кейін «Кіру» түймесін шертіңіз.

Сурет 3 – Жүйеге кіру

Жүйеге тіркелмей, демек, қонақ ретінде де кіруге болады. Ол «Қонақ болып кіру» түймесін шерту арқылы жүзеге асады. Қонақтың құқықтары тіркелген пайдаланушының құқықтарына қарағанда шектеулі.

*Жүйенің жалпы функционалдылығы*

*Фрейм* – тыңдаушылар, қолданушылар модуль аясында оқитын кезектегі тақырыптық бөлім. Фрейм мазмұнына кіретіндер: тақырып туралы жалпы мәліметтер (тақырып атауы, тақырыпты оқудың мақсаттары мен міндеттері, тақырыптың мазмұнын игерудің деңгейіне қойылатын талаптар). Осы материалдарға Moodle қолжеткізу «ресурстар» элементінің көмегімен іске асырылған.

*Ресурстар* қолданушыға (бұдан әрі білім алушы деп атаймыз) ақпаратты әртүрлі түрде (мәтін, аудио, бейне) және әртүрлі нысанда (фрагменттер, жеке файлдар, Интернет-беттер) танытады.

*Курс элементтері* – барлығы білім алушылардың оқытушымен және бір-бірімен интерактивті өзара әрекеттестігін шамалайды. Курс элементінің интерактивті мүмкіндіктерін қандай дәрежеде пайдаланады, ол – оны құрастырушыға байланысты болады.

Осы бағдарламалық өнім ақпараттық оқытушы стандарттарына сәйкес құрастырылған.

Moodle жүйесінде курстардың 3 түрлі форматы бар: форум, құрылым (күнтізбеге сүйенбеген оқыту модульдері), күнтізбе (күнтізбеге сүйенген оқыту модульдері). Курстың құрамында еркін ресурстар саны болуы мүмкін (веб-беттер, кітаптар, файлдарға сілтемелер, каталогтар) және курстың интерактивті элементтерінің еркін саны. Осы элементтерге жататындар:

- *Wiki*, тура браузер терезесіндегі қарапайым белгі тілінің көмегімен бірнеше адамның бірігіп құжатты құруына мүмкіндік береді, яғни оның көмегімен оқытушылар (мұғалімдер), студенттер (тыңдаушылар) оның мазмұнын толықтыра, кеңейте және өзгерте отырып бірге жұмыс істеуіне болады. Материалдардың алдыңғы нұсқалары өшірілмейді және кез келген уақытта қайта қалпына келтірілуі мүмкін.

- *Глоссарий*. Оның көмегімен бағдарламада қолданылатын түсініктің негізгі сөздігі, сонымен қатар әр дәрістің негізгі терминдер сөздігі құралады.

- *Сауалнамалар*. Бұл элемент зерттеудің бірнеше тәсілін ұсынады, олар қашықтықтан жүргізілетін курстарда оқытуды бағалауда ынталандыруда пайдалы болуы мүмкін.

- *Тапсырмалар* оқытушыға тапсырмалар және орындалу мерзімін қоюға мүмкіндік береді, ол білім алушылардың жауапты электронды түрде дайындауды (кез келген қосымшада) және оны серверге жүктеуді талап етеді.

- *Пікір*. Оның қолданылатын жерлерінің бірі – білім алушылар арасында дауыс беруді жүргізу. Ол жылдам пікіртерін жүргізу үшін пайдалы болуы мүмкін.

- *Түсініктеме*. Бұл элемент мәтін мен графиканы курстың бастапқы бетіне орналастыруға мүмкіндік береді. Осындай жазбаның көмегімен қандайда бір тақырыптың немесе қолданылатын аспаптың мақсатын анықтауға мүмкіндік береді.

- *Сабақ (дәріс)* оқу материалын қызықты әрі икемді нысанда ұсынады. Ол беттер жиынтығынан тұрады. Әр бет сұрақпен аяқталады, оған білім алушы жауап беруі керек. Жауаптың дұрыстығына байланысты білім алушы келесі бетке көшеді немесе алдындағысына қайта оралады.

- *Форум*, жалпы, сонымен қатар жеке күйінде кез келген тақырыпта болады.

- *Чат*, онда тыңдаушылар оқытушы алдыға қойған кез келген проблеманы талқылай алады.

- *Семинар*.

- *Функционалды белгі*. Компьютерлік тестілеу жүйесінде іске асырылған қызметтер жиынтығын сипаттайды.

Moodle ортасының қызметтерін пайдаланудың кейбір мүмкіндіктерін және мазмұндық ерекшеліктерін қолдану – толығымен он-лайн курстар жасауға мүмкіндік береді. Дегенмен, негізінде ортаның жоғарыда сипатталған мүмкіндіктерден көп мүмкіндік беретініне назарларыңызды аударамыз, себебі Moodle қоғамдастығы әр уақытта осы әйгілі қашықтықтан оқыту ортасының қызметтерін толықтыру және мүмкіндіктерін кеңейту бойынша жұмыс жасайды.

Қазақстанның тәуелсіз мемлекет ретінде қалыптасуы орта білім беру жүйесінің дамуымен тығыз байланысты. Қай халықтың, қай ұлттың болсын толығып өсуіне, рухани әрі мәдени дамуына басты ықпал жасайтын тірегі де, түп қазығы да – мектеп. Ендеше қазақ мектептерінің білім деңгейін арттыру және онда ақпараттық технологияларды пайдалану арқылы оқу- тәрбие үрдісін тиісті деңгейге көтеру үшін

мектеп ұстаздарының, басшыларының, педагогикалық ұжымның жүйелі басшылыққа алатын бағыты болуы тиіс.

“Қазіргі заманда жастарға ақпараттық технологиямен байланысты әлемдік стандартқа сай мүдделі жаңа білім беру өте қажет” деп, Елбасы атап көрсеткендей, жас ұрпаққа білім беру жолында ақпараттық технологияны оқу үрдісінде оңтайландыру мен тиімділігін арттырудың маңызы өте зор.

1. Дистанционное обучение (опыт реализации в ВКГТУ); научное издание/ Г.М. Мутанов [и др.]; Мин-во образования и науки РК, Восточно-Каз. гос. техн. ун-т им. Д.Серикбаева. - Усть-Каменогорск: ВКГТУ, 2006.
2. Нұрбеков Б.Ж. Қашықтықтан оқыту бойынша оқушылардың кәсіби құзырлығын қалыптастырудың теориялық және әдіснамалық негіздері. П.ғ.д. үшін дайындалған дисс.авторефераты.-Алматы, 2010.-46б.
3. Бостанов Б.Ғ.; Усембаева С.А. Қашықтан оқыту жүйесінің педагогикалық аспаптық орталары, 4(40)2012, Хабаршы (Вестник) ҚазҰПУ Алматы, 2012 ж. 4-8б.
4. Баюк О.О. Математическое и программное обеспечение системы дистанционного обучения и контроля: автореф. дис. на соиск.учен.степ.канд.техн.наук // Рудный: [б.и.] 2010.

ӨОК 004: 005.57

**Ф.Р. Гусманова, М.А. Скиба**

## **АҚПАРАТТЫҚ ЖҮЙЕНІ ЖОБАЛАУ ӘДІСТЕРІ**

*(Алматы қ., Т.Рысқұлов атындағы ҚазЭУ)*

Мақалада ақпараттық жүйелердің өмір сүру циклдарының маңызы қарастырылады. Ақпараттық жүйелерді дайындау кезеңіне біраз мағлұматтар берілді. Осы кезеңдердің әрқайсысына жеке-жеке тоқталынып өтілді. Ақпараттық жүйені жобалаудың әдістерінің қандай топтарға жіктелетіні де мақалада ұсынылып отыр.

В статье рассматривается важность жизненных циклов информационных систем. Дана информация об этапах разработки информационных систем. Каждому этапу даны индивидуальные характеристики. Наряду с этим в статье указываются классификаторы методов проектирования информационных систем.

The importance of information system's life cycles is considered in the article. Information about steps of the information systems development was given. Each part has their individual descriptions. Method's classifications of the information system's project are specified along with the article.

*Түйін сөздер:* Ақпараттық жүйелер, ақпараттық жүйелердің өмір сүру циклдары, ақпараттық жүйелерді жобалау әдістерін топтастыру

*Ключевые слова:* Информационные системы, жизненные циклы информационных систем, классификаторы методов проектирования информационных систем.

*Keywords:* Information systems, life cycles of information systems, qualifiers of methods of design of information systems

Ақпаратты жүйені құрудың қажеттілігі бар ақпараттық үрдістерді автоматтандыру немесе жетілдіруге, немесе өндіріс қызметін түбегейлі өзгертуге негізделеді. Сонымен қатар, ақпараттық жүйені құру барысында қандай мақсатқа жету үшін жүйені дайындаудың қажеттілігін; қанша уақытта немесе қай уақытқа дейін дайындау қажет және жүйені жобалау үшін қажет шығынды көрсету керек.

Әр түрлі тәсілдерде ақпараттық жүйелерді дайындау бірдей болып келеді және келесі кезеңдерді қамтиды:

- жоспарлау және қойылатын талаптарға талдау жүргізу;
- жобалау;
- жүзеге асыру;
- ендіру;
- АЖ-ны қолдау.

Енді әрбір кезеңін жеке-жеке қарастырайық.

Жоспарлау және қойылатын талаптарға талдау жүргізу: бұл жерде алдымен қолданыста бар және құрылатын ақпараттық жүйелерді зерттеп, талдау жүргізу қажет. Техникалық-экономикалық негіздеме мен АЖ дайындау үшін қойылатын техникалық тапсырмаларға талдау жүргізіледі.

Жаңа ақпараттық жүйенің қажеттілігін айқындау, қолданыста бар ақпараттық жүйелердің барлық кемшіліктерін жою немесе концепция дайындау; ақпараттық жүйелерді жобалаудың бағытын таңдау және экономикалық біртұтастығын анықтау жоспарлау және қойылатын талаптар үрдісінің негізгі мақсаты болып табылады.

Ақпараттық жүйені жүйелі талдау қарастырылатын экономикалық нысанның қойылатын талаптарға сәйкестігін сипаттау мен қызмет етуін талдаудан басталады. Осы кезеңнің нәтижесінде қолданыста бар ақпараттық жүйелердің барлық кемшіліктері айқындалады да осының негізінде нысанды басқару жүйесін жетілдіру қажеттігі туындап, басқарудың белгілі бір функциясын автоматтандыру қажеттілігін анықтаудың экономикалық негізделген есебі қойылады, яғни жобаның техникалық-экономикалық негізделуі құрылады.

Осы қажеттілік анықталғаннан кейін программалық-техникалық ортаны таңдау негізінде нысанды жетілдіру бағытын таңдау мәселесі пайда болады. Нәтижесі жобаның техникалық тапсырмасы ретінде безендіріледі. Бұл жерде ақпараттық жүйелерге қойылатын талаптар мен техникалық шарттар және жобалауға жұмсалатын ресурстардың шектеулері анықталады.

Көбінесе ақпаратты дайындаудың екінші және үшінші кезеңдерін ақпараттық жүйені техникалық жұмысты жобалау деп аталатын кезеңдерге біріктіреді. Автоматталатын функциялардың құрамының және қамтамасыз ететін ішкі жүйенің қалыптастырылған талаптарға сәйкестігі мен ақпараттық жүйенің техникалық жобасын безендірілу қарастырылады. Сонымен қатар, программаны дайындау және орнату, мәліметтер қорын толықтыру, қызметкерлер үшін жұмыс нұсқаулығын дайындау, жұмыс жобасын безендіру де осы кезеңде атқарылады.

Бұл кезеңде орындалатын функцияның құрылымын бейнелейтін ақпараттық жүйенің функционалдық сәулетін, ақпараттық жүйенің таңдалынған нұсқасының жүйелі сәулетін, яғни ішкі жүйелерді қамтамасыз ететін құрамын дайындауды және жобаның жүзеге асырылуын орындауды талап етеді.

Ақпараттық жүйенің функционалдық сәулетін құрушы кезең келесі атқарылатын қызметтердің мәселелері мен сапасын автоматтандырылған түрде анықтау тұрғысынан қарағанда жауапкершілығы көп кезең болып табылады.

Ақпараттық жүйенің функционалдық сәулетінің негізінде оның жүйелі сәулетін құру ақпараттық, техникалық, программалық қамсыздандырудың және қамтамасыз ететін басқа ішкі жүйелердің элементтері мен модульдерін ерекшелеуді білдіреді,

ерекшеленген элементтермен ақпаратты өңдеу технологиясын дайындау арасындағы ақпараттар және басқару бойынша байланысты анықтайды.

Құрылымдау кезеңі пайдаланушыларға нұсқаулықтарды және мәліметтер қорын толықтыруды қарастыра отырып, ақпараттық қамсыздандыруды құратын программаларды дайындауды қамтиды.

Ендіру кезеңі тәжірибелі ендіру және өндірістік ендіру кезеңдерінен өтеді. Ақпараттық жүйенің ішкі жүйелерін кешенді түрде тексеру, экономикалық нысанның бөлімшелері бойынша қызметкерлерді оқыту, ақпараттық жүйені біртіндеп енгізу, ақпараттық жүйелерді сынақтан өткізудің қабылдау-өткізу туралы актысын безендіру мәселелері шешіледі.

Тәжірибелі ендіру жобаның элементтері мен модульдерінің жұмысқа қабілеттілігін тексеру, элементтер деңгейінде қателерді жою және олардың арасындағы байланыстарды қадағалау, сондай-ақ қызметкерлерді оқытуды қамтиды.

Ал, өндірістік ендіру функциялар мен олардың жүйелі талдау кезеңінде дайындалған талаптарына сәйкестігін бақылау деңгейінде жобаны тексеру ұйымдастырылады.

Ақпараттық жүйені қолдау кезеңінде жүйе жобасын жүзеге асыру мен жетілдіру кезеңдері орындалады. Ақпараттық жүйенің атқарылатын қызметі туралы жарнама беру және статистикалық мәліметтерді, қателер мен істелінбей қалған кемшіліктерді жою, ақпараттық жүйелердің жетілдіруіне қойылатын талаптарды безендіру және оларды орындау осы кезеңде орындалады.

Ақпараттық жүйе технологиясының негізін оның бар болуын, негізгі технологиялық ерекшеліктерін анықтайтын әдіснама құрайды. Жобалау әдіснамасы қандай да бір концепцияны, жобалау әдістерінің жиынтығымен жүзеге асыратын жобалау принциптерінен тұрады. Көрсетілген жобалау принциптері өз алдына қандай да бір жобалау ортасын қолдау қажет. Жобалауды ұйымдастыру ақпараттық жүйе жобасын құру үрдісінде жобалаушылардың өзара әрекеттесу және тапсырыс берушілермен өзара әрекеттесу әдісін анықтауды қамтамасыз етеді.

Ақпараттық жүйені жобалаудың әдістері автоматтандыру ортасын пайдалану, типтік жобалық шешім, ұсынылатын өзгерістерге түбегейлілік дәрежесі бойынша жіктеледі.

Жобалаудың әдістерін автоматтандыру дәрежесі бойынша жобалау әдістері мына жіктеулерге бөлінеді:

- ақпараттық жүйенің компоненттерін жобалау арнайы инструменталдық программалық ортаны пайдаланбай, алгоритмдік тілде программалаудың көмегімен жүзеге асырылатын қолмен жобалау;

- арнайы инструменталдық программалық ортаны пайдалану негізінде жобалық шешімге генерация немесе конфигурация жүргізетін компьютерлік жобалау.

Типтік жобалық шешімді пайдалану дәрежесі бойынша жобалау әдістері мына жіктеулерге бөлінеді:

- ақпараттық жүйелерге қойылатын талаптарға сәйкес жобалық шешім жаңадан дайындалатын түпнұсқалық жобалау;

- дайын типтік жобалау шешімінің негізінде ақпараттық жүйені жаңарту нәтижесінде алынатын типтік жобалау.

Көрсетілген бірінші жіктеу жобалау жұмысының барлық түрі жобаның әрбір нысаны үшін түпнұсқалық жобаны құруға бағытталған жоба жұмысының барлық түрімен сипатталады. Ол өз алдына оның барлық ерекшеліктерін мүмкіндігінше толығырақ бейнелейді.

Екінші топ түпнұсқалық жобалауды дайындаудан алынған тәжірибе негізінде орындалады. Типтік жобалар тәжірибелерді біріктіру ретінде ұйымдастыру-

экономикалық немесе жұмыс түрлерінің қандай да бір топтары үшін әрбір нақты жағдайда арнайы ерекшеліктерімен байланысты және орындайтын жұмыстар мен дайындайтын жоба құжаттамаларын басқару функциясының қабілеттілік деңгейі бойынша ажыратады.

Жоба шешімінің түбегейлілік дәрежесі бойынша жобалау әдістері келесі жіктемелерге бөлінеді:

- жоба шешімі сәйкес компоненттерін өңдеу жолымен түбегейлі орындалатын кезең, яғни программалық модульдерді қайтадан программалау, қайта құру;
- жобалық шешім өзгерілетін параметрлерге сәйкес бағытталатын, параметрлеу;
- жобалық шешімдер қайтадан автоматты түрде генерацияланатын, модельді қайтадан құрылымдау.

Жобалау әдістеріндегі жіктелудің әр түрлі белгілерінің байланыстыру ақпараттық жүйені жобалаудың пайдаланылудағы технологиясының сипаттамасын негіздейді. Олардың ішінде екі негізгі топты ерекше айтуға болады: канондық және индустриялық технологиялар. Жобалаудың индустриялық технологиясы өз алдына келесі ішкі топтарға бөлінеді: Case технологияның көмегімен автоматталған және параметрлік-бағдарланған немесе модельдік бағдарланған типтік жобалау. Жобалаудың индустриялық технологиясы дербес жағдайларда канондық технологияны пайдаланады.

Сонымен жобалау технологиясының топтары: канондық жобалау; автоматтандырылған жобалау; типтік жобалау. Канондық жобалау өзге екі жобалауға қарағанда автоматтандыру дәрежесі жоқ.

Жобалау ортасы өзінің тобында жобалау нысанына инвариантты болуы; ақпараттық жүйенің бар болу циклының барлық кезеңдерін бірге қамтуы; техникалық, программалық және ақпараттық үйлесімді болуы; меңгеруде және қолдануда қарапайым болуы; экономикалық біртұтас болуы керек.

Ақпараттық жүйені жобалау ортасын екі класқа бөлуге болады: ЭЕМ пайдаланбай және ЭЕМ пайдалану арқылы жобалау.

Бірінші жағдай ақпараттық жүйені жобалаудың барлық кезеңдерінде қолданылады. Жіктеудің бірыңғай жүйесі, ақпаратты кодтау, құжаттамалардың реттелген жүйесі, ақпараттар ағынын сипаттаудың моделі мен оны талдау және т.б. барлығы осы жағдайға қатысты.

Екінші жағдайда жобалау ортасын ақпараттық жүйелерді жобалау үрдісінің жеке кезеңдеріне қолдануға және сондай-ақ, барлық кезеңдеріне қолдануға болады. Демек, жүйе жобасының элементтерін дайындауды, жүйе жобасының бөлімдерін, жүйе жобасын толығымен қолдайды.

Осы жағдайдағы жобалау ортасының барлық жиыны келесі ішкі топтарға бөлінеді:

- ақпаратты өңдеу амалдарын жобалауды қолдайтын операциялық орта;
- ақпараттық жүйелердің кейбір компоненттерін жобалауды қолдайтын орта;
- ақпараттық жүйе жобасының бөлімін жобалауды қолдайтын орта;
- жобалау үрдісінің кезеңдеріндегі жобаны дайындауды қолдайтын орта.

Ақпаратты өңдеу амалдарын жобалауды қолдайтын операциялық ортаға алгоритмдік тілдер, стандартты ішкі программалар мен нысандар класының кітапханасы, макрогенераторлар, мәліметтерді өңдеудің типтік операциялар программаларының генераторларын және т.б. жатқызуға болады.

Ақпараттық жүйелердің кейбір компоненттерін жобалауды қолдайтын ортаға мәліметтер қорын басқару жүйесін, кестелік процессорларды, сараптама жүйелерінің қабықшаларын, графикалық редакторларды, мәтіндік редакторларды және т.б. жатқызуға болады.

Ақпараттық жүйе жобасының бөлімін жобалауды қолдайтын орта ақпараттық жүйе жобасының бөлімдерін жобалауды қолдайды.

Жобалау үрдісінің кезеңдеріндегі жобаны дайындауды қолдайтын ортаға ақпараттық жүйені жобалаудың автоматтандыру ортасын қолдайды.

1. Шынасылова С.С., Шынасылов Ш.Ж., Гусманова Ф.Р. Ақпараттық технологияны жобалау жүйесі // Материалы научно-практической конференции, посвященной 50-летию КазЭУ имени Т.Рыскулова «Математическое моделирование, информационные технологии и экологические аспекты устойчивого развития экономики Казахстана», 26-30 ноября 2012г. 213-215 бб.
2. Смирнова Г.Н., Сорокин А.А., Тельнов Ю.В. Проектирование экономических информационных систем. М.: Финансы и статистика, 2003
3. Информационные системы и технологии / под ред. Ю.Ф. Тельнова. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2012. -303с.

№УДК 539.3

**А.Н. Дадаева**

### **АЛГОРИТМ ЧИСЛЕННОЙ РЕАЛИЗАЦИИ РЕШЕНИЯ ГРАНИЧНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ НЕСВЯЗАННОЙ ЗАДАЧИ ТЕРМОУПРУГОСТИ**

*(г.Алматы, КазНТУ имени К.И.Сатпаева)*

Мақалада шекаралық интегралды тендеулер әдісінің (ШИТӘ) сандық жүзеге асуының алгоритмі термосерпімділіктің шектік байлаусыз есебінің шешімі үшін әзірленген. Осы есептің ШИТ-і бұрын алынған. Алгоритм текше сплайнды облыс шекарасын интерполяциялауға, температураның құрама -тұрақты интерполяциясына және серпімділік жылжу потенциалының тығыздығына негізделген.

Көлемдік температура потенциалдарын сандық интегралдау Гаусс және Лагерр квадратура формулалары арқылы жолақтар бойынша жүргізіледі сонымен қатар шекараны анықтау үшін форманың квадраттық функциялары пайдаланылады. Алынған сызықты алгебралық тендеулер жүйелері Гаусс әдісімен шешіледі. Сипатталған алгоритмдерді тестілеу дөңгелек ойықпен әлсіздендірілген жазықтықтағы температура туралы есепті шешумен жүргізілген.

В настоящей статье разработан алгоритм численной реализации метода граничных интегральных уравнений (МГИУ) для решения краевой несвязанной задачи термоупругости. ГИУ этой задачи ранее получены. Алгоритм основан на интерполировании границы области кубическими сплайнами, кусочно-постоянной интерполяции температуры и плотности потенциала упругих перемещений. Численное интегрирование объемных температурных потенциалов проводится по квадратурным формулам Гаусса и Лагерра по зонам, для задания границ которых используются квадратичные функции формы. Полученные системы линейных алгебраических уравнений решаются методом последовательных исключений Гаусса. Тестирование описанного алгоритма проведено на решении задач о температурном поле на плоскости, ослабленной круговым отверстием.

In the present article the algorithm of numerical realization of the Method Boundary Integrated Equations (MBIE) for the solution of a boundary value problem of

thermoelasticity is developed. BIE of this problem earlier are received. The algorithm is based on interpolating of boundary domain by cubic splines, piecewise and continuous interpolation of temperature and density of potential of elastic displacements. Numerical integration of volume temperature potentials is carried out on quadrature formulas of Gauss and Laguerre on zones. For task of boundary of zones the square functions of a form are used. The received systems of the linear algebraic equations decide by a method of consecutive exceptions of Gauss. On the solution of problem on a temperature field on the plane about a circular hole are tested discribed algorithm.

*Түйін сөздер:* байлаусыз термосерпімділік, шекаралық интегралды тендеулер әдісі, текше сплайндар, жылжулар және серпімді орта.

*Ключевые слова:* несвязанная термоупругость, метод граничных интегральных уравнений, кубические сплайны, смещения и напряжения упругой среды.

*Keywords:* uncouple thermoelasticity, method boundary integrated equations, cubic splines displacements and stresses of elastic medium.

## 1. Алгоритм решения граничного интегрального уравнения температурного поля

Общая схема численного решения нестационарной плоской задачи в сочетании с преобразованием Лапласа состоит из четырех этапов:

1. интерполяция граничного контура;
2. решение ГИУ в пространстве изображений для заданной последовательности значений параметра преобразования;
3. вычисление трансформант смещений и напряжений;
4. численное обращение преобразования Лапласа.

На первом этапе для интерполяции граничного контура использовался периодический кубический сплайн. Зададим на контуре  $S$  систему из  $(N + 1)$ - точки:

$$y^{(n)} = (y_1^{(n)}, y_2^{(n)}), \quad n = 1, 2, \dots, N + 1,$$

которые называются узловыми. Первая и последняя  $(N + 1)$  точки совпадают:  $y^{(1)} = y^{(N+1)}$ . Узловые точки делят границу контура  $S$  на  $N$  - граничных элементов. За переменную интерполяции принимаем длину ломанной  $l$ , последовательно соединяющую узловые точки контура  $S$ .

Сплайн интерполирующий каждую из координат, имеет вид:

$$y_i(l) = y_i^{(n)} + (l - l_n)b_i^{(n)} + (l - l_n)^2 c_i^{(n)} + (l - l_n)^3 d_i^{(n)}, \quad (1)$$

$$l_n \leq l \leq l_{n+1}, \quad n = 1, 2, \dots, N, \quad i = 1, 2$$

Коэффициенты  $b_i^{(n)}$ ,  $c_i^{(n)}$ ,  $d_i^{(n)}$  определяются из условий, что интерполяционный сплайн (1) имеет в узловых точках непрерывную первую производную.

При программной реализации для вычисления коэффициентов сплайна используется модификация программы SPLINE [1]. Интерполированный контур будем обозначать той же буквой  $S$ . Часть  $S$  между точками  $y^{(n)}$  и  $y^{(n+1)}$  обозначим через  $\Delta S_n$  и будем говорить о нем как об  $n$  - том граничном элементе с размером, равным  $l_{n+1} - l_n$ .

Далее на каждом из граничных элементов определяется центральная точка:

$$x^n = (x_1^{(n)}, x_2^{(n)}), \quad x_i^{(n)} = y_i \left( \frac{l_n + l_{n+1}}{2} \right), \quad n = 1, 2, \dots, N,$$

которая называется опорной.

Выбранный метод интерполяции контура сплайном хорош тем, что интерполированный контур будет гладким, т.е. в каждой точке можно провести

единственную касательную. Интерполированный контур с хорошей точностью при относительно грубой сетке узловых точек приближает исходный контур.

Второй этап алгоритма – решение ГИУ теплопроводности можно представить в виде суммы интегралов по граничным элементам  $\Delta S_n^m$ :

$$\frac{1}{2} \bar{\theta}(x, p) - \sum_{m=1}^N \int_{\Delta S_m} \bar{K}(x, y, p) \bar{\theta}(y, p) ds(y) = \bar{f}(x, y, p), \quad (2)$$

где  $\bar{K}(x, y, p) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{p/k} K_1(r\sqrt{p/k}) \frac{\partial r}{\partial n(y)}$ ,  $x \in S$ ,

$$\bar{f}(x, y, p) = \frac{1}{2\pi} \int_S K_0(r\sqrt{p/k}) \bar{q}(y, p) ds(y),$$

$\frac{\partial r}{\partial n(y)}$  - производная по нормали от  $r$  по переменной  $y$ .

Для численной реализации ГИУ теплопроводности используем схему с кусочно-постоянной интерполяцией температуры  $\bar{\theta}(y, p)$ . Пусть  $\bar{\theta}(y, p)$  - постоянна в пределах каждого граничного элемента  $\Delta S_n$ :  $\bar{\theta}(y, p) \equiv \bar{\theta}(m)$ ,  $y \in \Delta S_m$ ,  $m = 1, \dots, N$ .

Тогда уравнение (2) можно представить в виде:

$$\frac{1}{2} \bar{\theta}(x, p) - \sum_{m=1}^N \bar{\theta}(x^m, p) \int_{\Delta S_m} \bar{K}(x, y, p) ds(y) = \bar{f}(x, y, p), \quad x \in S \quad (3)$$

При  $x = x^{(n)}$  уравнение (3) имеет вид:

$$\frac{1}{2} \bar{\theta}(x^n, p) - \sum_{m=1}^N \Delta K^{nm} \bar{\theta}(x^m, p) = \bar{f}(x^n, y, p), \quad x \in S, \quad (4)$$

где  $\Delta K^{nm} = \int_{\Delta S_m} \bar{K}(x^n, y, p) ds(y)$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$ .

Уравнение (4) можно записать в матричном виде:

$$\sum_{m=1}^N \bar{A}^{nm} \bar{\theta}^m = \bar{F}^n, \quad \text{где } \bar{A}^{nm} = \begin{cases} \frac{1}{2} - \Delta K^{nm}, & \text{при } n = m \\ \Delta K^{nm} & \text{при } n \neq m. \end{cases} \quad (5)$$

Обусловленность матрицы  $\bar{A}^{nm}$  зависит от параметра преобразования Лапласа  $p$ . Чем больше действительное значение  $p$ , тем лучше она обусловлена в силу экспоненциального убывания функции Макдональда, при  $p \rightarrow \infty$  [2].

Систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) (5) решаем методом исключений Гаусса. Таким образом, после решения системы (5) находим значение трансформанты температуры  $\bar{\theta}(x, p)$  на границе области  $S$ . Поставляем эти значения в соотношение для определения температурного поля:

$$\bar{\theta}(x, p) = \sum_{m=1}^N \int_{\Delta S_m} \bar{g}_1(x, y, p) ds(y) + \sum_{m=1}^N \int_{\Delta S_m} \bar{g}_2(x, y, p) ds(y), \quad (6)$$

где  $\bar{g}_1(x, y, p) = \frac{1}{2\pi} K_0(r\sqrt{p/k}) \bar{q}(y, p)$ ,  $\bar{g}_2(x, y, p) = \frac{1}{2\pi} K_1(r\sqrt{p/k}) \bar{\theta}(y, p) \frac{\partial r}{\partial n(y)}$ .

Для тестирования описанного алгоритма была выбрана задача о температурном поле на плоскости, ослабленной круговым отверстием, при заданном на границе тепловом потоке.

Пусть  $R$  - радиус отверстия, на границе которого действует тепловой поток:

$$\frac{\partial \theta(x, t)}{\partial n} = q(x, t) = -\theta_0 H(t) \quad (7)$$

где  $\theta_0$  - некоторая характеристическая константа, имеющая размерность температуры,

а  $H(t)$  - Функция Хевисайда:  $H(t) = \begin{cases} 0, & \text{при } t < 0 \\ 1, & \text{при } t \geq 0. \end{cases}$

После применения преобразования Лапласа по времени  $t$ , граничное условие примет вид (в полярной системе координат  $r, \varphi$ ):

$$\frac{\partial \bar{\theta}(x, p)}{\partial n} = -\theta_0 \frac{1}{p}, \quad \text{при } r = R \quad (8)$$

Из-за симметрии все характеристики не зависят от угла  $\varphi$ .

Решение задачи теплопроводности известно [3].

$$\bar{\theta}(x, p) = \bar{A}(p) K_0(r\sqrt{p/k}), \quad (9)$$

где константу  $\bar{A}(p)$  - находим из граничного условия (8)

$$\bar{A}(p) = -\frac{\theta_0}{p\sqrt{p/k} K_1(R\sqrt{p/k})}, \quad \text{тогда } \bar{\theta}(x, p) = -\theta_0 \frac{K_0(r\sqrt{p/k})}{p\sqrt{p/k} K_1(R\sqrt{p/k})} \quad (10)$$

На границе области  $S$  температура имеет вид:

$$\bar{\theta}(x, p) = -\theta_0 \frac{K_0(R\sqrt{p/k})}{p\sqrt{p/k} K_1(R\sqrt{p/k})}, \quad \text{при } r = R. \quad (11)$$

В таблице 1 приведены значения температуры  $\bar{\theta}(x, p)$  при различных значениях параметра  $p$  и значения относительной погрешности в процентах  $\mathcal{E}(\%)$ . Из таблицы 1 видно, что при увеличении количества граничных элементов  $N$ , относительная погрешность  $\mathcal{E}$  уменьшается.

## 2. Методы вычисления объемных термоупругих потенциалов

На третьем этапе алгоритма определяются трансформанты смещений и напряжений. Сравнение аналитического и численного значения трансформант температурного поля при различных значениях параметра преобразования Лапласа термоупругих смещений и напряжений. Основной этого этапа является вычисление объемных интегралов уравнений вида [4]:

$$\begin{aligned} \bar{u}_i^r(x, p) = & -\beta \left[ \int_S \bar{U}_{ij}(x, y, p) n_j(y) \bar{\theta}(y, p) ds(y) + \right. \\ & \left. + \frac{p}{2\pi c_1^3} \int_{S^-} \bar{\theta}(y, p) K_1\left(\frac{pr}{c_1}\right) \frac{\partial r}{\partial y_i} d\nu(y) \right], \quad x \in S \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{ij}^r(x, p) = & -\beta \left[ \int_S (\bar{\theta}(y, p) - \bar{\theta}(x, p)) \bar{S}_{ij}^k(x, y, p) n_k(y) ds(y) - \right. \\ & \left. - \int_{S^-} [\bar{\theta}(y, p) - \bar{\theta}(x, p)] \bar{F}_{ij}^1(x, y, p) d\nu(y) + 2\bar{\theta}(x, p) \bar{F}_{ij}^2 \right] \end{aligned} \quad (13)$$

$$\bar{F}_{ij}^1(x, y, p) = \frac{p}{2\pi} \left[ -\frac{p^2}{c_1^2} K_2\left(\frac{pr}{c_1}\right) \left( \delta_{ij} \left(1 - 2\frac{c_2^2}{c_1^2}\right) + 2\frac{c_2^2}{c_1^2} r_i r_j \right) + \frac{2p}{c_1 r} \left(1 - \frac{c_2^2}{c_1^2}\right) \delta_{ij} K_1\left(\frac{pr}{c_1}\right) \right],$$

где  $\bar{F}_{ij}^2 = 2\left(\frac{c_2^2}{c_1^2} - 1\right) \delta_{ij}$ ,  $\bar{U}_{ij}(x, y, p)$  - тензор фундаментальных смещений,

$\bar{S}_{ij}^k(x, y, p)$  - тензор фундаментальных напряжений,  $K_n\left(\frac{pr}{c_1}\right)$  - модифицированные

функции Бесселя второго рода  $n$ -го порядка.

Для численной реализации объемных интегралов область  $S^-$ , разбивается на зоны I, 2, 3, 4, 5 ..., и проводится численное интегрирование по каждой зоне.

Отступая от границы  $S$  на величину равную наибольшей из длин граничных элементов, обозначим крайние точки, принадлежащие оси  $y_1$  через  $a_1$ ,  $a_2$ , а крайние точки на оси  $y_2$  через  $b_1$ ,  $b_2$ . Через эти точки проводим прямые, которые разбивают область  $S^-$  на зоны.

Внутри четырехугольника (зона 5) граничная поверхность  $S$  аппроксимируется совокупностью  $\{S_n\}$  конечного числа восьмиузловых четырехугольных элементов. Декартовы координаты  $y_i$  произвольной точки плоского элемента  $S_n$  параметрический, выражаются через координаты узловых точек этого элемента и функции формы от локальных координат [5]:

$$y_i(\xi) = \sum_{k=1}^8 N^k(\xi) y_i^{k,n}, \quad \xi = (\xi_1, \xi_2), \quad |\xi_\beta| \leq 1, \quad \beta = 1, 2,$$

где  $n$  - номер плоского элемента,  $k$  - локальный номер узла в  $n$ -том элементе,

$N^k(\xi)$ , ( $k = 1, 8$ ) - функция формы плоского элемента:

$$N^1(\xi) = -\frac{1}{4}(1 - \xi_1)(1 - \xi_2)(\xi_1 + \xi_2 + 1), \quad N^2(\xi) = \frac{1}{4}(1 + \xi_1)(1 - \xi_2)(\xi_1 - \xi_2 + 1),$$

$$N^3(\xi) = \frac{1}{4}(1 + \xi_1)(1 + \xi_2)(\xi_1 + \xi_2 - 1), \quad N^4(\xi) = -\frac{1}{4}(1 - \xi_1)(1 - \xi_2)(\xi_1 - \xi_2 + 1),$$

$$N^5(\xi) = \frac{1}{2}(1 - \xi_1^2)(1 - \xi_2), \quad N^6(\xi) = \frac{1}{2}(1 - \xi_2^2)(1 + \xi_1),$$

$$N^7(\xi) = \frac{1}{2}(1 - \xi_2^2)(1 + \xi_2), \quad N^8(\xi) = \frac{1}{2}(1 - \xi_1^2)(1 - \xi_1).$$

При таком параметрическом представлении поверхности, элемент площади определяется следующим образом:

$$d_y S = I(\xi) d\xi, \quad I(\xi) \text{ - якобиан преобразования.}$$

Следующие зоны будем рассматривать попарно: 2 и 4, 1 и 3.

Обозначим через  $I_1$ ,  $I_2$ , соответствующие интегралы по этим зонам.

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_{-\infty}^{b_1} dy_2 \int_{a_1}^{a_2} f(y_1, y_2) dy_1 + \int_{b_2}^{+\infty} dy_2 \int_{a_1}^{a_2} f(y_1, y_2) dy_1 = \\ &= \int_{b_2}^{+\infty} dy_2 \int_{a_1}^{a_2} [f(y_1 - y_2) + f(y_1, y_2)] dy_1 = \\ &= \int_0^{+\infty} dy_2 \int_{a_1}^{a_2} [f(y_1, -y_2 - b_2) + f(y_1, y_2 + b_2)] dy_1 \end{aligned} \quad (14)$$

где  $f(y_1, y_2)$  - функция, стоящая под знаком объемного интеграла уравнения (12), (13). Используя квадратную формулу Легерра на интервале  $[0, \infty)$  и на отрезке  $[a_1, a_2]$  - квадратурную Формулу Гаусса, имеем:

$$I_1 \approx \sum_{i=1}^N v_i \theta^{y_i^j} \sum_{j=1}^M a_2 \omega_j [f(y_1^j, -y_2^i - b_2) + f(y_1^j, y_2^i + b_2)], \quad (15)$$

$y_1^j = a_2 \xi_j$ ,  $\xi_j$  - узлы Лежандра,  $y_1^i = \xi_i$  - узлы Легерра,

$v_i$  - веса Лагерра,  $\omega_j$  - веса Лежандра,

$N$  - порядок квадратурной формулы Легерра,  $M$  - порядок квадратурной формулы Гаусса.

При интегрировании по полуплоскостям (зоны  $I, 3$ ), необходимо вычислить следующие интегралы-

$$\begin{aligned} I_2 &= \int_{-\infty}^{+\infty} dy_2 \int_{-\infty}^{a_1} f(y_1, y_2) dy_1 + \int_{-\infty}^{+\infty} dy_2 \int_{a_2}^{+\infty} f(y_1, y_2) dy_1 = \\ &= \int_0^{+\infty} dy_2 \int_0^{+\infty} [f(-y_1 - a_2, y_2) + f(-y_1 - a_2, -y_2)] dy_1 + \\ &+ \int_0^{+\infty} dy_2 \int_0^{+\infty} [f(y_1 + a_2, -y_2) + f(y_1 + a_2, y_2)] dy_1. \end{aligned} \quad (16)$$

Используя квадратурные формулы Гаусса, получим

$$\begin{aligned} I_2 &\approx \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \int_{(n-1)h}^{nh} dy_1 \int_{(m-1)h}^{mh} [f(-y_1 - a_2, y_2) + f(-y_1 - a_2, -y_2)] dy_2 + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \int_{(n-1)h}^{nh} dy_1 \int_{(m-1)h}^{mh} [f(y_1 + a_2, -y_2) + f(y_1 + a_2, y_2)] dy_2 \approx \\ &\approx \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{h}{2} \frac{h}{2} \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^k \omega_j \omega_i [f(-y_1^j - a_2, y_2^i) + f(-y_1^j - a_2, -y_2^i)] + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{h}{2} \frac{h}{2} \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^k \omega_j \omega_i [f(y_1^j + a_2, -y_2^i) + f(y_1^j + a_2, y_2^i)], \end{aligned} \quad (17)$$

где  $y_1^j = \frac{h}{2} \xi_j + \frac{1}{2}(2n-1)h$ ,  $y_2^i = \frac{h}{2} \xi_i + \frac{1}{2}(2m-1)h$ ,  $\xi_i, \xi_j$  - узлы Лежандра,  $\omega_i, \omega_j$  - веса Лежандра,  $k$  - порядок квадратурной формулы Лежандра.

Интегралы по полубесконечным областям заменяются на интегралы по достаточно большому интервалу, которые разбиваются на подинтервалы. Численное интегрирование показало, что длину подинтервала можно выбрать равной  $h = 0.2$ , а количество подинтервалов  $N = M = 60$  на каждой из координатных осей  $y_1, y_2$ .

Окончательно, суммируя значения по всем зонам, получим численное значение объемного интеграла.

На созданном пакете программ для расчета объемного интеграла проведены тестовые расчеты, когда в качестве ядра взята функция простого вида:  $f(\bar{x}, y, p) = \exp(-pR)$ . Окончательная погрешность не превышает  $\varepsilon = 0.006$  (%).

### 3. Численное обращение преобразования Лапласа

В настоящее время существует большое количество методов численного обращения преобразования Лапласа, краткий обзор которых приведен в [6]. Все они основаны на возможности восстановления функции – оригинала через значения функции-трансформанты и ее производных при определенных дискретных значениях параметра преобразования. В методе ГИУ трансформанты характеристик НДС определяются численно в каждой точке упругой среды, то на выбор метода обращения накладывается ограничения. Во-первых, метод должен охватывать широкий класс функций; во-вторых, в методе должны использоваться значения только самой трансформанты, но не ее производных; в-третьих, метод должен давать удовлетворительную точность при использовании возможно меньшего числа значений трансформанты. Третье ограничение хотя и носит технический характер – ограниченность времени на ЭВМ, но является существенным.

Одним из методов, удовлетворяющих высказанным требованиям, является метод предложенный А. Papoulis'ом. В работе [7] изложены основные положения этого метода. Значения оригинала  $f(t)$  ищем в виде:

$$f(t) = \sum_{m=1}^{\infty} c_m \sin[(2m-1)\arccos \exp(-bt)], \quad c_m = \frac{4b}{\pi} \sum_{n=1}^m 4^{n-1} H_{mn} \bar{f}[(2n-1)b], \quad (18)$$

где  $b$  - положительная переменная,  $H_{mn}$  - элементы треугольной матрицы, определяемой соотношением:  $H_{mn} = (-1)^{m+n} G_{mn}$ ,

$$G_{m1} = G_{mm} = 1, \quad n = 1, 2, \dots, \quad G_{mn} = G_{m-1,n} + \sum_{j=2}^m G_{j-1,n-1}, \quad m = 2, 3, \dots; \quad n = 2, 3, \dots, m.$$

Так как трансформанта задается с некоторой погрешностью, то суммирование ряда (18) есть суммирование ряда Фурье с приближенно заданными коэффициентами, что является некорректной задачей [8].

Поэтому в ряд (18) вводится регуляризирующий множитель  $[I + \delta(2m-1)^2]^{-1}$ , где  $\delta$  - малое положительное число:

$$f(t) \cong \sum_{m=1}^M \frac{c_m}{1 + \delta(2m-1)^2} \sin[(2m-1)\arccos \exp(-bt)] \quad (19)$$

На практике ряд (18) обрывают оставляя  $M$  членов.

Схема Папулиса обладает двумя особенностями:

1. трансформанта  $\bar{f}(p)$  вычисляется при действительных значениях параметра  $p = p_n = (2n-1)b$ ,  $n = 1, 2, \dots, M$ ;

2. с увеличением числа  $M$  нет необходимости заново пересчитывать все значения трансформанты, определенные перед увеличением  $M$  значения используются и в случае большого  $M$ . Выбор конкретных параметров  $b, \delta, M$  является трудоемкой задачей и осуществляется только практически. С увеличением  $M$ , казалось бы, будет уменьшаться погрешность в определении оригинала, однако, начиная с некоторого значения  $M$ , она стремительно увеличивается. Согласно расчетам на тестовых примерах дают следующие диапазоны величин:

$$b = 0.1 - 0.3, \quad M = 9 - 15, \quad \delta = 10^{-3} - 10^{-2}.$$

Схема Папулиса хорошо описывает поведение восстанавливаемой функции при малых временах (если эта функция гладкая), ее можно применять для восстановления функции, которые относительно медленно меняют свои значения и стремятся к константе с ростом времени, последнее характерно для температурных полей.

Таблица 1.

| $P$ | $R$  | $\bar{\theta}(x, p)$<br>(аналит.) | $N = 12$<br>$\bar{\theta}(x, p)$<br>(числен.) | $\varepsilon \%$ | $N = 36$<br>$\bar{\theta}(x, p)$<br>(числен.) | $\varepsilon \%$ |
|-----|------|-----------------------------------|-----------------------------------------------|------------------|-----------------------------------------------|------------------|
| 0.1 | I. 0 | -14.5522                          | -14.1447                                      | 2.88             | -14.4169                                      | 0.92             |
|     | I. 5 | -10.6406                          | -10.6663                                      | 0.20             | -10.6406                                      | 0.00             |
|     | 2.0  | -8.0954                           | -8.0949                                       | 0.006            | -8.0955                                       | 0.00             |
|     | 4.0  | -3.2050                           | -3.2044                                       | 0.02             | -3.2050                                       | 0.00             |
| 0.5 | 1.0  | -1.7847                           | -1.6930                                       | 5.41             | -1.7541                                       | 1.74             |
|     | 1.5  | -1.0556                           | -1.0589                                       | 0.30             | -1.0556                                       | 0.00             |
|     | 2.0  | -0.6535                           | -0.6534                                       | 0.004            | -0.6534                                       | 0.00             |
|     | 4.0  | -0.1158                           | -0.1158                                       | 0.02             | -0.1158                                       | 0.00             |
| 1.0 | 1.0  | -0.6995                           | -0.6499                                       | 7.62             | -0.6829                                       | 2.42             |
|     | 1.5  | -0.3552                           | -0.3565                                       | 0.36             | -0.3552                                       | 0.00             |
|     | 2.0  | -0.1892                           | -0.1892                                       | 0.00             | -0.1892                                       | 0.00             |
|     | 4.0  | -0.0185                           | -0.0185                                       | 0.02             | -0.0185                                       | 0.00             |
| 2.0 | 1.0  | -0.2691                           | -0.2421                                       | 11.16            | -0.2600                                       | 3.49             |
|     | 1.5  | -0.1105                           | -0.1257                                       | 12.13            | -0.1105                                       | 0.00             |
|     | 2.0  | -0.0477                           | -0.0477                                       | 0.01             | -0.0477                                       | 0.00             |
|     | 4.0  | -0.0020                           | -0.0020                                       | 0.00             | -0.0020                                       | 0.00             |

1. Мальком М., Форсайт Дж., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. Москва: Мир, 1980. 280с.
2. Справочник по специальным функциям. Под ред. Абрамовица М, Стшан И. Москва: Наука, 1979. 872с.
3. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. Москва, 1988. 512с.
4. Алексеева Л.А., Дадаева А.Н. Метод граничных интегральных уравнений в несвязанной термоэластодинамике. Известия АН КазССР, сер. физ.-мат. 1991г. №813-В91 Деп.
5. Сегерлинд, Ларри Дж. Применение МКЭ. Москва: Мир, 1979. 392с.
6. Амербаев В.М., Утембаев Н.А. Численный анализ лаггеровского спектра. Алматы: Наука, 1982. 188с.
7. Айталиев Ш.М., Алексеева Л.А. и др. Метод граничных интегральных уравнений в задачах динамики упругих многосвязных тел. Алматы: Галым, 1992. 227с.
8. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. Москва: Наука, 1971. 224с.

# КОНЦЕНТРАЦИИ КЛАСТЕРОВ В БИНАРНЫХ СМЕСЯХ СОДЕРЖАЩИХ ФРЕОН-12 ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ДАВЛЕНИЯХ

(г. Алматы, <sup>1</sup>КазАТК имени М.Тынышбаева, <sup>2</sup>КазНПУ имени Абая)

Бөлме температурасында және әртүрлі қысымдарда құрамында He, N<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>, CO<sub>2</sub> және фреон-12 бар газ қоспаларындағы кластерлер құратын молекулалар үлесі есептелінді.

В газовых смесях содержащих He, N<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>, CO<sub>2</sub> и фреон-12 при комнатной температуре и различных давлениях рассчитаны доли молекул образующие кластеры.

In gas mixes of containing He, N<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>, CO<sub>2</sub> and freon-12 at the room temperature and various pressure shares of molecules forming clusters are calculated.

*Түйін сөздер:* көпкомпонентті газ қоспасы, диффузия коэффициенті, өлшеу

*Ключевые слова:* многокомпонентные газовые смеси, коэффициент диффузии, измерения

*Keywords:* multicomponent gas mixtures, diffusion coefficient, measuring

Экспериментальное исследование изотермической многокомпонентной диффузии при различных давлениях и температурах показало, что при определенных ситуациях имеет место кинетический фазовый переход «диффузия - концентрационная гравитационная конвекция» [1,2]. В системах, где одним из компонентов является газ, проявляющий реальные свойства, для описания диффузионных потоков успешно зарекомендовала кластерная модель газа [3]. В рамках этой модели адекватно описывается барическая зависимость «следовых» коэффициентов взаимной диффузии (КВД) [3,4] и оцениваются доли молекул образующие кластеры [5]. Однако, основные расчеты по методике [3-5] проводились, в основном, для газовых смесей содержащих одно- и двухатомные газы. В данной работе формализм [3,5] перенесен на случай смешения многоатомных газов. Предполагается рассчитать концентрации кластеров в смесях содержащих гелий, азот, кислород, двуокись углерода и фреон-12 (R12) при комнатной температуре в интервале давлений 0,1 – 0,6 МПа, а также высказать предположения по влиянию образовавшихся молекулярных ассоциантов на диффузионный массоперенос.

Следуя [3,5] кинетические соотношения определяющие доли кластеров при различных давлениях и температурах можно получить из анализа уравнения Больцмана записанного в приближении локально-максвелловского распределения. Для слабо-неравновесной газовой смеси кинетическое уравнение  $\alpha$  компонента имеет вид:

$$\hat{D}f_{\alpha} = \sum_{\beta=1}^s \int (f'_{\alpha} f'^0_{\beta} - f_{\alpha} f^0_{\beta}) b db g_{\alpha\beta} d\epsilon^3 \xi_{\beta}, \quad (1)$$

где,  $\hat{D}f_{\alpha}$  - дифференциальная часть уравнения Больцмана,  $f_{\alpha}^0$ ,  $f_{\beta}^0$  - локально-максвелловские функции распределения частиц  $\alpha$  и  $\beta$  компонентов,  $b$  - прицельное расстояние,  $g_{\alpha\beta}$  - относительная скорость взаимодействующих молекул,  $\epsilon$  - угол цилиндрической системы координат,  $\xi_{\beta}$  - скорость  $\beta$  ассоциантов.  $f_{\alpha}$  - неравновесная функция распределения, которая имеет вид:

$$f_{\alpha}(\vec{\xi}_{\alpha}, \vec{r}, t) = f_{\alpha}^0(\vec{\xi}_{\alpha}, \vec{r}, t) [1 + \Phi_{\alpha}], \quad (2)$$

где  $\xi_{\alpha}$  - скорость молекул  $\alpha$  компонента в первичной инерциальной системе отсчета,  $\vec{r}$  - радиус-вектор,  $\Phi_{\alpha} \ll 1$  - функция возмущения, которая также является функцией

скорости молекул. Макропараметры и парциальная плотность компонентов соседних элементарных объемов, находящихся на расстоянии порядка длины свободного пробега (индекс 1), выражаются через равновесные аналоги для рассматриваемого элементарного объема (индекс 0) следующим образом [3,6]:

$$\begin{aligned} n_{\alpha 1} &= n_{\alpha 0} - \tau_{\alpha} (v_{\alpha}) \vec{v}_{\alpha} \cdot \vec{\nabla} n_{\alpha}, \\ T_1 &= T_0 - \nu_{\alpha} (v_{\alpha}) \vec{v}_{\alpha} \cdot \vec{\nabla} T, \\ \vec{W}_1 &= \vec{W}_0 - \omega_{\alpha} (v_{\alpha}) \vec{v}_{\alpha} \cdot \vec{\nabla} \vec{W}, \\ \vec{v}_{\alpha} &= \vec{\xi}_{\alpha} - \vec{W}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $T$  - температура,  $\vec{W}$  - скорость обратимого движения всего газа,  $\vec{v}_{\alpha}$  - тепловая скорость молекул. Система уравнений (1) – (3) позволяет получить времяпролетные уравнения.

Повторим рассуждения изложенные в [3,5,6]. Число столкновений между частицами  $\alpha$  и  $\beta$  компонентами в единицу времени в единичном элементарном объеме определяется следующим образом:

$$N_{\alpha\beta} = n_{\alpha} n_{\beta} \int f_{\alpha} f_{\beta} d^3 \xi_{\alpha} g_{\alpha\beta} dt b db d\epsilon d^3 \xi_{\beta} \quad (4)$$

Частота столкновений молекул  $m_{\alpha}$  с молекулами  $m_{\beta}$  за единицу времени, после нормировки (4) на  $n_{\alpha}$  имеет вид:

$$P_{\alpha\beta} = n_{\beta} \int f_{\alpha} f_{\beta} d^3 \xi_{\alpha} g_{\alpha\beta} b db d\epsilon d^3 \xi_{\beta}. \quad (5)$$

Комбинируя (2), (3) и (5) получим

$$P_{\alpha\beta} = n_{\beta} \frac{(m_{\alpha} m_{\beta})^{3/2}}{(2\pi kT)^3} \int e^{-\frac{m_{\alpha}(\vec{\xi}_{\alpha} - \vec{W})^2}{2kT}} e^{-\frac{m_{\beta}(\vec{\xi}_{\beta} - \vec{W})^2}{2kT}} d^3 \xi_{\alpha} g_{\alpha\beta} b db d\epsilon d^3 \xi_{\beta}. \quad (6)$$

В приближении модели твердых сфер решение (6) имеет вид:

$$P_{\alpha\beta} = 2n_{\beta} \sigma_{\alpha\beta}^2 \sqrt{\frac{2\pi kT(m_{\alpha} + m_{\beta})}{m_{\alpha} m_{\beta}}}, \quad (7)$$

где эффективный диаметр сечения взаимодействующих молекул  $\sigma_{\alpha\beta}$  считается по комбинационному правилу

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{\sigma_{\alpha\alpha} + \sigma_{\beta\beta}}{2}.$$

С учетом (7) средняя частота взаимодействующих молекул, и среднее время свободного пролета взаимодействующих молекул в смеси определяется соотношениями:

$$\begin{aligned} P_{\alpha} &= \sum_{\beta=1}^s P_{\alpha\beta}, \\ \tilde{\tau}_{\alpha} &= \frac{1}{P_{\alpha}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Ограничивая взаимодействие только ассоциациями состоящими из двух молекул (димеры) определим их концентрации как отношение их числовой плотности к полной парциальной плотности числа молекул данного компонента

$$y_{\alpha 2} = \frac{n_{\alpha 2}}{n_{\alpha}}. \quad (9)$$

Здесь и далее индекс «1» относится к собственно молекулам, а «2» к димерам. При малой концентрации димеров имеет место соотношение:

$$n_{\alpha 2} = n_{\alpha 1} F_{\alpha 1}, \quad (10)$$

$F_{\alpha 1}$  определяется интегрированием локальной максвелловской функции распределения с пределами  $[0:V_{\alpha m}]$  по аналогии с [3,5]. Тогда полная парциальная числовая плотность определяется следующим образом:

$$n_{\alpha} = n_{\alpha 1} + n_{\alpha 2}(1 + r_{\alpha\alpha}), \quad (11)$$

где  $r_{\alpha\alpha}$  - относительная частота столкновений, которая определяется соотношением

$$r_{\alpha\beta} = \frac{P_{\alpha\beta}}{\sum_{\beta=1}^s P_{\alpha\beta}} = \frac{P_{\alpha\beta}}{P_{\alpha}}; \quad (12)$$

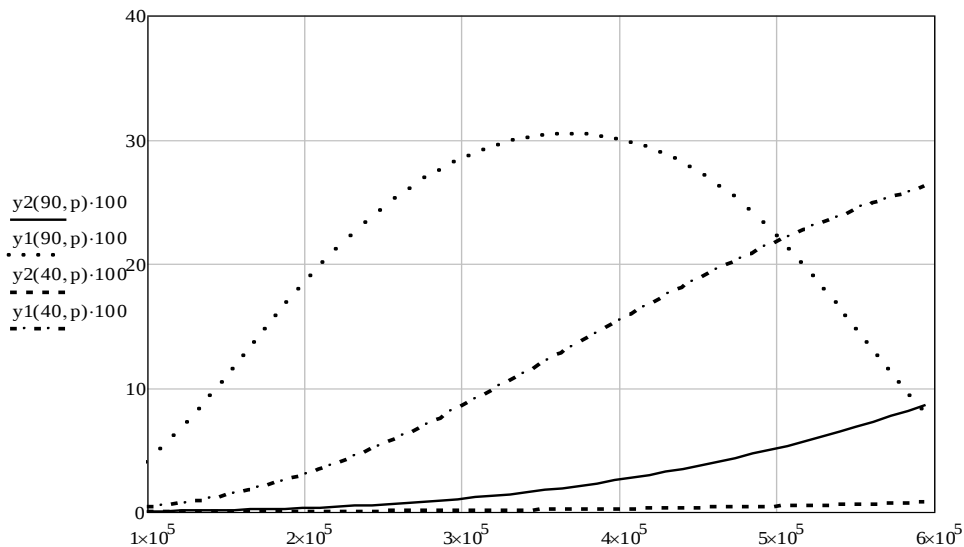
Тогда, учитывая, что при  $\alpha \neq \beta$  между относительными частотами столкновений существует связь  $r_{\alpha\beta} = 1 - r_{\alpha\alpha}$ , соотношение (11) преобразуется к виду:

$$n_{\alpha} = n_{\alpha 1} + 2n_{\alpha 2}r_{\alpha\alpha} + n_{\alpha 2}r_{\alpha\beta}. \quad (13)$$

Комбинация (9), (10), (13) позволяет получить:

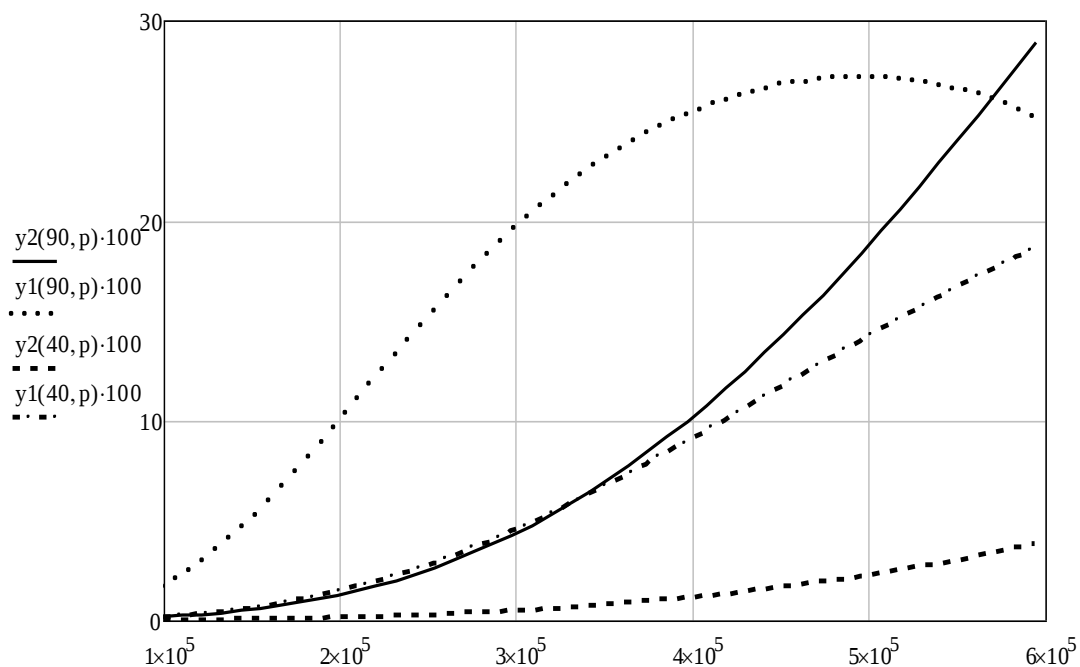
$$y_{\alpha} = \frac{n_{\alpha 1} F_{\alpha 1}}{n_{\alpha 1} + n_{\alpha 2}(1 + r_{\alpha\alpha})} = \frac{n_{\alpha 1} F_{\alpha 1}}{n_{\alpha 1} + (1 + r_{\alpha\alpha})n_{\alpha 1} F_{\alpha 1}} = \frac{F_{\alpha 1}}{1 + (1 + r_{\alpha\alpha})F_{\alpha 1}}. \quad (14)$$

Используя описанную схему (7) – (14) и математический редактор MathCad, можно рассчитать зависимость концентрации димеров в бинарных газовых смесях от давления. Ниже приведены графики барических зависимостей концентраций димеров в бинарных смесях фреона-12 и более легких газов: гелия, азота, двуокиси углерода.



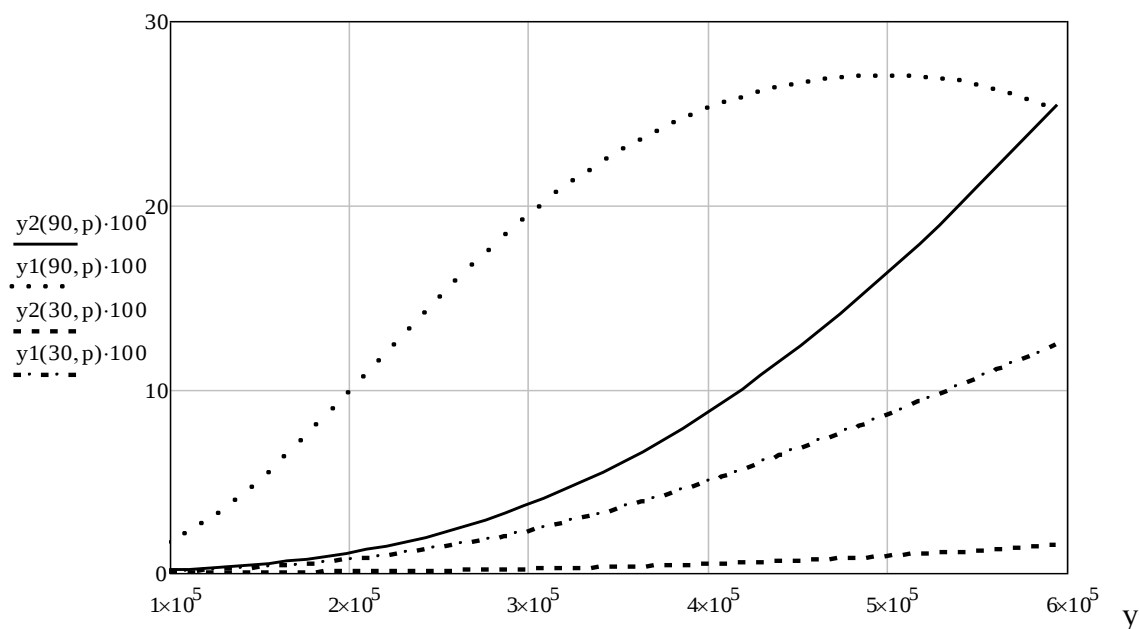
y1 - числовая доля молекул фреона, включенных в димеры, при различных концентрациях фреона(40% и 90%) в зависимости от давления; y2 - числовая доля молекул гелия, включенных в димеры, при различных концентрациях фреона (40% и 90%) в зависимости от давления.

Рисунок 1. Система Фреон–Гелий при температуре T=300 К.



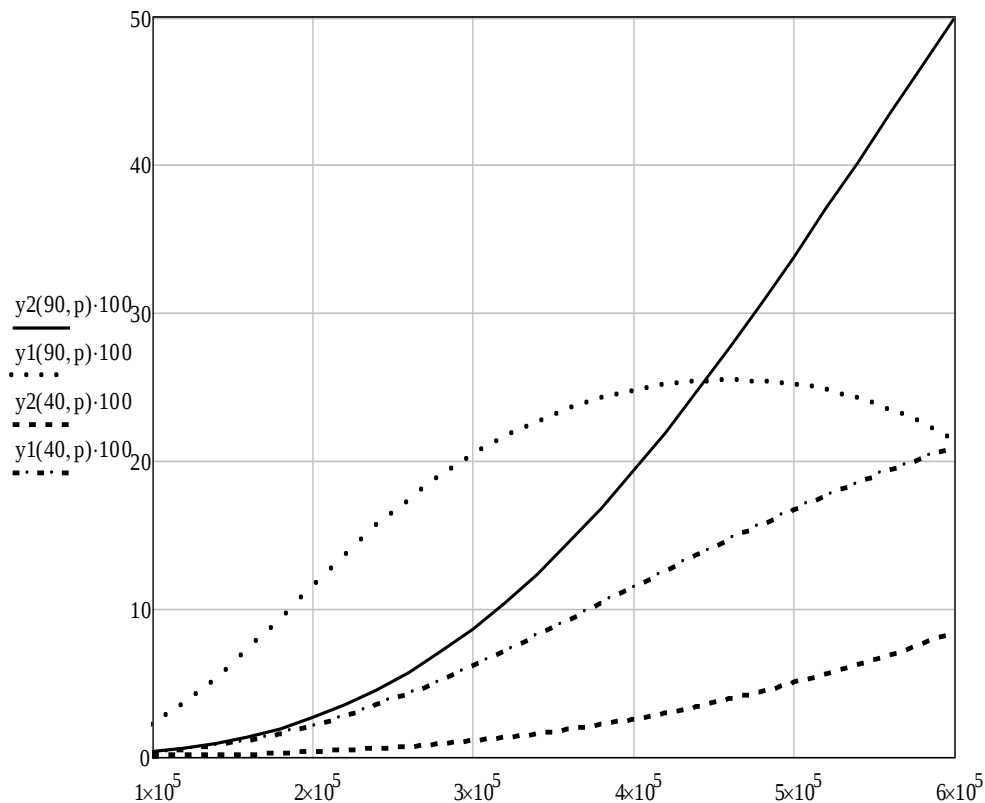
$y_1$  - числовая доля молекул фреона, включенных в димеры, при различных концентрациях фреона (30% и 90%) в зависимости от давления;  $y_2$  - числовая доля молекул азота, включенных в димеры, при различных концентрациях фреона (30% и 90%) в зависимости от давления.

Рисунок 2. Система Фреон– Азот при температуре  $T=300$  К.



$y_1$  - числовая доля молекул фреона, включенных в димеры, в зависимости от давления при различных концентрациях фреона (30% и 90%);  $y_2$  - числовая доля молекул кислорода, включенных в димеры, в зависимости от давления при различных концентрациях фреона (30% и 90%).

Рисунок 3. Система Фреон–Кислород при температуре  $T=300$  К.



$y_1$  - числовая доля молекул фреона, включенных в димеры, в зависимости от давления при различных составах смеси - концентрациях фреона (30% и 90%);  $y_2$  - числовая доля молекул углекислого газа, включенных в димеры, в зависимости от давления при различных концентрациях фреона (30% и 90%).

Рисунок 4. Система Фреон– Углекислый газ при температуре  $T=300$  К.

Из приведенных графиков видно, что в смесях с *R12* с увеличением давления доля кластеров (димеров) растет и может достигать десятки процентов. Количество димеров зависит не только от давления, но и от состава смеси. Причем, когда смесь в основном состоит из тяжелого газа (фреона 90%), число молекул, включенных в кластеры возрастает в несколько раз, как для тяжелого газа, так и для легкого.

Для смеси He-*R12* отчетливо проявляется следующая особенность. Числовая доля димеров тяжелого компонента сначала растет с ростом давления, а затем уменьшается. Это можно объяснить тем, что доля легких кластеров фреона убывает в связи с тем, что они поглощаются тяжелыми кластерами. Концентрации тяжелых кластеров растут с давлением – они поглощают молекулы и мелкие кластеры.

Таким образом, в рамках изложенной модельной задачи выявлено следующее. В отличие от молекулярных смесей, молекулярно-кластерная смесь имеет особенности, связанные со способностью кластеров к взаимным превращениям: при изменении макропараметров распад или образование кластеров происходит за счет поглощения молекул или кластеров одного размера или образования новых кластеров. В процессе диффузионного смешения это проявляется как эволюция кластерного состава при переходах группы частиц из области с одними макропараметрами в область с другими макропараметрами.

Часть результатов были получены при финансовой поддержке гранта Комитета Науки МОН РК №1674/Г2012 «Кинетические и автоколебательные режимы смешения в газовых смесях с реальными свойствами».

1. Жаврин Ю.И., Косов Н.Д., Белов С.М., Тарасов С.Б. Влияние давления на устойчивость диффузии в некоторых трех компонентных газовых смесях //ЖТФ.-1984. Т.54, №5.-С.943-947.
2. Kosov V.N., Ankusheva N.B., Zhavrin Y.I. Convective regimes of mixing binary systems with the mechanical equilibrium in stability of a gas mixture //J. of Engineering Physics and Thermophysics.-2008.-V.84, №3.-P.525-531.
3. Курлапов Л.И. Кинетическая теория необратимых процессов в газах. - Алматы, 2000.-300с.
4. Курлапов Л.И., Сегеда Т.А. Термодиффузионный бароэффект в молекулярно-кластерных смесях газов // Вестник КазНУ. Сер.физ.-2006.-№2(22) - С.55-60.
5. Дьяченко Е.А. Влияние кластеров на диффузию умеренно плотных газов / Вестник КазГУ. Серия физ.-2003.-№2(12).-С.85-109.
6. Дьяченко Е.А., Косов В.Н. Определение концентрации кластеров в бинарных смесях многоатомных газов при различных давлениях // Вестник КазНПУ. Серия физ.-мат. - 2012.-№3(39).-С.52-56.

УДК 371. 214: 373.5 (574)

**У.З. Ешимова**

## **ПРОБЛЕМЫ СОВЕРШЕСТВОВАНИЯ ФИЗИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН В УСЛОВИЯХ 12 ЛЕТНЕЙ ШКОЛЫ**

*(г.Кызылорда, Кызылординский государственный университет им. Коркыт Ата)*

Бұл мақалада Қазақстан Республикасында 12 - жылдық білім беруге көшуге даярлық жағдайында негізгі мектеп физика курсының мазмұнын жетілдіру мәселелері қарастырылған. Қолданыстағы оқулықтарға, оқу бағдарламасына талдау жасау арқылы 12-жылдық білім беру жағдайында негізгі мектеп физика курсының бағдарламасының жобасы ұсынылған. Елімізде негізгі мектепте «Физика» пәнін 7-10 сыныптарда оқыту қажеттілігін және баскыштық тұрғыдан оқыту тиімділігі жөнінде ұсыныстар берілген. 7 сыныпта физикалық құбылыстармен таныстыру, 8-10 сыныпта ғылым негіздерін оқыту қажеттілігі негізделді.

В настоящее время в Республике Казахстан идет подготовка к переходу на 12-летнее образование. В связи с этим необходимо совершенствовать содержание курса физики основной школы. На основе анализа существующих учебников и учебных программ курса физики, разработана программа курса физики основной школы. Обосновано и предложено введение ступенчатого метода обучения. На уровне пропедевтики изучение физики предлагается в 7 классе. Учитывая возрастные особенности, основа науки, осуществляя предпрофильную подготовку должна изучаться в 8-10 классах основной школы.

At present in the Republic of Kazakhstan in preparation for the transition to the 12-year education. In this connection it is necessary to improve the content of the basic school physics course. Based on the analysis of textbooks and curricula developed a program of basic school physics course in 12-year education. This article deals with the maintenance and the methodical principles of physics course of secondary school in the connection of transferring to the 12-year

education the author suggested the idea of teaching physics in 7-10 grades. According to the age peculiarities of pupils, the author also offered to get acquainted the pupils only with the physical phenomena in the 7 grade, and scientific principles in 8-10 grade.

*Түйін сөздер:* Білім реформасы, физика курсының мазмұны, 12-жылдық білім беру, физикалық білім беру, «Физика» оқулығы, басқыштық оқыту, концентрлік оқыту, бағдарлама.

*Ключевые слова:* Реформа образования, содержание курса физики, 12- летнее образование, физическое образование, учебник «Физика», ступенчатое обучение, концентрическое обучение, программа.

*Keywords:* Education reform, the content of the physics course, 12 - year education, physical education, the textbook "Physics", staged training, concentric training program.

В общей системе естественнонаучного образования современного человека физика играет основополагающую роль: развиваются новые направления научных исследований, возникающие на стыке с другими науками, создаются техника и технологическая база инновационного развития общества.

При всех многочисленных реформах, которые проводились в Республике Казахстан в последние десятилетия, статус физического образования остается достаточно высоким. Это объясняется несколькими факторами:

- начиная с 2007 года наблюдается тенденция роста выбора предмета физики при сдаче единого государственного тестирования ЕНТ, это составляет около 40% всех выпускников школ [1];

- естественно - математический профиль в старшей школе является в настоящее время одним из наиболее престижных и успешно реализуемых;

- многие родители значительного числа учащихся получили в свое время инженерное образование и уверены в важности изучения физики.

Вместе с тем, сохраняющееся приоритетное положение физики только обостряет возникшие в последнее десятилетие противоречия в связи с существенным изменением структуры школьного физического образования при сохранении содержания и в условиях значительного сокращения времени. Для правильной оценки сегодняшней ситуации обратимся к недавней истории физического образования в Республике Казахстан.

До 90-х годов на изучение курса физики за все годы обучения отводилось от 13 до 21 ч. в неделю (с 6–10 классы или с 7–11 классы).

В конце 60-х годов коренным образом изменилась содержание школьного курса и в 1968-1973 гг. советская школа перешла на новый учебный план и новые учебники. Было предусмотрено 2 ступени обучения физике:

- пропедевтический (ознакомительный) курс в 6–7 классах (7–8 классы в 11-летней школе), носящий описательный и в большей степени эмпирический характер, на который отводилось около 140 часов;

- основной (фундаментальный) курс в 8–10 классах (9–11 классы в 11-ти летней школе) – приближенный к институтскому курсу общей физики, построенный на основе фундаментальных физических теориях – отводилось примерно 400 часов в год.

В связи с созданием независимого государства, в Республике Казахстан разработана программа и созданы учебники физики, которые должны были существенно повысить качество физического образования. К сожалению, этого не произошло. Сыграли свою роль и неподготовленность учительства, и переход на всеобщ (сначала на 10-летнее, а затем – на 11-летнее), и недостаточный учет возрастных возможностей учащихся, и сохранение устаревшей образовательной технологии.

В это же время создавались учебники, среди которых особо следует выделить учебник по физике для 7–9 классов [2, 3, 4]. Подвергая критике стремление дать наибольшее количество разнообразных сведений, авторы выдвигали на первый план фундаментальность образования, активность и самостоятельность обучающегося.

Существенные изменения программа по физике стала претерпевать в 90-х годах в связи с переходом на два новых концентрических курса. Введение концентрического курса (7–9 классы) с тем минимумом содержания, который заложен на сегодняшний день, усиливает «знаниевый» подход, закрывает возможности для реализации деятельностного и компетентностного подходов. В настоящее время структура школьного курса физики выглядит следующим образом: пропедевтический курс ликвидирован, в 7–9 классах изучается основной курс физики, на который отводится примерно 204 ч. Старшая школа (10–11 классы) становится профильной: в гуманитарном профиле физика изучается в объеме 68 часов (обобщающий курс, носящий в большей степени ознакомительный характер); в естественно-математическом профиле 204 часа [5,6,7,8].

Важная особенность нового построения физического образования состоит в существенном расширении и углублении тем, изучаемых в 7–9 классах. Так, вопросы, которые раньше изучались только в старших классах и при этом вызывали немалые трудности у школьников (электромагнитные колебания и волны, элементы атомной и ядерной физики и др.), теперь изучаются в основной школе. Естественно, учителям приходится излагать учебный материал поверхностно, у детей быстро падает интерес к предмету, снижается качество знаний и умений по физике (Таблицы 1, 2, 3).

Таблица 1 - Структура курса физики основной школы

| №       | Название глав                         | Количество |            |           |
|---------|---------------------------------------|------------|------------|-----------|
|         |                                       | параграф.  | лаб. работ | часов     |
| 7 класс |                                       |            |            |           |
| 1.      | Физика и астрономия – науки о природе | 12         | 1          | 7         |
| 2.      | Строение вещества                     | 4          | 1          | 4         |
| 3.      | Движение и сила                       | 26         | 2          | 20        |
| 4.      | Давление                              | 20         | 2          | 16        |
| 5.      | Работа. Мощность. Энергия             | 14         | 2          | 11        |
|         | <b>Всего:</b>                         | <b>76</b>  | <b>10</b>  | <b>68</b> |
| 8 класс |                                       |            |            |           |
| 1.      | Тепловые явления                      | 31         | 3          | 22        |
| 2.      | Электрические явления                 | 35         | 4          | 22        |
| 3.      | Электромагнитные явления              | 12         | 2          | 6         |
| 4.      | Световые явления                      | 21         | 2          | 8         |
|         | <b>Всего:</b>                         | <b>98</b>  | <b>10</b>  | <b>68</b> |
| 9 класс |                                       |            |            |           |
| 1.      | Движения и взаимодействия тел         | 22         | 2          | 21        |
| 2.      | Колебания и волны                     | 16         | 2          | 11        |
| 3.      | Небесная сфера и небесные координаты  | 9          | 2          | 5         |
| 4.      | Атом и атомное ядро                   | 21         |            | 11        |
| 5.      | Обобщающие уроки                      |            |            | 2         |
| 6.      | Лабораторный практикум                |            | 8          | 8         |
| 7.      | Резервное время                       |            |            | 10        |
|         | <b>Всего:</b>                         | <b>68</b>  | <b>6+8</b> | <b>68</b> |

Таблица 2 - Структура курса физики старшей школы общественно-гуманитарного направления

| направления |                                                     |            |            |           |
|-------------|-----------------------------------------------------|------------|------------|-----------|
| №           | Название глав                                       | Количество |            |           |
|             |                                                     | параграф.  | лаб. работ | часов     |
| 10 класс    |                                                     |            |            |           |
| 1.          | Введение                                            | 3          | -          | 2         |
| 2.          | Механика                                            | 20         | 2          | 15        |
| 3.          | Молекулярная физика. Основы термодинамики           | 31         | 1          | 13        |
| 4.          | Обобщающее повторение                               |            |            | 2         |
| 5.          | Резервное время                                     |            |            | 2         |
|             | <b>Всего:</b>                                       | <b>54</b>  | <b>3</b>   | <b>34</b> |
| 11 класс    |                                                     |            |            |           |
| 1.          | Электродинамика                                     | 49         | 5          | 14        |
| 2.          | Современная физика                                  | 14         | 1          | 14        |
| 3.          | Атом и атомное ядро                                 | 24         |            | 4         |
| 4.          | Вселенная. Элементарные частицы-кирпичики вселенной | 8          |            | 4         |
| 5.          | Обобщающее повторение                               |            |            | 2         |
| 6.          | Резервное время                                     |            |            | 4         |
|             | <b>Всего:</b>                                       | <b>95</b>  | <b>6</b>   | <b>34</b> |

Таблица 3 - Структура курса физики естественно-математического направления

| №        | Название глав                             | Количество |            |         |
|----------|-------------------------------------------|------------|------------|---------|
|          |                                           | параграф.  | лаб. работ | часов   |
| 10 класс |                                           |            |            |         |
| 1.       | Механика                                  | 22         | 9          | 22      |
| 2.       | Молекулярная физика. Основы термодинамики | 37         | 7          | 28      |
| 4.       | Электродинамика                           | 56         | 5          | 42      |
| 5.       | Резервное время                           |            |            | 10      |
|          | Всего:                                    | 115        | 21         | 102     |
| 11 класс |                                           |            |            |         |
| 1.       | Электродинамика                           | 33         | 5          | 20      |
| 2.       | Оптика                                    | 15         | 3          | 12      |
| 3.       | Квантовая физика                          | 41         | 2          | 30      |
| 4.       | Вселенная                                 | 21         |            | 12      |
| 5.       | Обобщающее повторение                     | 3          |            | 2       |
| 6.       | Резервное время                           |            |            | 10      |
| 7.       | Лабораторный практикум                    |            |            | 10      |
|          | Всего:                                    | 113        | 10         | 102(96) |

Стремление изучить много разных вопросов в относительно короткий промежуток времени приводит к тому, что выхолащивается содержание курса, многие вопросы изучаются в ознакомительном плане. Объединение большого объема учебного материала на уровне 7–9 классов привело к следующему противоречию: невозможно построить «описательную» физику – т.е. подробно рассмотреть

различные физические явления; вся номенклатура понятий классической физики недоступна учащимся в этом возрасте, в силу своей мощной аксиоматичности, своеобразной «антинаглядности» (модельности), непростому математическому аппарату. Появляется риск превратить обучение физике в процесс передачи разнообразных сведений и отработки многочисленных частных умений.

При разработке содержания физического образования учитываются общие принципы единства содержательной, структурной сторон обучения физике на разных ступенях общего среднего образования, а также дидактические принципы обучения. Содержание физического образования должно удовлетворять интересам и запросам учащихся.

С целью обеспечения непрерывного естественнонаучного образования целесообразно ввести пропедевтический курс «Естествознание, 5–6». С опорой на этот курс с 7 класса начать изучение физики продолжительностью 4 года (т.е. с 7 по 10 классы, вторая ступень обучения).

На третьей ступени общего среднего образования (11–12 классы) содержание учебного предмета предусматривает более глубокое изучение фундаментальных физических теорий, усиление их прикладного значения в жизни современного общества, что позволит сформировать у учащихся систему предметных и методологических знаний и умений, представления о современной квантово-полевой картине мира.

Таким образом, мы предлагаем ступенчатое изучение курса физики.

Ступенчатое расположение учебных материалов объединяет положительные черты, как линейного и концентрического способов построения курса: от линейной системы оно берет систематичность изложенных материалов, а от концентрической – учет возрастных особенностей учащихся. При ступенчатой структуре школьная физика изучается в двух ступенях, которые вместе составляют единый систематический курс физики. При этом повторного изучения одних и тех же вопросов нет.

Содержание физического образования на каждой ступени общего среднего образования должно отражать современные достижения физики, взаимоотношения и взаимосвязи человека и общества с окружающей средой; обеспечивать освоение учащимися знаний о физических закономерностях, необходимых в жизни любого современного человека; обеспечивать овладение умением применять эти знания для выполнения теоретических и экспериментальных заданий, в том числе в новых или частично измененных ситуациях; быть согласованным с содержанием математики и других естественнонаучных дисциплин.

Примерная структура изучения физики в основной школе.

**7 – класс. Физические явления.**

1. Физика и физические методы изучения природы.
2. Тепловые явления.
3. Оптические явления.
4. Механические явления.
5. Электрические и магнитные явления.

**8 – класс. Атомно – молекулярное учение о строении вещества. Основы термодинамики.**

1. Атомно – молекулярное учение о строении вещества.
2. Основы термодинамики.

**9 – класс. Механика.**

1. Кинематика.
2. Динамика.
3. Законы сохранения.

4. Равновесие тел.
5. Колебания и волны.

**10– класс. Электродинамика. Атом и атомное ядро.**

1. Электродинамика.
2. Атом и атомное ядро.
3. Строение и эволюция Вселенной.

Стержневой задачей методики преподавания физики является формирование представлений о современной физической картине мира (ФКМ). Важнейшие методологические идеи современной ФКМ мира служат основой отбора содержания учебного материала по физике в общеобразовательной школе.

Философские категории, законы, принципы играют роль обобщенных методологических закономерностей для различных частных наук и различных областей человеческой деятельности. В разработке программы они послужили ядром отбора содержания курса физики [9].

Содержание учебного предмета «Физика» в основной школе должно:

- включать основы физической науки об общих свойствах материи и различных формах её движения;
- структурироваться на основе фундаментальных физических теорий и цикле научного познания в соответствии с усложнением форм движения материи;
- исходить из представлений о физике как наиболее фундаментальной из наук, изучающих процессы и явления и присущие им закономерности;
- трактовать физику как науку, определяющую перспективные направления развития современной техники и инновационных технологий.

В методике преподавания физики необходимо:

- выделить обязательный минимум учебной информации, предназначенной для усвоения всеми учащимися, основные сведения об экспериментальных фактах, физических понятиях, законах, фундаментальных физических теориях и их практическом использовании;
- предусматривать условия для реализации индивидуальных образовательных возможностей каждого учащегося, в том числе с помощью факультативных, поддерживающих и стимулирующих занятий;
- соответствовать современному состоянию науки и педагогической практики, быть единым в методологическом отношении и концентрироваться по трём сквозным содержательным линиям: физические методы исследований явлений природы;
- влияние факторов природной среды на организм человека.

При отборе содержания передний план выдвигаются следующие положения:

- личностная ориентация содержания образования, предполагающая развитие творческих способностей учеников, индивидуализацию их образования с учетом интересов и склонностей;
- гуманизация и гуманитаризация, культуросообразность, отражение в содержании образования на каждом этапе обучения всех аспектов человеческой культуры, обеспечивающих физическое, интеллектуальное, духовно-нравственное, эстетическое, коммуникативное и технологическое образование учащихся;
- фундаментальность, усиление методической составляющей содержания образования, обеспечивающей универсальность получаемых знаний. Изучение основных теорий, законов, понятий, возможность применения полученных знаний в новых ситуациях;
- приоритет сохранения здоровья учащихся обеспечивается за счет разгрузки учебного материала, приведения в соответствие возрастным особенностями школьников;

- обеспечение практической ориентации основного среднего образования путем рационального сочетания продуктивной и репродуктивной деятельности учащихся;
- усиление в содержании образования деятельностного компонента;
- оптимизация объема учебной нагрузки за счет психолого-педагогического обоснованного отбора содержания учебного материала, в соответствии с изучаемыми вопросами и проблемами возрастных особенностей учащихся;
- обеспечение целостности представлений учащихся о физической картине мира, путем интеграции содержания образования;
- профилирование и дифференциация содержания образования как условие выбора учениками уровня и направленности изучения образовательных программ.

Образовательный процесс на всех ступенях общего среднего образования строится на педагогически обоснованном выборе форм, методов и средств обучения и воспитания с учётом возрастных особенностей учащихся и основных закономерностей познавательной деятельности.

Учебно-материальная база кабинета физики должна соответствовать современному уровню развития науки, области знаний и культуры, вооружение учащихся достоверной научной информацией и современными способами учебно-познавательной деятельности. В процессе обучения физике нужно опираться на демонстрационный эксперимент, который выполняет учитель, и на лабораторные работы и опыты, которые выполняют учащиеся. Поэтому школьный кабинет физики должен быть обязательно оснащен полным комплектом демонстрационного и лабораторного оборудования в соответствии с перечнем учебного оборудования по физике основной школы [11].

Использование лабораторного оборудования в форме тематических комплектов позволяет организовать выполнение фронтального эксперимента с прямым доступом учащихся к ним в любой момент времени. Должно выполняться все требования по оформлению кабинета физики [12, 13, 14, 15]. На сегодняшний день оснащены кабинетами физики новой модификации лишь 41,7 % основных и средних школ республики, кабинетами химии -13,2 %, кабинетами биологии – 16,3 % .

Обновление организационно-методического и материально-технического обеспечения содержания физического образования в общеобразовательных учреждениях должно осуществляется на основе современных инновационных технологий организации образовательного процесса.

1. Национальная система оценки качества образования Республики Казахстан: принципы и перспективы развития. / Туймебаев Ж.К., Балыкбаев Т.О., Омирбаев С.М., Сагиндинов И.У., Нефедова Л.В. – Астана, 2007. –271с.
2. Башарулы Р., Токбергенова У., Казахбаева Д. /Физика и астрономия Пробный учебник для 7 класса общеобразовательной школы. – Алматы: «Атамұра», 2000. – 224 с.
3. Дуйсембаев Б.М., Байжасарова Г.З., Медетбекова А.А. /Физика и астрономия Учебник для 8 класса общеобразовательной школы – Алматы : «Мектеп», 2004. – 256 с.
4. Дуйсембаев Б., Башаров Р. и др. Физика и астрономия. Учебник для 9 кл. – Алматы: «Мектеп», 2007. –250 с.
5. Туякбаев С., Насохова Ш., Кронгарт Б., Кем В., Загайнова В. / Физика: Учебник для 10 класса естественно-математическое направление – Алматы: «Мектеп», 2007. – 382 с.
6. Туякбаев С., Насохова Ш., Кронгарт Б., Кем В., Загайнова В., Башарулы Р., Г.Байжасарова Г., У.Токбергенова У. / Физика: Учебник для 11 класса естественно-математическое направление. – Алматы: «Мектеп», 2007, –382 с.
7. Башарулы Р., Байжасарова Г., Токбергенова У. /Физика: Учебник для 10 класса

общеобразовательной школы общественно-гуманитарное направление. – Алматы: «Мектеп», 2006. –176 с.

8. Башарулы Р., Байжасарова Г., Токбергенова У. /Физика: Учебник для 11 класса общеобразовательной школы общественно-гуманитарное направление. –Алматы: «Мектеп», 2007. –178 с.
9. Фадеева А.А. / Теория и практика интеграции естественнонаучных знаний в курсе физики общеобразовательной школы –М.: Издательский дом «Генжер», 1998. – 88 с. илл.
- 10.Т.С. Садыков, А.Е. Абылкасымова / Методология 12-летнего образования. – Алматы: Научно – издательский центр «Гылым», 2003, –163 с.
- 11.Дик Ю.И. / Проблемы и основные направления развития школьного физического образования в Российской Федерации. – М.: 1996. – 59 с.
- 12.Никифоров Г.Г. Рекомендации по оснащению кабинета физики в основной школе. Примерные программы по учебным предметам. Физика 7– 9 классы Естествознание 5 класс. – М.: «Просвещение», 2010, – 79 с.
- 13.Современный кабинет физики. /Под ред. Никифорова Г.Г., Песоцкого Ю.С. – М.: «Дрофа», 2009, – 109 с.
- 14.Никифоров Г.Г. / Рекомендации по оснащению кабинета физики при базовом и профильном уровнях в рамках подготовки к стандарту второго поколения. Физика в школе, №4, 2010 г. (стр. 3-21)
15. Никифоров Г.Г. / Рекомендации по оснащению кабинета физики в основной школе для обеспечения учебного процесса. Физика в школе, №7, 2009 г. (стр. 7-15)

ӨОЖ 517.98

**Қ.Қ. Жармұханов\*, Ө.А. Сапаров\***

## **СЕРПІМДІЛІК ЖАЗЫҚ ТЕОРИЯСЫ ТЕНДЕУЛЕРІ ҮШІН ШЕКАРАЛЫҚ ЕСЕП**

*(г. Алматы, КазНУ им. Аль-Фараби, \*- студент)*

Бұл жұмыстың ерекшелігі Риман – Гильберт есебінің шешімін беретін Шварц операторы көмегімен айқын түрде есеп шешімін табады. Серпімділік жазық теориясының тендеулері үшін жарты жазықтықта қойылған Дирихле есебін қарастырған, алдымен серпімділік жазық теориясының тендеуінің ыңғайлы өрнектеуін тауып, есеп шешімін жарты жазықтықта Шварц операторы арқылы анықтайды. Бұндай есептер бұрында қарастырылған және олардың шешімдерін табу оған эквивалентті сингулярлық интегралдық тендеулер жүйесіне келтірілген, тек ол тендеулер нормальді емес болатын. Оны әртүрлі ауыстыру арқылы басқаша түрлендіріп, сингулярлық интегралдық тендеулер жүйесін қалыпты түрге келтіреді.

Особенностью данной работы заключается в том, что с помощью оператора Шварца можно находить явное решение, задаваемое решением задачи Римана-Гильберта. Для уравнений плоских теорий упругости было рассмотрено вычисление Дирихле, расположенного в полуплоскости.

В самом начале, при помощи вычисления решений через оператора Шварца, удобным способом было определено выражение уравнения плоских теорий упругости.

Такие задачи были рассмотрены раньше, и для определения их решений были приведены эквивалентные интегральные уравнения, однако эти уравнения не были нормированными. Их преобразование происходит иначе, например, с помощью различных замен удалось привести интегральные сингулярные уравнения к устойчивому состоянию.

A feature of this work is that by using the Schwarz operator can find the explicit solution given by the solution of the Riemann-Hilbert problem. For the equations of the plane theory of elasticity has been considered the calculation of Dirichlet, which is located in the half plane.

In the beginning, by computing solutions through the operator Schwartz was a convenient way to define the expression of the equation of the plane theory of elasticity.

Such problems have been considered before, and to determine their decisions were given the equivalent integral equations, but these equations were not normalized. Their conversion is different, for example, through various changes could result in singular integral equations to a steady state.

*Түйін сөздер:* Аналитикалық функция, Дирихле есебі, S Шварц операторы

*Ключевые слова:* Аналитическая функция, задача Дирихле, оператор S Шварца

*Keywords:* Analytical function, Dirichlet problem, operator S Schwartz

Серпімді дененің жазықтықта қарапайым тұйық жатық  $\Gamma$  қисығымен қоршалған ақырлы  $D$  аймағы жағдайындағы статикалық серпімділік теориясының негізгі формуласының векторлық түрдегі жазылуын қарастырайық [1]:

$$LU = \mu \Delta U + (\lambda + \mu) \nabla(\nabla, U) = F, \quad (1)$$

Мұндағы,  $U = (u, v)$  - ығысу векторы,  $\lambda, \mu > 0$  - Ламе тұрақтылары,  $F = (F_1, F_2)$  - көлемдік күш векторлары,  $\nabla = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right) = \text{grad}$  ал  $(\nabla, U) = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \text{div} U$ ,  $\nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  - Лаплас операторы. Біз  $\mu(\lambda + 2\mu) \neq 0$  шарты орындалған деп есептейміз, онда (1) Петровский бойынша эллипстік жүйе болады. Әрине бұл шарт  $\lambda, \mu$  теріс емес болғанда әрқашанда орындалады.

Енді  $W(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ ,  $z = x + iy$ ,

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right), \quad \frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right), \quad \frac{\partial}{\partial \bar{z}} - \frac{\partial}{\partial z} = i \frac{\partial}{\partial y}$$

және  $k = 3 - 4\delta$ , мұндағы  $\delta = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$  - Пуассон тұрақтысы, белгілеулерін енгізсек, сонаң соң (1) жүйенің бірінші теңдеуіне оның екінші теңдеуін  $i$  - ге көбейтіп қоссақ, оның

$$\bar{W}_{\bar{z}\bar{z}} + kW_{z\bar{z}} = F(z), \quad F(z) = F_1 + iF_2, \quad (2)$$

кешен түрде жазылу түріне келеміз.

Алдымен (2) жүйеге сәйкес біртектес теңдеулер жүйесінің жалпы шешімін табамыз, ол үшін оны

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left( \frac{\partial W}{\partial \bar{z}} + k \frac{\partial W}{\partial z} \right) = 0 \quad (3)$$

түрінде жазып,  $\bar{z}$  бойынша бір рет интегралдасақ

$$\bar{W}_{\bar{z}} + kW_z = \varphi'(z), \quad (4)$$

мұндағы  $\varphi'(z)$  - кез келген аналитикалық функция және

$$\frac{\partial}{\partial z} \overline{\varphi'(z)} = 0 \text{ немесе } \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \varphi'(z) = 0.$$

Бұдан

$$W_z + k\bar{W}_{\bar{z}} = \overline{\varphi'(z)}. \quad (5)$$

Енді (4) және (5) жүйелерді бірге

$$\begin{cases} \bar{W}_{\bar{z}} + kW_z = \varphi'(z), \\ k\bar{W}_{\bar{z}} + W_z = \overline{\varphi'(z)} \end{cases}$$

шешейік. Онда бұл жүйе анықтаушы

$$\Delta = 1 - k^2.$$

Сонда

$$\bar{W}_{\bar{z}} = \frac{\begin{vmatrix} \varphi'(z) & k \\ \overline{\varphi'(z)} & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & k \\ k & 1 \end{vmatrix}} = \frac{\varphi'(z) - k\overline{\varphi'(z)}}{1 - k^2}.$$

Мұнда  $\frac{\varphi(z)}{1-k^2}$  функциясын қайтадан  $\varphi(z)$  арқылы белгілесек,

$$\bar{W}_{\bar{z}} = \varphi'(z) - k\overline{\varphi'(z)} \quad (6)$$

түріндегі өрнектеуге келеміз.

Енді (6) жүйені  $\bar{z}$  бойынша интегралдасақ,

$$\bar{W} = \varphi'(z)\bar{z} - k\overline{\varphi'(z)} + \psi(z)$$

немесе

$$W = \overline{\varphi'(z)}z - k\varphi(z) + \overline{\psi(z)}.$$

Егер  $\varphi(z) = z\varphi_1(z)$  деп жаңа аналитикалық функция енгізсек, онда

$$W = z\overline{\varphi_1(z)} + |z|^2\overline{\varphi_1'(z)} - kz\varphi_1(z) + \overline{\psi(z)} + \overline{\varphi_1'} - \overline{\varphi_1'}$$

аламыз, яғни (3) теңдеулер жүйесінің

$$W = (|z|^2 - 1)\overline{\varphi_1'(z)} + z(\overline{\varphi_1(z)} - k\varphi_1(z)) + \overline{\psi(z)} \quad (7)$$

жалпы шешімін  $\varphi(z), \psi(z)$  екі аналитикалық функциялар арқылы өрнектейміз, мұндағы  $\varphi \in C^{1,\alpha}(\bar{D})$ ,  $\psi \in C^{0,\alpha}(\bar{D})$  класының аналитикалық функциялары.

Енді біртектес емес (2) теңдеулер жүйесінің, яғни

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left( \frac{\partial \bar{W}}{\partial \bar{z}} + k \frac{\partial W}{\partial z} \right) = F(z)$$

жүйесінің дербес шешімін табу үшін оны  $\bar{z}$  арқылы бір рет интегралдап,

$$\frac{\partial \bar{W}}{\partial \bar{z}} + k \frac{\partial W}{\partial z} = T_{\bar{D}}F \quad (8)$$

аламыз, мұндағы [2]

$$T_{\bar{D}}F = -\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{f(z)}{\zeta - z} d\bar{\zeta} d\eta, \quad \zeta = \xi + i\eta.$$

Сонда

$$k\bar{W}_{\bar{z}} + W_z = \overline{T_{\bar{D}}F}. \quad (9)$$

Енді (8) және (9) жүйелерді бірге қарастырып, яғни

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{W}}{\partial \bar{z}} + k \frac{\partial W}{\partial z} = T_{\bar{D}}F, \\ k \frac{\partial \bar{W}}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial W}{\partial z} = \overline{T_{\bar{D}}F} \end{cases}$$

жүйелерінен

$$\bar{W}_{\bar{z}} = \frac{\begin{vmatrix} T_{\bar{D}}F & k \\ \overline{T_{\bar{D}}F} & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & k \\ k & 1 \end{vmatrix}} = \frac{1}{1 - k^2} T_{\bar{D}}F - \frac{k}{1 - k^2} \overline{T_{\bar{D}}F}$$

табымыз. Мұны  $\bar{z}$  арқылы интегралдасақ:

$$W_F = \frac{1}{1 - k^2} \overline{T_{\bar{D}}F} (T_{\bar{D}}F - k\overline{T_{\bar{D}}F})$$

дербес шешімін аламыз,  $\overline{T_{\bar{D}}F}$ ,  $T_{\bar{D}}F$  операторларын орындарына қойсақ,

$$W_F = \frac{1}{(1 - k^2)} \cdot \frac{1}{\pi^2} \times \iint_D \frac{d\bar{\xi}_2 d\eta_2}{\zeta_2 - z} \iint_G \frac{f(\xi_1, \eta_1)}{\zeta_1 - \zeta_2} d\bar{\xi}_1 d\eta_1 - \\ - \frac{k}{(1 - k^2)} \frac{1}{\pi^2} \iint_D \frac{d\bar{\xi}_2 d\eta_2}{\zeta_2 - \bar{z}} \iint_G \frac{f(\xi_1, \eta_1)}{\zeta_1 - \zeta_2} d\bar{\xi}_1 d\eta_1.$$

Сонымен (2) жүйенің жалпы шешімі екі  $\varphi(z), \psi(z)$  аналитикалық функциялары арқылы мына

$$W(z) = (|z|^2 - 1)\overline{\varphi_1'(z)} + z(\overline{\varphi_1(z)} - k\varphi_1(z)) + \overline{\psi(z)} + W_F \quad (10)$$

түрде болады.

Енді егер  $D \equiv \{y > 0\}$  жарты жазықтық, ал оның шекарасы  $\Gamma \equiv \{y = 0\}$  болса, онда

$$\bar{W}_{\bar{z}\bar{z}} + kW_{z\bar{z}} = 0, \quad (2_0)$$

$$W|_{\Gamma} = h(t), \quad t \in \Gamma, \quad (11)$$

есептің шешуі біртектес теңдеудің жалпы шешімі

$$W(z) = -k\varphi(z) - 2iy\varphi'(z) + \overline{\psi(z)} \quad (12)$$

көмегімен  $y > 0$  жарты жазықтығында

$$\operatorname{Re}(-k\varphi(z) - \psi(z)) = h_1(t) \quad (13)$$

$$\operatorname{Re}(-k\varphi(z) + \psi(z)) = h_2(t) \quad (14)$$

шекаралық шарттарын қанағаттандыратын  $\varphi(z) \in C^{1,\alpha}(\bar{D})$ ,  $\psi(z) \in C^{0,\alpha}(\bar{D})$  аналитикалық функцияларын табу Гильберт есебіне келеді. (13) және (14) есептерді Шварц операторы [3] көмегімен

$$\varphi(z) = -\frac{1}{2k}S(h_1 + ih_2), \quad (15)$$

$$\psi(z) = -\frac{1}{2}S(h_1 - ih_2) \quad (16)$$

функцияларын анықтаймыз. Сонан соң (15), (16) функцияларын (12) формулаға қойып, (2<sub>0</sub>), (11) Дирихле есебінің шешімін табамыз.

1. Мусхелешвили Н. И. Сингулярные интегральные уравнения. М. 1968.
2. Векуа И. Н. Обобщенные аналитические функции. М. 1959.
3. Гахов Ф. Д. Краевые задачи. М. 1963.

УДК 551

**П.В. Захаров<sup>1</sup>, М.Д. Старостенков<sup>2</sup>, Н.Н. Медведев<sup>1</sup>, А.М. Ерёмин<sup>1</sup>**

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ МАССОПЕРЕНОСА В БИМЕТАЛЛИЧЕСКИХ СПЛАВАХ ПРИ НАЛИЧИИ КОМПЛЕКСОВ ВАКАНСИЙ В ПОЛЕ ДИСЛОКАЦИЙ НЕСООТВЕТСТВИЯ НА МИКРО УРОВНЕ**

(Россия, г.Бийск, <sup>1</sup>Алтайская государственная академия образования имени В.М. Шукшина, г. Барнаул, <sup>2</sup>Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова)

Молекулярлық динамиканың көмегімен биметалл шекарасына жақын вакансиялық біріктіруді ыңғайластыратын кооперативті атомдық орын ауыстыру зерттеледі. Келесі биметалдық қоспаларда осындай орын ауыстырулардың сипаттамалары зерттеледі: Ni-Fe, Au-Cu, Pt-Cu, Ni-Al. Биметаллдарда жаппай орын ауыстыру сипаты серпінді модульдердің қатынасынан және қоспа компоненттерінің атомдарының тиімді өлшемдерінің қатынастарынан тәуелді болатыны көрсетілген.

Методом молекулярной динамики исследуются кооперативные атомные смещения вблизи границы биметалла, вызванные наличием вакансионных объединений. Изучается характер подобных смещений в следующих биметаллических сплавах: Ni-Fe, Au-Cu, Pt-Cu, Ni-Al. Показано, что характер массопереноса в биметаллах зависит от отношения упругих модулей и отношения эффективных размеров атомов компонент сплава.

By molecular dynamics study cooperative atomic displacements near the bimetal vacancy caused by the presence of association. We study the nature of such shifts in these bimetallic

alloys: Ni-Fe, Au-Cu, Pt-Cu, Ni-Al. Is shown that the mass transfer in bimetals depends on the ratio of the elastic modules and the ratio of the effective size of the atoms of the alloy

*Түйін сөздер:* компьютерлік модельдеу, молекулярлық динамика, Морзе потенциалы, биметалл, сәйкессіздік дислокациясы, вакансия

*Ключевые слова:* компьютерное моделирование, молекулярная динамика, потенциал Морзе, биметалл, дислокация несоответствия, вакансия.

*Keywords:* computer simulation, molecular dynamics, the Morse potential, bi-metal, misfit dislocations, vacancy

**Введение.** Компьютерное моделирование, являющееся в настоящее время таким же признанным методом исследования, как экспериментальный и теоретический методы, позволяет преодолеть трудности, вызванные масштабом изучаемых явлений или их скоростью. Например, с его помощью на атомном уровне возможно исследование не только быстропротекающих процессов, как, движение краудина, но и процессов более длительных по времени. При помощи компьютерной модели можно проверить теоретические разработки, объяснить и спрогнозировать явления еще не освещенные в полной мере другими методами исследования.

Активное применение биметаллических соединений в технологических процессах и быту стимулирует интерес к данным материалам. Износостойкие и инструментальные биметаллы находят все большее применение в деталях машин, подвергающихся сильному изнашиванию [1]. В свою очередь, структура и особенности границ биметаллов на атомном уровне при наличии различных дефектов остаются мало изучены. Это связано с естественными трудностями при проведении натурных экспериментов на микро и нано уровне материи.

В работах [2, 3] показано, что наличие межузельных атомов вблизи границы биметалла Ni-Al приводит к процессу массопереноса. При этом происходило, как диссипативное, так и консервативное движение дислокаций несоответствия. Массоперенос обсуждается в статьях [4 – 6], где он обусловлен наличием точечных дефектов: межузельных атомов и вакансий. Кроме того, процессы, связанные с массопереносом, возникают при наличии ряда других дефектов: междоузлий, дефектов замещения и внедрения, дислокаций, дефектов упаковки, границ зерен и фаз [7].

В данной работе делается попытка выявления особенностей массопереноса от характеристик компонент биметаллического сплава, а так же расстояния между дефектами. В качестве дефектов рассматривается комплексы вакансий и дислокации несоответствия на границе биметаллов: Ni- Fe, Au-Cu, Pt-Cu, Ni-Al.

Отметим, что формирование границы металлов с дислокациями несоответствия обусловлено различием в значении постоянных решетки компонент сплава [8].

**Описание модели и методика эксперимента.** Кристаллическая решетка моделировалась методом молекулярной динамики, атомы которой взаимодействовали посредством потенциала Морзе.

$$\varphi(r_{ij}) = D\beta e^{-\alpha r_{ij}} (e^{-\alpha r_{ij}} - 2), \quad (1)$$

где  $D$  – энергетический параметр, соответствующий глубине потенциальной ямы,  $\alpha$  – параметр, определяющий жесткость межатомных связей,  $\beta = e^{\alpha r_0}$ ,  $r_0$  – некоторое усредненное равновесное расстояние по координационным сферам, в которых учитывается взаимодействие между атомами.

Сила, действующая на  $i$ -ый атом со стороны  $j$ -го, равна:

$$\vec{F}(r_{ij}) = -2D\alpha \left[ \left( \beta e^{-\alpha r_{ij}} - \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{1}{4} \right]. \quad (2)$$

Потенциал Морзе включает в себя две составляющие, одна из которых представляет собой жесткое экспоненциальное отталкивание, а вторая – более мягкое экспоненциальное притяжение. Поэтому с помощью данного потенциала возможно описание стабильной плотноупакованной решетки.

Параметры потенциала  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $D$  подбираются по свойствам материала, которые определяются экспериментальным путем.

Эксперименты проводились с использованием программы [9]. Способ создания начальной конфигурации расчетной ячейки, как предложено в [8], включал три стадии: построение, первичная релаксация и охлаждение.

Граница между компонентами биметаллического сплава проходила через середину ячейки содержащей 3200 частиц ( $40 \times 80$  частиц). Ячейка представляла собой плоскость  $\{111\}$ . Выбор данной плоскости для исследования обусловлен тем, что диффузионные процессы, как правило, развиваются в плотноупакованных направлениях, которым соответствуют плоскости  $\{111\}$  в обычном ГЦК кристалле [8]. Граничные условия для расчетной ячейки задавались следующим образом: по оси  $x$  – периодические, по оси  $y$  – свободные. Начальная температура ячеек задавалась равной нулю Кельвин.

Искусственно созданная граница раздела металлов, подвергалась процедуре релаксации, в течение которой граничные атомы занимали равновесное положение. В результате релаксации наблюдалось повышение температуры ячейки до нескольких десятков Кельвин. Время релаксации ячейки составило 100 пс, на этап охлаждения было отведено 10 пс. Таких временных рамок эксперимента достаточно для того, чтобы ячейка успела избавиться от лишнего свободного объема, который возникал на границе металлов при создании начальной структуры [8]. В итоге формировалась граница с характерными дислокациями несоответствия.

Следующий этап эксперимента состоял из внедрения от 3 до 10 вакансий на различном расстоянии от границы биметалла. Пример внедрения представлен на рис. 1 а. При дальнейшей релаксации ячейки происходили направленные смещения атомов вдоль плотноупакованных направлений, обусловленные взаимодействием упругого поля комплекса вакансий и дислокаций.

**Результаты и обсуждения.** Серия компьютерных экспериментов показала, что внедрение комплекса вакансий приводит к смещению атомов вдоль направления плотной упаковки от границы биметалла к месту внедрения вакансий. При этом среди рассмотренных биметаллических соединений наблюдались существенные различия в данном процессе.

Можно выделить группу биметаллов, в составе Ni-Fe, Au-Cu, Pt-Cu, у которых наблюдался схожий механизм массопереноса при взаимодействии комплекса вакансий и дислокаций несоответствия. Рассмотрим более подробно данный процесс на примере Ni – Fe.

Начальная конфигурация ячейки показана на рис. 1 а, где внедрены 4 вакансии в десятый ряд от границы металлов.

В процессе релаксации представленной структуры происходили кооперативные атомные смещения от границы металлов в сторону внедрения вакансий (рис. 1 б), тем самым обеспечивая перемещения вакансионного комплекса к границы биметалла. В свою очередь, после того, как вакансии достигали четвертого ряда от границы, начиналось диссипативное движение ближайшей дислокации несоответствия в сторону вакансий. Таким образом, происходит своеобразная аннигиляция дефектов к более

выгодному энергетическому состоянию системы. В результате подобного рода эстафетных атомных смещений происходит переползание дислокации несоответствия вглубь решетки Ni на число межатомных расстояний, равного числу внедренных вакансий (рис. 1 в).

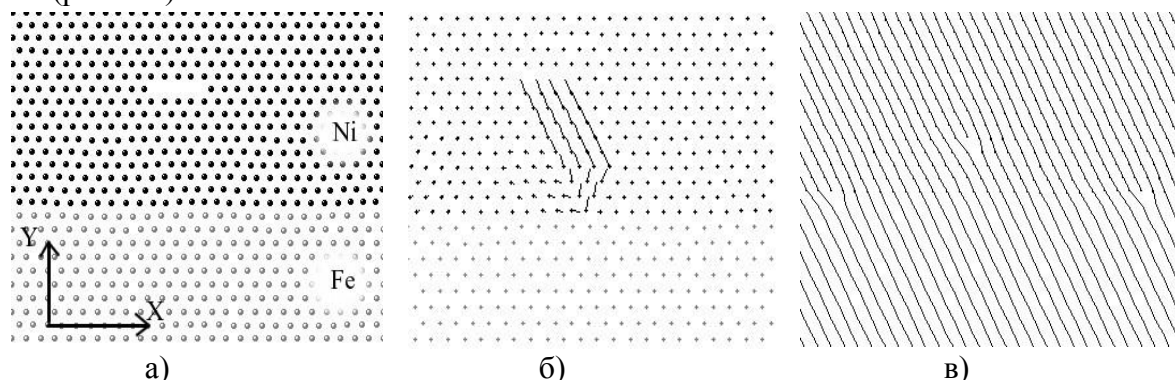


Рис.1. Диссипативное движение дислокации несоответствия при внедрении четырех вакансий в 10 ряд от границы биметалла Ni-Fe. Продолжительность эксперимента 6 пс. На рисунке а) показана начальная конфигурация вакансий в расчетном блоке, б) атомные смещения в результате движения вакансий и дислокации несоответствия, в) положение дислокации несоответствия через 6 пс.

Внедрение различного количества вакансий на разном расстоянии от границы биметаллов показало, что с увеличением их числа увеличивается максимальное расстояние, на котором возможны кооперативные атомные смещения. Для Ni-Fe характерной являются следующая зависимость: три вакансии вызывают кооперативные атомные смещения на расстоянии до десяти межатомных расстояний от границы биметалла, четыре – до 15, пять – до 19, шесть – до 22. Дальнейшее увеличение вакансий не приводит к увеличению данного расстояния, а только влияют на время, за которое происходит массоперенос.

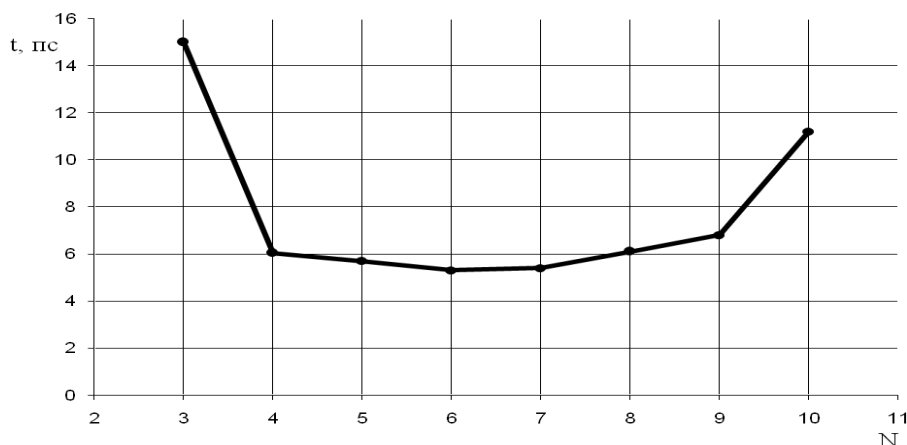


Рис. 2. Зависимость времени  $t$  атомных смещений от числа  $N$  вакансий в Ni-Fe. Вакансии внедрялись в 10 ряд от границы металлов на стороне Ni.

Зависимость времени атомных смещений от числа вакансий представлена на рис. 2. Рассматривается внедрение вакансионных объединений содержащих от трех до десяти вакансий в десятый ряд от границы биметалла Ni-Fe. Время, отложенное вдоль оси ординат в пикосекундах, включает в себя непосредственно массоперенос и время релаксации структуры после внедрения дефектов. Первоначально увеличение числа вакансий ведет к уменьшению времени, достигая минимума при 6-7 вакансиях.

Дальнейшее увеличение их числа приводит к увеличению времени, необходимого для перестройки границы Ni-Fe.

Аналогичные эффекты проявляют себя в биметаллических сплавах Au – Cu, Pt – Cu. Отличия, обусловленные физическими характеристиками биметаллов (таблица 1), имеют место в численных значениях.

Таблица 1. Физические характеристики биметаллов [10,11].

| Тип биметалла | Отношение эффективных размеров атомов | Отношение эффективных масс компонент | Отношение упругих модулей |
|---------------|---------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------|
| Ni – Fe       | 0.9                                   | 1.05                                 | 0.99                      |
| Cu – Pt       | 0,92                                  | 0,33                                 | 0,71                      |
| Au – Cu       | 1.13                                  | 3.09                                 | 0.63                      |
| Ni – Al       | 0.87                                  | 2.2                                  | 2.87                      |

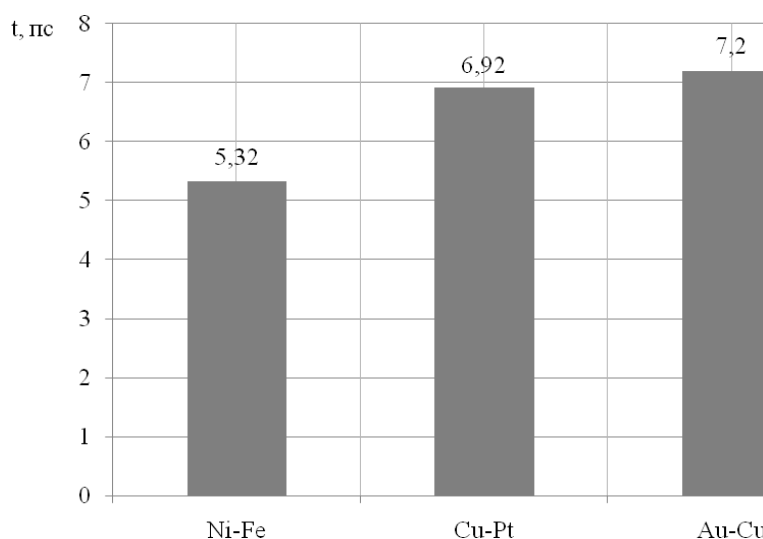
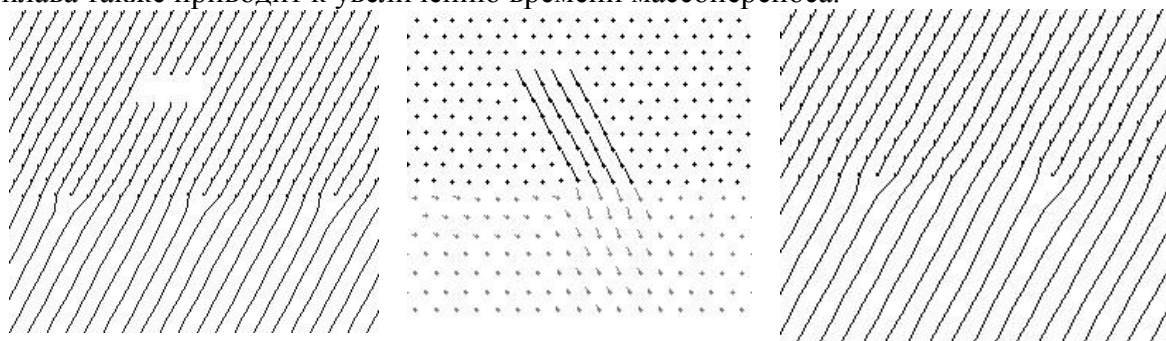
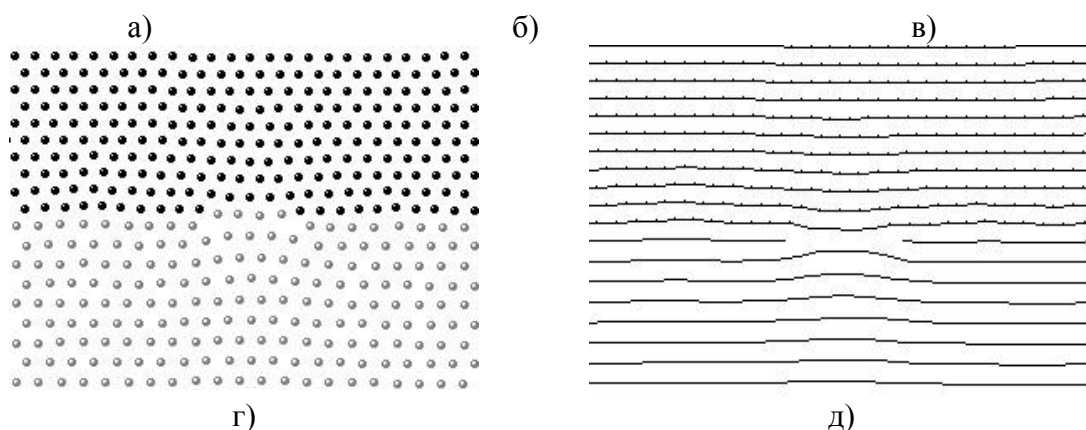


Рис. 3. Усредненное время атомных смещений по результатам 10 экспериментов при внедрении четырех дислокаций в десятый ряд от границы биметаллов. Приведены результаты для Ni-Fe, Cu-Pt, Au-Cu.

В качестве примера рассмотрим зависимость времени кооперативных атомных смещений от типа биметаллического сплава. Результаты серии экспериментов приведены на рис. 3. Опираясь на таблицу 1 можно проследить прямую зависимость полученных результатов от отношения эффективных размеров атомов, т.е. с увеличением данного отношения увеличивается и время необходимое для процесса массопереноса. С другой стороны уменьшение отношения упругих модулей компонент сплава также приводит к увеличению времени массопереноса.





Продолжительность эксперимента 5 пс. На рисунке а) показана начальная конфигурация вакансий в расчетном блоке, б) атомные смещения в результате движения вакансий, в) положение дислокаций несоответствия, г) смещенные атомы крайнего ряда Al в сторону Ni, д) вакансии после релаксации расчетного блока на границе биметалла.

Рис. 4. Результаты внедрения четырех вакансий в 10 ряд от границы биметалла Ni-Al.

Эксперименты, проведенные с биметаллическим сплавом Ni-Al, показали, что наличие комплекса вакансий (рис. 4 а) в Ni вызывает кооперативные атомные смещения от границы биметалла (рис. 4 б), при этом происходило перемещение вакансий к границы биметалла. Однако диссипативного движения дислокаций не наблюдается (рис. 4 в), как в случае Ni-Fe (рис. 1 б, в). Вакансии после релаксации расчетного блока располагались на границе биметалла Ni-Al (рис. 4 в – д).

Обращаясь к характеристикам биметалла Ni-Al, заметим, что отношение упругих моделей компонент сплава превосходит соответствующие значения для Ni – Fe более чем в 2,89 раза, для Cu – Pt в 4,04 раза, а для Au – Cu в 4,56 раза. Таким образом, отличие в отношении упругих модулей играет определяющую роль в структурно энергетических трансформациях границы биметаллов при наличии вблизи комплексов вакансий.

**Заключение.** Методом молекулярной динамики показано, что процесс массопереноса в биметаллических системах зависит от отношения упругих модулей и отношения эффективных размеров атомов компонент сплава. При этом в сплавах существенное влияние на характер кооперативных атомных смещений оказывает число и положение вакансий. В свою очередь, в биметалле Ni-Al массоперенос не сопровождался диссипативным движением дислокации, не зависимо от числа и положения дислокационного комплекса. В Ni-Fe, Au-Cu и Pt-Cu кооперативные атомные смещения всегда сопровождалось переползанием дислокации несоответствия.

Подобные кооперативные смещения атомов на микро уровне могут быть вызваны облучением биметаллов жестки ионизирующим излучением или физическим воздействием.

1. Быков А.А. Развитие производства биметаллов. // Металлург: научно-технический и производственный журнал. №9 2009 г. С. 61-65.
2. Захаров П.В., Старостенков М. Д., Медведев Н.Н., Маркидонов А.В., Обидина О.В. Кооперативное поведение межузельных атомов в поле дислокаций несоответствия на границе биметалла ni-al // Фундаментальные проблемы современного материаловедения. 2012. Т. 9. № 4. С. 431-435.

3. Старостенков М.Д., Захаров П.В., Медведев Н.Н., Дёмина И.А., Попова Г.В. Исследование зависимости скорости массопереноса от расстояния между межузельным атомом и дислокацией несоответствия на модельной границе биметалла Ni-Al. // Вестник карагандинского университета, Серия ФИЗИКА №1 (65). 2012. С. 36-40. ISSN 0142-0843
4. Старостенков М.Д., Маркидонов А.В., Тихонова Т.А., Потекаев А.И., Кулагина В.В. Высокоскоростной массоперенос в кристаллическом алюминии, содержащем цепочки вакансий и межузельных атомов // Изв. вузов. Физика. 2009. т.52. №9/2. С.139-145.
5. Старостенков М.Д., Маркидонов А.В., Тихонова Т.А., Медведев Н.Н. Высокоскоростной массоперенос в двумерном кристалле никеля при наличии дислокационных петель различной локальной плотности // Изв. вузов. Черная металлургия. 2009. №6. С.57-60.
6. Старостенков М.Д., Маркидонов А.В., Медведев Н.Н., Тихонова Т.А. Моделирование переноса массы в виде рядов вакансий и межузельных атомов // «Физика прочности и пластичности материалов». Тезисы докладов XVII международной конференции. Самара. 2009. С.37.
7. Штремель, М.А. Прочность сплавов. Часть I. Дефекты решетки: Учебник для вузов. – М.: МИСИС, 1999. 384 с.
8. Полетаев Г.М. Исследование процессов взаимодиффузии в двумерной системе Ni–Al: Диссертация канд. физ.-мат. наук. Барнаул, 2002. 186 с.
9. Полетаев, Г.М. Моделирование методом молекулярной динамики структурно-энергетических превращений в двумерных металлах и сплавах (MD2). Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2008610486 от 25.01.2008.
10. Шульце Г. Металлофизика. М.: Мир, 1971. 504 с.
11. Смитлз К. Жд. Металлы: Справ. М.: Металлургия, 1980. 447 с.

УДК 371.124: 002

**Д.Д. Зейдуллаева\***

## **ИНФОРМАТИКАНЫ ОҚЫТУДА МҰҒАЛІМНІҢ Е-ПОРТФОЛИОСЫН ЖАСАУ ЖӘНЕ ҚОЛДАНУ ҚАЖЕТТІГІ**

*(Алматы қ., Абай атындағы ҚазҰПУ, \*-магистрант)*

Бұл мақалада мұғалім е-портфолиосын жасаудың қазіргі заманғы білім беру жүйесіндегі маңыздылығы көрсетілген. Білім беру процесінде Е-портфолионы пайдалану – болашақ мұғалімдердің кәсіби құзырлығын қалыптастырып, білім саласын қамтамасыз етуде жеке тұлғаға бағдарланған оқыту тәсілін, олардың кәсіби қалыптасу деңгейін бағалауды жүзеге асыратындығы көрсетілген. Е-портфолионың түрлері көрсетіліп, оның ерекшеліктері келтірілген. Біздің зерттеушілердің пікірлерімен қатар, шетелдік зерттеушілердің пікірлері келтірілген. Сонымен қатар, е-портфолионы жасау және қолдану информатика мұғалімдерінің кәсіби құзыреттілігін қалыптастыру құралы ретінде қарастырылады.

В статье раскрыты потребности создания и использования е-портфолио учителей в обучении курсу информатики современной системы образования и их содержания. А также указана необходимость е-портфолио учителя для повышения качества образования в обучении информатике. Рассмотрены разные виды портфолио. На ряду с мнениями наших исследователей о е-портфолио приведены также мнения иностранных исследователей. При этом создание и использование е-портфолио рассматриваются как средство формирования профессиональной компетентности учителей информатики.

In article poterbnost of creation and use of an e-portfolio of teachers in training in a course of informatics of a modern education system and the content of these requirements are opened. And also it is indicated the need of an e-portfolio of the teacher for education improvement of quality in training in informatics. Different types of a portfolio are considered. On a row with opinions of our researchers on an e-portfolio opinions of foreign researchers are given also. Thus creation and use of an e-portfolio are considered as means of formation of a professional kompetentention of teachers of informatics.

*Түйін сөздер:* е-портфолио, мұғалім, e-learning, технология, ресурс

*Ключевые слова:* е-портфолио, учитель, e-learning, технология, ресурс

*Keywords:* e-portfolio, teaching, e-learning, technology, resource

Қоғамда болып жатқан әлеуметтік-экономикалық өзгерістер бұл күндері адам тағдырына жаңаша көзқараспен қарауды талап етеді. Бүгінгі таңда ғылым мен техниканың қарыштап дамуы білім беру саласына қоғамның әлеуметтік сұранысын қанағаттандыру болып табылады. Білім беруді ақпараттандыру үдерісі жан-жақты зерттеуді талап ететін, қоғамды ақпараттандырудың құрамдас бөлігі. Ақпараттық қоғам білімге негізделген және ақпараттық қоғамның маңызды ресурсы болып табылады. Ақпараттық білім беру жүйесіне озық технологияларды енгізуге негіз болады.

Қазіргі уақытта мектептегі мұғалімнің кәсіби құзырлықтың қалыптасқандығының белгісі – ақпараттық-коммуникациялық технология (АКТ) құралдарының көмегімен мақсатты көздей отырып, жеке тұлғаға бағдарланған білім беру процесін ұйымдастыра білуі болып табылады. Оқу процесіне ақпараттық-коммуникациялық технологияларды ғылыми негіздей отырып, пайдалану оқушылардың оқу-танымдық іс-әрекетін жаңаша ұйымдастыруға, олардың өзіндік орындайтын жұмыстарына белсенділігін арттыруға мүмкіндік береді. Бұл 2-5 жылға дейінгі қолдану кезеңімен ақпараттық технологиялар оқытылатын “информатика” саласы мектеп курсы үшін өте өзекті мәселелердің бірі болып табылады. Информатика саласындағы іргелі білімдермен қатар өзіндік білім алуға, өзін-өзі дамытуға, рефлексияға деген қабілеттіліктер сияқты тұлға сапаларын қалыптастыру, мектеп түлектерінің қазіргі тез өзгермелі ақпараттық әлемде өздігінен табысты қалыптасуына ықпал ететін келешекте кез-келген ақпараттық технологияларды меңгеруге мүмкіндік береді. Информатикаға оқыту нәтижесін бақылаудың дәстүрлі формалары мен әдістері негізінен оқушылардың пәндік білімдерін бағалауға бағытталып, және олардың барлық оқудағы жетістіктерін қамтымайды. Сонымен қатар, мұғалімнің тексеру, бағалау іс-әрекетінің нәтижелілігін айтарлықтай төмендететін педагогикалық бақылауды есеп жүргізе бақылау, бақылай түзету, оқытып үйрету, тәрбие беру сияқты функциялары жеткілікті түрде жүзеге асырылмайды. Оқушылардың информатика бойынша оқу жетістіктерін толық бейнелену, педагогикалық бақылаудың барлық функцияларын толықтай дерлік жүзеге асыру үшін мұғалімнің портфолиосы нәтижелі түрде қолдануға болады.

Білім беруді ақпараттандыру жағдайында педагог мамандардың біліктілігін көтеру – бүгінгі күннің негізгі міндеттерінің біріне айналып отыр. Педагог мамандардың құзырлылығын қалыптастыруда оны ақпараттандыру туралы тұжырымдама, оның жұмыс жоспарларын жасақтау қажет. Қоғамды ақпараттандыру жағдайында білім беру қызметкерлерінің құзырлылығын, ақпараттық – коммуникациялық технологияларын қолдану арқылы көтеру негізгі міндеттердің біріне айналып отыр. Сол себепті ақпарат алмасу құралының бірі – электрондық портфолио. Электрондық портфолио – педагогтардың ақпараттық коммуникациялық құзырлылығын қалыптастыру құралы, ақпараттық-коммуникациялық технологияларды енгізу бойынша ерекше идеялар мен педагогикалық жетістіктерді айқындау және таратуға; мұғалімдердің кәсіби

құзыреттілігін арттыруға; педагогтердің креативтік және шығармашылық ізденістерін ынталандыруға қажетті құрал [1].

Ақпараттық және коммуникациялық технологиялар негізінде біз е-портфолио қалай жасау керектігін және білім беру саласында қандай маңызды рөл атқаратындығын ұғына аламыз.

Мұғалімнің ақпараттық-коммуникациялық құзырлылығы мен ақпараттық мәдениетін қалыптастыру қазіргі таңда үздіксіз педагогикалық білім беру жүйесіндегі ең көкейкесті мәселелердің біріне айналып отыр. Қазіргі уақытта құзырлылықтың бірнеше түрі бар, соның бірі – ақпараттық коммуникациялық құзырлылық. М.В.Лебедева мен О.Н.Шилова мұғалімнің ақпараттық-коммуникациялық құзырлылығын "оқу, тұрмыстық, кәсіби міндеттерді ақпараттық және коммуникациялық технологиялардың көмегімен шеше білу қабілеттілігі" деп анықтайды [2].

Оқытушының электрондық портфолио – бұл педагогтың педагогикалық іс-әрекетін жан-жақты бейнелейтін, оның әр түрлі жұмыстарының жиынтығынан құралатын біртұтас жүйе болып табылады. Электрондық портфолио оқытушының өзін-өзі жүзеге асыруын, кәсіби іс-әрекетінің деңгейін көрсететін педагогикалық іс-әрекетіндегі рефлексияны сипаттайтын дербес кәсіби даму деңгейі мен іс-әрекетінің табыстылығын қалыптастыруға жағдай жасайды. Соңғы жылдары портфолио оқу үрдісінде пайдалануға деген қызығушылық Ресей және Қазақстан білім беру жүйелерінде байқалады. Кейбір басылымдарда портфолио оқуды «бағалаудың альтернативті жүйесі» ретінде ұсынады.

Оқу әдістемелік, ғылыми әдебиеттердегі және виртуалдық кеңістікте жарияланған материалдар электрондық портфолио мәселесінің бүгінгі таңда үлкен қызығушылыққа ие екендігін және оның ары қарай дами беретіндігін көрсетеді. Әр түрлі интернет сайттарын зерттеу нәтижесі электрондық портфолио анықтаудың әр түрлі тәсілдері бар екенін көрсетті.

Портфолио бір қатар практикалық жұмыстарға нұсқаулар мен сипаттаманы, ұсынылған жұмыстағы тапсырмаларды орындауды қамтамасыз ететін әдістемелік материалдар мен нұсқауларды оқушыларды аттестациялау, өзіндік аттестация материалдарын оқушылардың шығармашылық және зерттеу жұмыстарын қамтиды. Сонымен бірге, біз web портфолиоға түсінік бере кетсек: «web портфолио дегеніміз – оқытушының зерттеу іс-әрекетінің нәтижелерін, дербес жетістіктерін сақтау үшін пайдаланылатын web бет немесе web сайт. Сонымен, портфолио дегеніміз – құжаттардың қағазға шығарылып, бумаға салынған нұсқасы болса, ал электрондық портфолио электрондық тасымалдаушылардағы файл түрінде ұсынылған материалдар. Жалпы, мұғалім портфолио файлы бар арнайы папкада жасақталады. Портфолиоға салынған әр материалда күннің жады, яғни (уақыт) көрсетіліп отыруы тиіс. Портфолио құрамы әдістемелік бірлестік жетекшісінің немесе мұғалімнің өзінің алдына қойған міндеттері негізінде жасалады. Портфолио электрондық (е-портфолио) түрінде жасауға болады. Электрондық түрі құжаттардың сканерленген қосымша электрондық кестелер, педагог пен оқушы жұмысының электрондық файлдары (жобалар, сабақ түрлері және т.б.) түрде жасалынады.

Портфолионың үлгілік функциясы оқытушының даму динамикасын сипаттайды, өзін жүзеге асыру нәтижелерін көрсетеді. Оқытушының оқыту стилі мен құзырлық деңгейін көрсетеді, оқытушының іс-әрекетін жоспарлауға көмектеседі. Электрондық портфолио құрып толтыруда мұғалімнен өзінің кәсіби іс-әрекетін жобалау, модельдеу және ұйымдастыру іскерлігі талап етіледі. Сонымен бірге, программалық әдістемелік кешенді жасауға қойылатын талаптар ескеріледі.

Жалпы, оқу-тәрбие жұмыстарының тәжірибелеріне сүйене отырып, портфолионың үш түрін атап көрсетуге болады. Олар:

- демонстрациялық портфолио – белгілі бір тақырып бойынша оқушылардың білімін қорытынды бағалау қызметін атқарады және әр түрлі сипаттағы жұмыстардың жинағы болып табылады.

- даму портфолиосы – соңғы нәтижені ғана көрсетіп қоймай, оған жету үрдісін көрсетуге бағытталады.

- құрал портфолиосы – құрал портфолиосында әр түрлі қызықты мысал мен жаттықтыру тапсырмаларын қамтитын материалдар өте айқын және түсінікті баяндалуы тиіс.

Білім беру үрдісінің сапасын бақылап, қадағалауды қамтамасыз ету үшін оқушылардың оқу іс-әрекетінің барлық нәтижелерін портфолиотүрінде қалыптастырудың тиімді екенін практика жүзінде көрсетеді. Мұндай портфолио білім беру мекемесінің порталынан немесе электрондық ресурстарда орналастырылады [3].

Е-портфолионың төмендегідей ерекшеліктерін атап өтуге болады: интерактивтілік, жеделділік, көрнекілік, ашықтылық, гиперсілтемелер арқылы өзара байланысты жүзеге асыру, құзырлықтың қалыптасу деңгейін көрнекі бағалау сияқты е-портфолио өзіндік құзырлықты көрсету, дамыту және бағалау тәсілі ретінде қызмет ете алады. Е-портфолио әдісі Еуроппалық және американдық оқу орындарында мұғалімнің қоғамдық және академиялық жетістіктерін көрсетуге, шығармашылық жұмыстар жасауға жол ашып, оның құзырлықтарын дамыту тәсілі ретінде белсенді қолданылады. Мұғалім портфолиосын жасау өмірлік қажеттіліктен пайда болады, себебі қазіргі уақытта білім сапасына қойылатын талап үнемі жоғарылап отырады. Бір жағынан, мұғалім портфолиосы оқушының жұмысын тиімді бақылау үшін, ал бір жағынан білім беру сапасын жетілдіру үшін қажет болып табылады.

Электрондық портфолио - бұл мұғалімнің өз оқытушылық қызметінің нәтижесін талдау, ал басқа жағынан оқушылардың даму үдерісін бақылап және білім беретін жетістіктерін бағалау.

Е-портфолио құру оқушылардың құзырлығының дамуына жағдай жасайды (Barrett H. and Wilkerson J.) [4]. Е-портфолио материалдарымен жұмыс істеу қарым-қатынас құзырлығын және мәселелерді шеше алу мүмкіндіктерін дамытады (Abrami & Barret 2005) [5,6]. Е-портфолио әдісі желілік білім беру үдерісінің әр түрлі субъектілерімен (оқушылармен, оқытушылармен, эксперттермен, факультет администрациясымен және т.б.) белсенді жұмыс жасау құралы ретінде қолдануға мүмкіндік береді [7] (Lorenzo & Ittleson, 2005).

Е-портфолио технологиясы әлемдік білім беру жүйесінде кеңінен таралып келеді. Мұндай мәселелерді зерттеуге арналған ұлттық және халықаралық ұйымдар құрылуда: Еуропортфолио Консорциумы (EuroPortfolio Consortium, EIFEL), Электрондық портфолио жөніндегі халықаралық ассоциация (InterNational Coalition for Electronic Portfolio Research), электрондық портфолио жөніндегі Даттық Консорциум (Danish Consortium for E-Portfolio) және т.б. Қазіргі уақытта ғалымдарды, практиктерді, сарапшыларды, электрондық портфолионы жасаушы энтузиастерді біріктіретін жүздеген әртүрлі ассоциациялар бар.

Көптеген шетелдік зерттеушілер әртүрлі саладағы мамандардың құзырлық деңгейлерін өлшеу үшін е-портфолио әдісін пайдалану мүмкіндігіне байланысты оған ерекше мән береді. Х.Баррет оқу е-портфолиосын құру процесі оқушының кәсіби құзырлығын дамытуды қамтамасыз етеді, ал портфолионың өзі оқытушы үшін құзырлықтарын дамыту үшін рефлексивті құрал болып табылады.

В. Роумер Носсек, С.Звиауерлердің жұмысында Болон процесі шеңберіндегі жоғары білім берудің жалпы болашағы ретіндегі және электрондық оқыту стратегиясын дамыту мақсатындағы е-портфолионың құрылымын жасаудың

тұжырымдамасы мен жобасы келтірілген. Әлемдік практикада электрондық портфолио ХХІ ғасырдағы жоғары білім беру жүйесіндегі болашағы өте зор технология ретінде саналатын электрондық оқытудың (e-learning) бөлігі ретінде түсінеді. Электрондық оқыту оқу материалдарын Интернет арқылы пайдалануды, сондай-ақ, оқушы мен оқытушының қарым-қатынасы желі арқылы онлайн режиміндегі видеоконференция және басқа интерактивті тәсілдер негізінде өткізуін талап етеді. Жоғары оқу орындарындағы ашық білім беру жүйесінде пайдаланылатын педагогикалық инструменттер ЖОО-да алынған студенттердің құзырлықтары айқын, әрі салыстыруға келетіндей болуын қамтамасыз етуі тиіс. Болон жүйесінде бұл ECTS (European Credit Transfer and Accumulation System- кредитті тарату және анықтаудың Еуроппалық жүйесі) терминінде сипатталады. Осыған орай бірқатар еуроппалық зерттеушілер е-портфолио академиялық мобильділік программасында студенттердің жеке белсенділігін арттыру әдісі және ЖОО-орнына түсу барысында дербес жетістіктерінің нәтижесін көрсету тәсілі ретінде қарастырады. Ғалымдардың келесі бір тобы студенттердің е-портфолио пайдалануының болашағы жұмыс берушілерге өзінің жетістіктерін электрондық желіде көрсете алу мүмкіндіктерінен тұрады деп санайды[8].

Біздің елемізде е-портфолио оқу процесінде пайдалануын зерттеуге арналған бірқатар ғалым-педагогтардың еңбектері бар. Қазіргі уақытта білім беру процесінде портфолионың әртүрлі типі қолданылады. Портфолионың мақсаты әртүрлі жұмыстарды жүйе ретінде жоспарлаумен келтіріледі.

Білім беру процесінде е-портфолио пайдалану барлық мүмкін болатын қырларын ескере отырып, соңғы нәтижеге – болашақ мұғалімдердің кәсіби құзырлығын қалыптастыруға бағытталып, білім сапасын қамтамасыз етуді, жеке тұлғаға бағдарланған оқыту тәсілін, кері байланысты негізінде олардың кәсіби құзырлығының қалыптасу деңгейін бағалауды жүзеге асыру мүмкіндіктеріне қол жеткіздіреді.

Оқу пәнінің деңгейінде болашақ информатика мұғалімдерін даярлауда пайдаланылатын е-портфолио мазмұны А.Р.Тұрғанбаеваның ғылыми зерттеуінде анықталған [9]. Мұнда білім беретін электрондық портфолио түсінігі белгілі бір оқу пәнінен білім алушылардың оқудағы жеткен жетістігін көрсетуге мүмкіндік беретін, жеке тұлғаға бағдарланған оқыту тәсілін жүзеге асыратын ақпараттық-коммуникациялық технологиялар ретінде қарастырылады. «The Teaching Portfolio» деген кітаптың авторы Питер Зелдинаның пікірінше мамандықтың дамуындағы негізгі жетістіктер мұғалім портфолиосы жүзеге асырады [10].

Сонымен жоғарыда келтірілгендерден бірқатар зерттеушілердің еңбектерінен, білім беру процесінде е-портфолио пайдалану жоғары оқу орындарында төмендегідей қажеттіліктерден туындайтындығын атап өтуге болады. Олар:

-білім беру үдерісінде оқытушылар үшін оқушылардың жеке тұлғалық ерекшеліктерін ескеру кредиттік оқыту технологиясын тиімді жүзеге асыруға мүмкіндік беру, оқушылардың оқудағы жеткен жетістіктерінің нәтижелерін виртуалдық көрме ретінде жариялау, білім беру процесіне мониторинг жүргізу, дербес консультациялар өткізу, студенттің білім беру процесіне толық қатысуын қамтамасыз ету, оқушыға пәндік білімін зерттеу, модельдеу, жинақтау құралын ұсыну, оқушының дербес білім алу траекториясын сүйемелдеу, топпен жұмыс істей білу іскерлігін қалыптастыру, контекстік оқытуды жүзеге асыруды қамтамасыз ету қажеттіліктері;

-оқушы тұлғалығының дамуында жеке тұлғалығын дамыту мотивациясын, қарым-қатынас іскерлігі мен дағдысын, қоршаған ортаны шынайы бағалай білу іскерлігі мен рефлексияны қалыптастыру, оқу іс-әрекетінің нәтижесін көрсете білу іскерлігі мен дағдысын, рефлексияны қалыптастыру, оқу іс-әрекетінің нәтижесін көрсете білу іскерлігі мен дағдысын, рефлексияны қалыптастыру, оқу іс-әрекетінің нәтижесін

көрсете білу іскерлігін қалыптастыру, шығармашылық әл-ауқатын дамыту, ақпараттық құзырлығы мен мәдениетін қалыптастыру, оқушылардың: қойылған мақсатқа ұмтылу, орнықтылық, сенімділік, ашықтылық, шыдамдылық, эмоционалды тәрізді жеке тұлғалық қасиеттерін дамыту қажеттіліктері.

-ресурстық қамтамасыз етуде мұғалім е-портфолиосының оқу процесінің программалық жабдықталуында, ақпараттық-әдістемелік қамтамасыз етуде, білім беру саласында үздік оқу іс-әрекетінің үлгілерін құруда, сайттар мен мәліметтер қорын құруда қолданылу қажеттіліктері.

Мұғалімнің жоғарыда аталған қажеттіліктеріне сай толтырылған пәнге арналған электрондық портфолионың болуы оның кәсіби даярлық деңгейінің қоғам тарапынан “бүгінгі мектеп мұғаліміне” қойылатын талаптарды қанағаттандыратындығын білдіреді. Бұл маманның болашақта кәсіби іс-әрекетін тиімді ұйымдастыруға негіз болатын қазіргі білім беру жүйесіндегі инновациялық тәсілдердің бірі болып табылады.

1. Жумабекова М. Учимся создавать электронное портфолио. [электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://infust.kz/2012/04/informatika/>/Информатика
2. Мұхамбетжанова С.Т. “Біліктілікті арттыру жүйесінде педагогтардың ақпараттық-коммуникациялық құзырлығын қалыптастырудың ғылыми-әдістемелік негіздері”. Автореферат. Алматы:Қазақстан. – 2010ж.
3. Зимин А.Л., ХеннерЕ.К.“Повышение квалификаций работников образования в области информационно-коммуникационных технологии”. Информатика и образование; - 2004ж; №12; 1-4с.
4. Barret H., Wilkerson, “Conflicting Paradigms in Electronic Partfolio Approaches” Retrieved from: <http://electronicportfolios.org/systems/paradigms.html>. (2004)
5. Ahn, J. (2004). Electronic portfolios: Blending technology, accountability and assessment. Retrieved 2006, from : <http://thejournal.com/articles/16706>
6. Abrami P.C &Barrett H. (2005). Directions for research and development on electronic portfolios. Canadian Journal of Learning and Technology, 31(3), online version.
7. Lorenzo G., &Ittleson J.(2005). An overviewof institutional e-portfolios. Retrieved from: <http://www.educause.edu/LibraryDetailPage/>.
8. ИвановаВ. И. “Портфолио учителя информатики”//Г. Гай, Оренбургская область, МОУ СОШ , -2010; № 6; 16-18с.
9. Тұрғанбаева А.Р. “Формирование профессиональной компетентности будущих учителей информатики наоснове е-портфолио”. Автореферат. Алматы:Қазақстан. – 2009ж.
10. Курносов В. Портфолио педагога.[электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.odetstve.ru/forteachers/educstudio/presentation/768.html/>.

## ПОСТРОЕНИЯ СОПРЯЖЕННОГО И ОБРАТНОГО ОПЕРАТОРА ДЛЯ СПЕЦИАЛЬНОГО НАГРУЖЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

(г.Туркестан, МКТУ имени А Ясауи)

Бұл мақалада арнайы дербес түрдегі бірінші ретті жүктелген дифференциалдық оператор үшін Түйіндес және кері операторлары құрылған. Бірінші туындылары үзіліссіз болатын функциялар кеңістігінде Грин функциясының айқын түрі жазылған. Шеттік шарттармен берілген қисынды есептер қамтылған. Квадраттары қосындыланатын функциялар кеңістігі нормасында жалпы шешімнің тұйықталуы көрсетілген. Кері оператордың жете үзіліссіздігі және шенелгендегі дәлелденген.

В настоящей статье рассматриваются вопросы построения сопряженного и обратного оператора для нагруженного дифференциального уравнения первого порядка специального вида с общими краевыми условиями. Построена явный вид функции Грина в классе непрерывных функций с производными первого порядка. Выписывается все корректные задачи, которые находятся в общих краевых условиях для нагруженного дифференциального оператора первого порядка. Показано замыкание общего решение по норме пространства квадратично суммируемых функций. Доказаны вполне непрерывность и ограниченность обратного оператора.

In this article discusses the problems of constructing the dual and the inverse operator for the loaded first order differential equations of a special form with general boundary conditions. Constructed an explicit form of the Green function in class of continuous functions of first order. Ordered all posed problems, which are already in general boundary conditions for loaded differential operator of first order. Shows a closure of the general solution in the norm of square-integrable functions. Proved quite continuous and bounded inverse operator.

*Түйін сөздер:* дифференциалдық теңдеу, регулярлық нүкте, резольвенттік жиын, Түйіндес оператор, кері оператор, меншікті мән.

*Ключевые слова:* дифференциальное уравнение, регулярная точка, резольвентное множество, сопряженный оператор, обратный оператор, собственное значение.

*Keywords:* differential equation, regular point, resolvent set, adjoint operator, inverse operator, eigenvalue. .

Сопряжённой задачей для оператора кратного дифференцирования с интегральным возмущением в одном из периодических краевых условий является нагруженным дифференциальным уравнением второго порядка (см., например, [1-3]). Задача на собственные значения однородной задачи Гурса для модельного нагруженного уравнения гиперболического типа исследована в работе [4]. При исследовании решения двумерной двухфазной задачи Стефана в клинообразной двухслойной среде, построена функция Грина модельной задачи сопряжения для уравнения теплопроводности с разрывным коэффициентом [5].

В настоящей работе рассматривается нагруженный дифференциальный оператор первого порядка:

$$Lu = u'(x) + \overline{q(x)}u(0) = f(x), \quad x \in (0,1), \quad (1)$$

с областью определения

$$D(L) = \{u(x) \in C^1(0,1) : u(0) = \alpha u(1)\}, \quad (2)$$

где  $\alpha$  – любое число,  $q(x)$  – произвольная комплекснозначная функция из пространства квадратично суммируемых функций  $L_2(0,1)$ ,  $\bar{z}$  – комплексное сопряжение величины  $z$ .

Построение сопряжённого и соответствующего обратного оператора для задачи (1)-(2), в случае, когда  $\overline{q(x)} \equiv \text{const}$ , нашли свои отражения в работе [6]. а задача с нагрузкой в конце рассматриваемого отрезка в [7]. В отличии от этих работ будем рассматривать случай, когда  $\overline{q(x)} = \cos 2\pi x$ .

Имеет место следующая

**Теорема.** Пусть  $\overline{q(x)} = \cos 2\pi x$  и  $\alpha \neq 1$  Тогда сопряжённый оператор  $L^*$  оператора  $L$  представимо в следующем виде

$$L^*v \equiv \begin{cases} -v'(x) = g(x), \\ v(1) - \alpha v(0) + \alpha \int_0^1 \cos 2\pi x \cdot v(x) dx = 0, \end{cases} \quad (1^*)$$

$$(2^*)$$

а соответствующий обратный оператор имеет форму

$$(L - \lambda E)^{-1} = R_\lambda(L) = u(x) = \int_0^x G(x,t) f(t) dt + \int_x^1 G(x,t) f(t) dt,$$

где

$$G(x,t) = \begin{cases} \left(1 - \frac{\sin 2\pi x}{2\pi}\right) \cdot \frac{\alpha}{1-\alpha} + 1, & 0 < t < x, \\ \left(1 - \frac{\sin 2\pi x}{2\pi}\right) \cdot \frac{\alpha}{1-\alpha}, & x < t < 1, \end{cases} \quad (3)$$

функция Грина и выписывается все корректные задачи, которые находятся в (1)-(2).

**Доказательство.** Считая  $u(0)$  – некоторой независимой константой, т.е. содержащий значение искомой функции в точке нуль, по формуле Лагранжа, после применения операции интегрирования по частям, имеем

$$\begin{aligned} \int_0^1 u'(x)v(x)dx + u(0) \cdot \int_0^1 \cos 2\pi x \cdot u(x)dx &= u(1)v(1) - u(0)v(0) - \\ &- \int_0^1 u(x)v'(x)dx + u(0) \cdot \int_0^1 \cos 2\pi x \cdot v(x)dx. \end{aligned}$$

Подчиняя краевому условию (2), имеем

$$u(1)v(1) - \alpha u(1)v(0) + \alpha u(1) \cdot \int_0^1 \cos 2\pi x v(x) dx - \int_0^1 u(x)v'(x) dx =$$

Полагая,  $u(1) \neq 0$ , получим  $(1)^*-(2)^*$ . Таким образом,  $L^*v$  является сопряженным оператором по отношению к основному оператору  $L$ .

Отметим, что в работе [8] выписаны все корректные задачи, которые находятся в (1)-(2). Интегрируя обе части уравнения (1) от 0 до  $x$ , получим

$$u(x) = \int_0^x f(t) dt + u(0) \cdot \left(1 - \frac{\sin 2\pi x}{2\pi}\right) \quad (4)$$

Вычислим значение  $u(x)$  при  $x=1$ :

$$u(1) = \int_0^1 f(t) dt + u(0). \quad (5)$$

Определитель коэффициентов краевого условия (2) и соотношение (5):

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ \alpha & -1 \end{vmatrix} = \alpha - 1 \neq 0,$$

т.е. уравнение (1) имеет нетривиальное решение. Подстановка решение системы уравнений (2),(5) в соотношение (4) позволяет найти общее решение уравнение (1) в следующем виде:

$$u(x) = \int_0^x \left[ \left( 1 - \frac{\sin 2\pi x}{2\pi} \right) \cdot \frac{\alpha}{1-\alpha} + 1 \right] f(t) dt + \int_x^1 \left( 1 - \frac{\sin 2\pi x}{2\pi} \right) \frac{\alpha}{1-\alpha} f(t) dt. \quad (6)$$

Обозначая через  $G(x, t, \alpha)$  непрерывное ядро решения (6), получим представление (3). Таким образом, в пространстве непрерывно дифференцируемых функций с первыми производными  $C^1(0,1)$ , имеем обратный оператор  $u = L^{-1}f$ , имеющий интегральное представление (6). Теорема доказана.

**Замечание.** Если интегральную представлению (6) замыкать по норме  $L_2(0,1)$ , то обратный оператор  $L^{-1}$  становится вполне непрерывным в пространстве квадратично суммируемых функций с первыми обобщенными производными  $W_2^1(0,1)$ . Кроме того, если для любой правой части  $f(x) \in W_2^1(0,1)$  уравнение (1), оператор  $L^{-1}$  вполне непрерывный, то  $L^{-1}$  – ограниченный оператор. Отсюда следует, достаточность непрерывности ядра  $G(x, t, \alpha)$  ограниченные в пространстве  $L_2(0,1)$ .

Вычисление интеграла (3) по норме  $L_2(0,1)$  дает постоянную, т.е.

$$\begin{aligned} \int_0^1 \int_0^1 |G(x, t, \alpha)|^2 dx dt &= \frac{\alpha}{\Delta} \left( \frac{\alpha}{\Delta} + \frac{1}{(2\pi)^2} \cdot \frac{\alpha}{\Delta} + 2 \right) + 1, & 0 < t < x, \\ \int_0^1 \int_0^1 |G(x, t, \alpha)|^2 dx dt &= \frac{\alpha}{\Delta} \left( \frac{\alpha}{\Delta} + \frac{1}{(2\pi)^2} \cdot \frac{\alpha}{\Delta} + 2 \right), & x < t < 1, \end{aligned}$$

где  $\Delta = \alpha - 1 \neq 0$ . Отсюда следует ограниченность обратного оператора  $L^{-1}$ , так как ядро  $G(x, t, \alpha)$  ограничено, т.е. вычислен до  $const$ .

1. Макин А.С. О нелокальном возмущении периодической задачи на собственные значения// Дифференциальные уравнения. 2006. Т.42, №4.- С.560-562.
2. Иманбаев Н.С., Садыбеков М.А. Базисные свойства корневых функций нагруженных дифференциальных операторов второго порядка// Доклады НАН РК. 2010. №2. С. 11-13.
3. Sadybekov M.A., Imanbaev N.S. On the Basis Property of Root Functions of a Periodic Problem with an Integral Perturbation of the Boundary Condition// Differential Equations, 2012, Vol.48, №6. pp. 896-900.
4. Нахушев А.М. Задачи со смещением для уравнений в частных производных. М.: Наука, 2006.- 287 с.
5. Бердышев А.С., Калиева К.А. О решении двумерной двухфазной задачи Стефана в клинообразной двухслойной среде// Вестник КазНПУ им.Абая. Серия «Физико-математические науки», Алматы, 2012. № 3 (39).- С. 25-32.
6. Турсубекова Н.Б., Иманбаев Н.С. О построении обратного и сопряженного нагруженного дифференциального оператора первого порядка на отрезке// Вестник МКТУ им. А.Ясави. 2009, №2 (65). С. 78-80.
7. Иманбаев Н.С., Калимбетов Б.Т., Хабибуллаев Ж.О. Алгоритм построение обратного и сопряженного нагруженного дифференциального оператора первого порядка// Матер. Межд. конф. «Дифференциальные уравнения и приложения». Актобе, 2013.- С.43-44.
8. Наймарк М.А. Линейные дифференциальные операторы. – М: Наука, 1969.

## СОВРЕМЕННЫЕ ТЕНДЕНЦИИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ОБУЧЕНИИ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА ПОДГОТОВКИ СПЕЦИАЛИСТОВ РАЗЛИЧНОГО ПРОФИЛЯ

(г.Алматы, КазНПУ им.Абая, \*- студент)

Автор мақалада көпшілік арасында ақпарат таратуда елестете түсіну төңірегінде зерттеу нәтижелеріне тоқталған. Зерттеу жұмысы қазіргі таңдағы ақпаратты таратудың озық технологиялары мен әдістері, оның ішінде IT және жоғары класты бағдарламалық қамтамасыз етілу жағдайында жасалынған. Зерттеу жұмысының ауқымы мен күнделікті адам қызметінде қолданыс аясы кең.

Статья представляет собой исследования авторов в плане визуализированного представления информации публике. Работа проводилась на современном программном обеспечении высокого класса, включающем в себя передовые IT технологии и методы информатизации общества. Исследование довольно емкое и применимо относительно всех сфер деятельности человека.

The article is the authors' research in the sphere of visual representing some information to people. The work was performed using high class modern software, including advanced IT technologies and methods of social informatization. The research is rather capacious and it can be applied to all spheres of human activity.

*Түйін сөздер:* Көрнекілік қағидаты, көлемді модельдеу, 3dsMax, қазіргі заман программалық жасақтама, 3D лабораториялар

*Ключевые слова:* принцип наглядности, объемное моделирование, 3dsMax, современное программное обеспечение, 3D лаборатории

*Keywords:* The principle of clarity, solid modeling, 3dsMax, advanced software, 3D laboratories

*Многие вещи нам непонятны не потому,  
что наши понятия слабы;  
но потому, что эти вещи не входят  
в круг наших понятий.  
Козьма Прутков*

**Задача проекта:** Исследовать современные технологии моделирования объектов, их визуализации, анимации. Исследовать прикладную функцию применения трехмерных технологий.

**Цель проекта:** Выявить самые оптимальные технологии построения 3D объектов и привести практический пример применения их в образовательной сфере.

**Актуальность** избранной темы определяется следующими моментами: 1) вопрос об улучшении методов образования неисчерпаем, 2) новейшие hi-tech разработки применимы во многих сферах жизни, 3) наблюдается необходимость повышения заинтересованности студентов и качества образования.

Современная концепция преподавания в физико-математических, медицинских, био-химических и инженерных ВУЗах требует внедрения в учебную практику современных технологий.

По проведенному анкетированию обучаемых ВУЗа, в том числе и на анонимной основе подтвердило заинтересованность слушателей в подобном методе (3D объекты) предоставления информации.

Современный исторический период развития общества характерен тем, что знание и применение современных информационных технологий становится не только необходимым элементом подготовки специалистов в высших учебных заведениях, но и неотъемлемой частью культуры и квалификации преподавателя.

Мультимедийное представление на основе 3D моделей позволит существенно расширить наглядность представляемого материала. Трёхмерное реалистичное и динамическое представление физиологического, химического, биологического процессов, анимированные схемы механизмов реакций, существенно позволяют экономить время проводимого занятия, позволяя раскрыть больший объём материала, не тратя время на объяснения традиционным способом – «мел и доску».

Более того, презентационная форма преподавания 3D моделей, дает возможность стимулировать предметно-образную память у студентов, познавательную и творческую активность слушателей, позволяя более эффективно усваивать учебный материал. Физиологической основой этого явления, являются статистические сведения о том, что более 70% людей обладают визуальным кодом доступа и методом познания мира. Это обуславливает разработку и широкое внедрение в учебный процесс электронных учебно-методических материалов (ЭУММ) на основе 3D моделей и динамически анимированных объектов преподавания.

Практика организации учебного процесса в вузах приучила нас к мысли, что все методические материалы для электронного обеспечения занятий по своей учебной дисциплине разрабатывает преподаватель. Такой подход для разработки компьютерных дидактических материалов сегодня устраивает не в полной мере, так как разработка обучающих программ предполагает хорошее знание программирования и информационных технологий.

Поскольку создание электронных 3D учебно-методических материалов является достаточно длительным и трудоемким процессом, то при его проектировании и разработке должны быть обязательно учтены фундаментальные принципы педагогики, дидактики, методики, психологии, эргономики, информатики и других наук.

При разработке и создании учебно-методического комплекса можно использовать несколько путей:

1. Сторонним производителем электронных программ.
2. Преподавателем, освоившим методику оформления данных по принципам IT технологий (прошедшим специальную теоретическую и практическую подготовку в учебных вузах, обеспечивающих навыками по данной тематике).
3. Активное привлечение преподавателем студентов, владеющих методикой оформления по принципу IT технологий в рамках студенческой научно-практической деятельности кафедры.

Программно-техническое обеспечение, используемое для создания 3D ЭУММ, может быть разнообразным, это определяется возможностями учебного заведения, а так же задачами, реализуемыми преподавателем в содержательной части ЭУММ. Наиболее распространенные это программы Maya, 3DsMax, Blender, SketchUp, Архикад, Автокад, bonzai3D, iClone, canvas, DAZ studio и пр., а так же программы с основами языка разметки гипертекста (HTML – Hyper Text Markup Language) применяемые для удобства по поиску и структурной организации методических материалов. Также, можно включить и принципы использования информационных видеофайлов, как формата avi, так и swf с различными вариантами анимационных технологий.

Этот же принцип наглядности реализован в проводимых мультимедийных занятиях, хотя стоит и отметить, что невозможно заменить и привычные подходы. Мел и доска все еще достаточно актуальны, так как позволяют оперативно варьировать учебный материал в зависимости от степени подготовленности аудитории.

Таким образом, компьютерные технологии позволяют добиться более высокого уровня наглядности изучаемого материала, значительно расширяют возможности использования различного рода заданий и упражнений, оживляют учебный процесс, делая его более динамичным и разнообразным.

Проведя исследование на различных пакетах анимации, таких как: 3dsMax, Maya, FloorStrope, Macromedia Flash и прочих, я пришел к выводу, что применение 3dsMax'a более рационально и практично. В сети интернет присутствует большое количество обучающего материала и видео-уроков, что позволит понять принцип работы и процесс моделирования быстрее, нежели на остальных пакетах анимирования объектов. В качестве объекта построения, для демонстрирования возможностей программы мы использовали строение спирали ДНК, гелиоцентрическую модель нашей галактики, строение молекулы бутана и т.д. Рассмотрим пример реализации модели ДНК: (рис.1.). Та же самая спираль ДНК отмоделированная в редакторе (рис.2).



Рисунок 1 – пример реализации модели ДНК

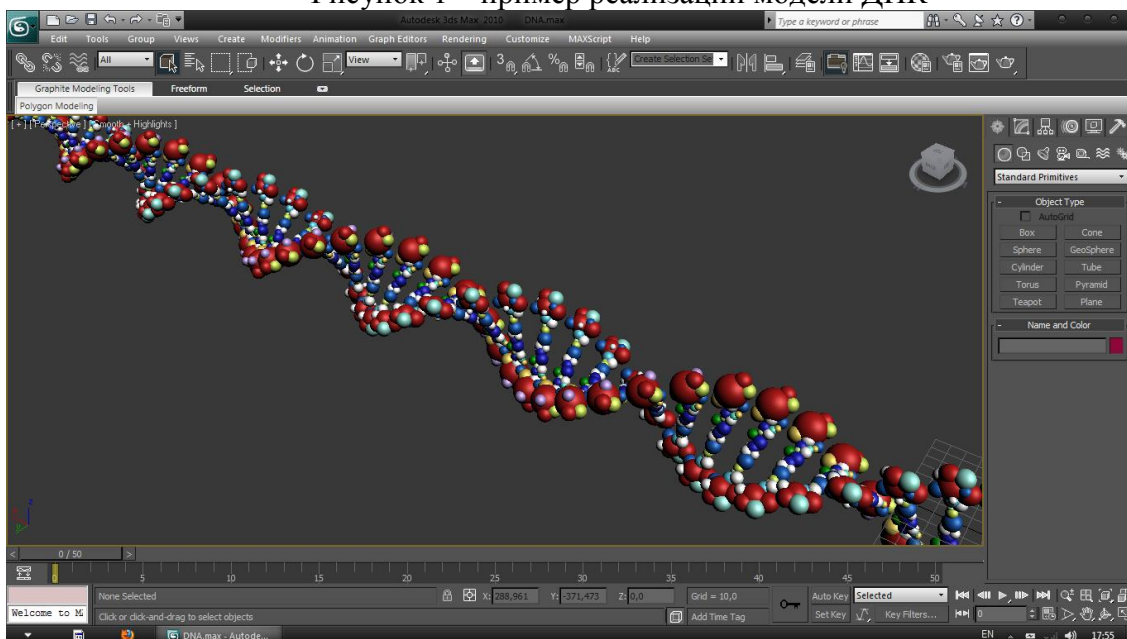


Рисунок 2 – спираль ДНК отмоделированная в редакторе

Как говорилось ранее, 70 процентов людей обладают визуальным кодом доступа и методом познания мира. Но в двухмерном режиме (рис. 1) процесс понятия сужается и информация искажается. Но благодаря трехмерным пакетам мы можем предоставить наглядный чертеж (рис. 2) и изобразить принцип работы данного аппарата. И как говорилось ранее, аудитория значительно лучше и качественнее восприняла объект изучения, что показывает только положительные аспекты ЭУММ.

Безусловно, процесс построения занимает больше времени. Но моделирование и анимация, схожи с процессом написания кода по следующим пунктам:

1. Создав объект единожды, инженер больше не прибегнет к повторному созданию.

2. Аппаратное и функциональное обеспечение компьютера, позволяет просматривать объект на любом ПК, обладающим необходимым набором программ.

Конечно, не следует забывать о финансовом обеспечении данного проекта. Лицензионное ПО стоит порядка 1500-8000 у.е., и так же компьютеры, умеющие поддерживать необходимый набор программ, не обойдутся в копейчку. Но следует учесть, что 3dsMax является универсальным обеспечением и не является обходимым устанавливать его на каждый компьютер. Наблюдается функция экспорта сцены в любой видео формат, такие как: avi, mp4, Blue-Ray и т.п. Эти файлы объемом порядка 5-100 мегабайт (в зависимости от объекта и качества экспортируемого видео), что будет вполне пригодно для использования их в дистанционном и заочных формах обучения.

Проведенные исследования показали, что по территории РК 3D лабораторий не существует, только частные персоны занимаются созданием таких проектов у себя на дому. На территории СНГ такие лаборатории присутствуют лишь в нескольких университетах, это: Белорусский Гос.Мед. Университет, МГУ и Санкт-Петербургский Политехнический. Опытные университеты незамедлительно используют такой метод обучения. Казахские ВУЗы тоже нуждаются во внедрении рассматриваемой мною технологии. Повысится степень усвоения информации. Большой процент студентов будет понимать объект рассмотрения.

Таким образом, из всего вышесказанного можно сделать вывод о том, что современные пакеты 3D моделирования обладают очень широкими возможностями в своей области и развиваются достаточно стремительными темпами, зачастую опережая средний уровень роста возможностей программного обеспечения.

3D моделирование прогрессирует по следующим основным направлениям: повышение реалистичности изображений, улучшение быстродействия рендеринга, улучшение расчета освещения, доступность пакетов 3D моделирования для все более широкого круга специалистов.

Разработка методики создания 3D-моделей объектов включает в себя разработку классификаторов требований, исходных документальных материалов, программно-технических средств, разработку методик создания “Идеальной модели”, разделения объектов для моделирования на составляющие элементы и объективной оценки информации, которую содержит 3D-модель объекта.

В силу своих уникальных возможностей и доступности в освоении 3dsMax сегодня имеет наибольшее количество поклонников среди как любителей, так и профессионалов. Пожалуй, осталось очень мало сфер деятельности человека, связанных с трехмерной графикой, в которых не используется 3ds Max. Ее активно применяют для создания игр и фильмов, в архитектуре и строительстве, в медицине и физике, а также во многих других областях.

При выходе каждой новой версии программа приобретает новые возможности и становится более профессиональной. Сегодня создание и визуализация сцен в 3ds Max ограничены только фантазией пользователя и знанием возможностей программы.

1. Рябцев Д.В. – Дизайн помещений и интерьеров 3ds Max 2009 – СПб.: Питер, 2009. 512с.: ил.
2. Марк Джамбруно – Трёхмерная графика и анимация – 2-е издание
3. Билл Флеминг – Моделирование растений и насекомых – Wiley computer publishing.: NY, 2008
4. Прахов А.А. – 3D моделирование и анимация - СПб.: БХ В -Петербург, 2009. — 272 с: ил.
5. Верстак В. А. B35 3ds Max 2008 на 100 % (+DVD). — СПб.: Питер, 2008.
6. Alan Watt, Fabio Policarpo «3D Games: Real-time Rendering and Software Technology» Addison-Wesley, 2001
7. Alan Watt «3D Computer Graphics» 3-е изд. Addison-Wesley, 2000
8. Tomas Moller, Eric Haines «Real-Time Rendering» 2-е изд. Natick, Mass.: A K Peters, Ltd., 2002
9. Bill Fleming - Создание 3х-мерных персонажей, Текстурирование трехмерных объектов – СПб.: Питер, 2006. 412 с.: ил + CD

УДК 51:37.016

**А.К. Казешев**

## **РОЛЬ И МЕСТО СТОХАСТИЧЕСКОЙ ЛИНИИ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ В ФОРМИРОВАНИИ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ**

*(г.Алматы, КазЭУ имени Т. Рыскулова)*

Мақалада мектеп математика курсында оқытылатын стохастика элементтері тақырыбының мазмұнының ғылыми –әдістемелік негіздемесі берілген және оның оқушылардың функциялық сауаттылығын қалыптастырудағы рөлі анықталған. Алғаш рет мектеп математика курсындағы стохастика элементтерінің толық мазмұны жасалған.

В статье дается научно-методическое обоснование содержания стохастической линии школьного курса математики и ее роли в формировании функциональной грамотности учащихся. Впервые разработано полное содержание стохастической линии школьного курса математики.

The article gives a scientific and methodological basis of the content of the stochastic lines of school course of mathematics and its role in formation of the functional literacy of pupils. For the first time developed a complete content of the stochastic line school course of mathematics.

*Түйін сөздер:* Стохастика элементтері, статистика, ықтималдықтар теориясы, диаграмма, функционалдық сауаттылық.

*Ключевые слова:* Элементы стохастики, статистика, теория вероятностей функциональная грамотность.

*Keywords:* Elements ofstochastics, statistics, probability theory, diagrams, functional literacy.

В Послании Президента Казахстана Нурсултана Назарбаева народу Казахстана «Стратегия «Казахстан - 2050»: новый политический курс состоявшегося государства» в разделе 4 «Знание и профессиональные навыки - ключевые ориентиры современной системы образования, подготовки и переподготовки кадров» сказано, что «Чтобы стать развитым конкурентоспособным государством, мы должны стать высокообразованной нацией. ... Необходимо также уделять большое внимание функциональной грамотности наших детей, в целом всего подрастающего поколения. Это важно, чтобы наши дети были адаптированы к современной жизни».

Одной из тем в школьном курсе математики, имеющей непосредственное отношение к формированию функциональной грамотности учащихся, является тема «Элементы статистики и теории вероятностей».

В связи с этим уместно отметить слова из речи Министра Образования и науки Республики Казахстан Жумагулова Б.Т. на I съезде учителей математики Республики Казахстан (11 мая 2011 г.г. Астана): «Много вопросов вызывает и то, что тема «Элементы статистики и теории вероятностей» в школе изучается крайне на слабом уровне. До сих пор нет соответствующей учебно-методической литературы. В действующих учебниках эта тема содержит многочисленные ошибки. Такое положение надо устранять». В условиях, когда принят Национальный план действий по развитию функциональной грамотности, по нашему мнению, изучение этой темы в значительной мере позволит повысить функциональную грамотность учащихся.

Изучение в школьной программе вероятностно-статистической линии, ориентировано на знакомство учащихся с вероятностной природой большинства явлений окружающей действительности. Это будет способствовать усилению общекультурного потенциала программы и возникновению новых, глубоко обоснованных межпредметных связей, гуманитаризации математического образования.

В наши дни человек постоянно сталкивается с вероятностной терминологией в политических и научных текстах, широко использует ее в повседневной речи. Она звучит в завтрашнем прогнозе погоды, когда речь заходит о вероятности дождя, в выступлении политика, когда он оценивает шансы или анализирует данные, в разговоре экономиста, проводящего анализ статистических данных, организатора производства, ученого.

Первые представления о мире случайного дети получают из наблюдений за ним в окружающей жизни. При этом важные характерные черты наблюдаемых явлений проявляются в ходе сбора статистических сведений и наглядного их представления. Умение регистрировать статистические сведения и представлять их в виде статистических таблиц и диаграмм уже по себе характеризует наличие у школьника некоторого статистического опыта. В нем находят отражение самые первые представления, пусть еще не до конца осознанные, о неоднозначности и изменчивости реальных явлений, о случайных, достоверных или невозможных результатах наблюдений, о конкретных видах статистических совокупностей, их особенностях и общих свойствах. Эти умения дают возможность формировать правильные представления не только о явлениях с ярко выраженной случайностью, но о таких явлениях, случайная природа которых неочевидна.

В быту и на работе выпускник средней школы постоянно сталкивается с необходимостью получения и оформления некоторых сведений. На уроках физики, химии, биологии при выполнении лабораторных и практических работ ученик должен правильно оформлять результаты наблюдений и опытов, на уроках географии, истории, обществоведения ему необходимо пользоваться таблицами и справочниками, воспринимать информацию, представленную в графической форме. Эти умения

необходимы каждому человеку, так как со статистическим материалом, представленном в различной форме, он встречается в газетах, журналах, в книгах и по телевидению.

Понимание характера изучаемого стохастического явления связано с умением выделять главное, видеть особенности и тенденции при рассмотрении таблиц, диаграмм и графиков. Простейшие навыки в «чтении» таблиц и графиков позволяют подметить некоторые закономерности наблюдаемых явлений, увидеть за формами представления статистических данных конкретные свойства явлений с присущими им особенностями и причинными связями.

Типические черты изучаемых явлений, их общие тенденции могут быть выявлены с помощью средних статистических характеристик. Умение пользоваться ими характеризует наличие у учащихся представлений, связанных с центральными тенденциями изучаемых явлений. Понимание смысла самых простых средних показателей, таких, как среднее арифметическое, необходимо каждому ученику. Ведь средства массовой информации, как правило, не обходятся без привлечения средних показателей. Средняя зарплата и средняя температура, средняя семья и средний доход постоянно фигурируют в печати, на телеэкране, на митингах. Умение ориентироваться в этих показателях помогает человеку принимать правильное решение, адекватно воспринимать поступающую информацию.

Самой простейшей статистической характеристикой является среднее арифметическое. Знание среднего арифметического значения изучаемого явления позволяет иметь представления и о других значениях. Вместе с тем встречается случаи, когда эта характеристика может дать неправильное представление о других значениях изучаемого явления. В таких задачах как измерение некоторой величины, когда при измерении не происходит систематические ошибки либо в сторону уменьшения, либо в сторону увеличения, среднее арифметическое значение произведенных измерений является наиболее истинной. Поэтому эту характеристику следует использовать с определенной осторожностью. В особенности это относится к таким понятиям как средняя зарплата, средняя температура.

Стохастический характер окружающих явлений не может быть раскрыт без понимания степени изменчивости. Поэтому возникает необходимость в количественной оценке разброса статистических данных, которая способствует более глубокому пониманию сущности явлений и процессов, дает возможность сравнивать статистические совокупности по степени их вариации. Поэтому наряду со средним арифметическим рассматриваются и другие характеристики статистических данных такие как: отклонение от средней арифметической, мода, медиана, размах и др.

Хорошо подобранные примеры составляют основу преподавания математики в целом. Наглядное представление о статистической закономерности можно почерпнуть из книг, газет и др., но гораздо сильнее впечатление на учащихся производит то, что они могут увидеть собственными глазами или, еще лучше, извлечь из результатов опытов, подготовленных и проведенных собственными руками.

Преподавание любого раздела математики благотворно сказывается на умственном развитии учащихся, поскольку прививает им навыки ясного логического мышления, оперирующего определенными понятиями. Еще Галилео Галилей сказал, что «Математика и физика являются самыми могущественными средствами для изоощрения наших умственных способностей и дают нам возможность правильно мыслить и рассуждать»

Для современной науки и большинства направлений практической деятельности сейчас характерен статистический подход. Если говорить о физике, химии, биологии, экономике, то в них статистические концепции стали господствующими. Даже для

людей, деятельность которых далеки от науки стало важным статистические знания, статистические взгляды на окружающие явления.

Согласно исследованиям российских ученых Л.О.Бычковой и В.Д. Селютина [1] учащиеся Англии и Уэллса должны правильно использовать вероятностную терминологию, говорить о более и менее исходах эксперимента. Они должны научиться собирать данные и систематизировать их, а затем заносить в определенные таблицы, строить и читать диаграммы. У японских школьников, начиная с 7-го класса, формируются навыки работы с эмпирическими данными. В США находить простейшие вероятности могут даже школьники начальной школы. При этом много времени уделяется задачам, требующих от учащихся работы в маленьких группах: самостоятельного сбора данных, обобщения результатов работы групп, проведение самостоятельных исследований - все диктуется своеобразием вероятностно-статистического материала, его тесной связи с практической деятельностью. Таким образом, изучение вероятностно- статистического характера тем, способствует усилению общекультурного уровня учащихся. Поэтому при отборе материала необходимо учитывать общеобразовательную значимость и мировоззренческий потенциал предлагаемых тем. При этом практическое значение имеет умение наблюдать за окружающим миром. Систематическое наблюдение за каким-либо явлением позволяет накапливать определенные статистические данные и представлять их в виде простейших таблиц и диаграмм. Таким образом, формируется у учащихся определенный статистический опыт, что, в свою очередь, способствует развитию функциональной грамотности учащихся.

Результаты международного исследования по сравнительной оценке математической подготовки учащихся (9-13 летние) средней школы (1989г.) среди 20-ти стран с различными системами образования по теме «Анализ данных, статистика и вероятность» участники из Советского Союза показали не лучшие результаты. Это произошло из-за того, что из 12-ти заданий 7 заданий не входили в школьную программу. Вместе с тем включение этих вопросов в тест свидетельствовало о важности, которую придают изучению этих тем другие страны.

Вышеперечисленные факторы указывают на необходимость введения в Государственные общеобязательные стандарты среднего общего образования Республики Казахстан по математике, тему «Элементы статистики и теории вероятностей».

В результате научно-методического обоснования С.Е. Чакликовой, Б.С. Жанбырбаева, Н.Н. Рустемовой [2,3] и других ученых-педагогов в программы школьного курса математики впервые включена стохастическая линия. Согласно Государственным общеобязательным стандартам по математике среднего общего образования Республики Казахстан элементы стохастики изучаются с 5-го класса (2002г.) [4].

Таким образом, элементы статистики и теории вероятностей становится обязательным компонентом школьного образования, усиливающим его прикладное и практическое значение. Это обусловлено ролью, которую играет вероятностно-статистические знания в общеобразовательной подготовке современного человека.

Согласно государственным общеобязательным стандартам по математике среднего общего образования предусмотрено:

-изучение элементов комбинаторики с целью выработки у учащихся навыков составления комбинаций методом перебора вариантов из данных однородных элементов;

-изучение элементов статистики с целью формирования умений со сбором статистических данных и их графическим представлением;

-формирование умений анализа статистических данных, представленных в виде таблиц, диаграмм и графиков; уяснение содержательного смысла статистических характеристик;

-формирование умений группировки и анализа статистических данных, представленных в более общем виде и имеющих сложную структуру таблиц;

-ознакомление с основными понятиями теории вероятностей, с различными определениями вероятности события;

-ознакомление с основными формулами комбинаторики с целью создания аппарата для решения вероятностных задач;

- умение решать простейшие вероятностные задачи;

- изучение основных теорем теории вероятностей;

-ознакомление с понятием случайной величины и ее законом распределения;

- изучение числовых характеристик случайной величины;

- ознакомление с понятием выборочного метода.

Изучение перечисленных вопросов, несомненно, отразится на формировании функциональной грамотности учащихся. Теперь становится актуальным вопрос о методической поддержке этой темы.

Вопросам разработки содержания стохастической линии школьного курса математики, посвящены ряд работ научно-методического характера [2-10]. Нами подготовлены и изданы два учебных пособия [9, 10].

В этих учебных пособиях впервые разработано полное содержание темы «Элементы статистики и теории вероятностей» в школьном курсе математики в соответствии с государственными общеобязательными стандартами по математике среднего общего образования изложение осуществлено по 5-11 классам. Дан глоссарий основных понятий и терминов. Термины на казахском и русском языках имеют одинаковые смысловые значения. Оба учебных пособия фактически являются оригиналами, ибо здесь не идет речь о переводе с одного языка в другой язык.

- 1.Бычкова Л.О.,Селютин В.Д. Об изучении вероятностей и статистики в школе. Математика в школе.-1991.-№6.-с.9-12.
- 2.Жанбырбаев Б., Шәкілікова С.Е., Рустемова Н.И. Ықтималдықтар теориясы мен математикалық статистика элементтері. ИФМ.,1995-№1,14-166.
3. Рустемова Н.И. Формирование вероятностно-статистических знаний учащихся в процессе обучения математике., Алматы. 1998г., автореф. дисс.,к.п.н., 28с.
- 4.Государственные общеобязательные стандарты общего среднего образования РК. ЖСШ «Ронд баспа тобы» Алматы, 2002г.
5. Казешев А.К. К вопросу определения содержания стохастики в школьном курсе математики. Труды Казахстанско- Российской международной научно-практической конференции. Математическое моделирование научно- технологических и экологических проблем в нефтегазо-добывающей промышленности-Часть 1,- Атырау.- 2005.-С.247-251.
- 6.Казешев А.К. Элементы статистики в школьном курсе математики. «Білім-образование». –Алматы. – 2005.– №6.– С. 92-96
7. Казешев А.К. Изучение элементов стохастики в общественно-гуманитарной 12-летней школе. «Ұлт тағылымы».–Алматы. – 2009.– №1.– С. 257-260
8. Казешев А.К. Элементы комбинаторики и статистики. «Математика».–Алматы. – 2009.– №2.– С.21-25
9. Қазешев А.Қ. Статистика және ықтималдықтар теориясы элементтері //Оқу құралы. –Алматы: – «Экономика», 2013.–166 б.
10. Казешев А.К. Элементы статистики и теории вероятностей // Учебное пособие. – Алматы: – «Экономика», 2013.–170с.

## О ПАРАБОЛИЧЕСКОЙ НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ СОПРЯЖЕНИЯ В ПЛОСКОМ ДВУХГРАННОМ УГЛЕ

(г.Алматы, КазНПУ имени Абая)

Мақалада шекарасына шығатын үзік-түпкілікті коэффициенті параболық тендеудің алғашқы бастапқы қосалқылық есебі қарастырылған. Параболық есептің шешімі үздікті шекарасындағы жылу өткізгіш тендеудің Грин функция арқылы негізделген.

В статье рассматривается двумерная начально-краевая задача сопряжения для параболического уравнения с кусочно-постоянными коэффициентами с линией разрыва коэффициента выходящих на границу области. Решение параболической задачи основано на построенной ранее автором функции Грина для уравнения теплопроводности с нерегулярной границей области.

The paper is considered two-dimensional boundary value problem for the coupled parabolic equation with piecewise constant and breaking line coefficients entering into the border area. The solution of the parabolic problem is based on the Green function for the heat equation with an irregular border area.

*Түйін сөздер:* үзік-түпкілікті коэффициенті параболық тендеудеу, екі жақты бұрыштағы Грин функция, параболық қосалқылық есеп

*Ключевые слова:* параболическое уравнение с кусочно-постоянными коэффициентами, функция Грина в плоском двухгранном угле, параболической задачи сопряжения.

*Keywords:* parabolic equations with piecewise constant coefficients, Green's function in the flat dihedral angle, coupled parabolic problem

### 1. Введение

Краевые задачи сопряжения уравнения теплопроводности, когда линия разрыва коэффициента не имеет общие точки с границей области или выходит на границу области рассмотрены многими авторами. Начально-краевые задачи сопряжения в прямоугольнике, когда линия разрыва коэффициента выходит на границу области, рассмотрены Е.И.Кимом, Ф.Г.Бирюковой, Р.У.Аргенбаевой. Задачи сопряжения для уравнения теплопроводности с подвижной границей области рассмотрены С.Н.Хариным и его учениками. Г.И.Бижановой исследованы задачи сопряжения для линейных и квазилинейных уравнений параболического типа с подвижной границей области, доказаны существование и единственность решений в малом по времени в весовых гильбертовых пространствах, получены коэрцитивные оценки решений в нормах этих пространств. Е.Т.Хайруллин исследовал общие одномерные начально-краевые задачи сопряжения, когда граничные условия содержат производные высокого порядка.

Задачи сопряжения для уравнения теплопроводности на полуплоскости

$$D = D_1 \left\{ r > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2} \right\} \cup D_2 \left\{ r > 0, \frac{\pi}{2} < \varphi < \pi \right\}$$

с линией разрыва коэффициента, выходящего на границу области были исследованы Е.И.Кимом и Ш.А.Кулахметовой, М.О.Орынбасаровым рассмотрены начально-краевые задачи сопряжения для уравнения теплопроводности, полипараболического уравнения второго порядка и систем параболических уравнений с разрывными коэффициентами идеального и неидеального контакта.

Задачи сопряжения при растворе угла  $\varphi_0 \neq \frac{\pi}{2}$  и  $\varphi_1 - \varphi_0 \neq \frac{\pi}{2}$  не вкладываются в класс обычных функции и решение этих задач известными методами не сохраняют нужные свойства гладкости, в частности это проявляется в особой точке области  $r = 0$ . Исследования задач сопряжения с нерегулярной границей области показали, что в рассматриваемой области задачи с нерегулярной границей области не разрешимы в функциональном пространстве с равномерной метрикой.

Краевые задачи для уравнения теплопроводности без разрыва коэффициента в плоском угле

$$D = D \{r > 0, 0 < \varphi < \theta\}, 0 < \theta < 2\pi$$

были рассмотрены и исследованы В.А. Солонниковыми, Е.В. Фроловой, Е.В. Радкевичем, В.А. Кондратьевым и О.А. Олейник. Е.В. Радкевич рассмотрел начально-краевую задачу (без разрыва коэффициента) для уравнения теплопроводности в двухгранном угле, удовлетворяющих условию

$$0 < 1 + k - \mu < \frac{1}{\sqrt{2} \theta} - 1$$

в весовом пространстве  $H_{\mu-k-1}^{(k+2, k/2+1)}(Q_T)$ , где  $\theta$  - плоский угол раствора.

В.А. Солонниковым построена функция Грина в двухгранном угле для уравнения теплопроводности без разрыва коэффициента и получены коэрцитивные оценки в гильбертовских нормах. В.А. Солонниковым и Е.В.Фроловой с помощью преобразования Меллина построена функция Грина для уравнения Лапласа, затем полученные результаты использованы для доказательства разрешимости начально-краевых задач для уравнения теплопроводности в плоском угле. Задача для уравнения теплопроводности в однослойной среде сведена к разностному уравнению на комплексной плоскости. Получены априорные оценки решений в весовых пространствах С.Л. Соболева  $H_{\mu-k-1}^{(k+2, k/2+1)}(Q_T)$  при выполнении условий

$$0 < 1 + k - \mu < \frac{\pi}{\theta}, \text{ где } \theta - \text{плоский угол раствора.}$$

Решение параболической задачи сопряжения с нерегулярной границей области ищется в виде сумм объемных потенциалов по области  $D_T$  с неизвестными плотностями, ядра являются функцией Грина для уравнения теплопроводности. Параболические потенциалы удовлетворяют начальным, граничным условиям и условиям сопряжения. Удовлетворяя параболическому уравнению с кусочно-постоянными коэффициентами и применяя некоторые преобразования, получим функцию Грина для параболической задачи сопряжения с нерегулярной границей области. В работе [3] построена функция Грина для первого и второго начально-краевых задач уравнения теплопроводности в плоском угле и получены интегральные представления решений начально-краевых задач сопряжения. При этом показано, что рассматриваемые начально-краевые задачи сопряжения для уравнения теплопроводности в плоском угле

$$D = D_1 \{r > 0, 0 < \varphi < \varphi_0\} \cup D_2 \{r > 0, \varphi_0 < \varphi < \varphi_1\}$$

корректно разрешимы в функциональном весовом пространстве с интегральной метрикой и установленные априорные оценки тепловых потенциалов в весовом пространстве С.Л.Соболева  $H_{\mu-l-1}^{(l+2, l/2+1)}(D_T)$  при выполнении условия

$$1/2 < 1 + l - \mu < \lambda_0, (\lambda_0 = \min\{\lambda_1, 1\}, \lambda_1 > \frac{1}{2}, 0 < \varphi_0 < \varphi_1 < 2\pi)$$

где показатель степенного веса  $\mu > 0$  вещественное число,  $\lambda_1$  - положительный наименьший корень трансцендентного уравнения

$$\kappa_1 \operatorname{ctg} \lambda \varphi_0 + \kappa_2 \operatorname{ctg} \lambda (\varphi_1 - \varphi_0) = 0 \quad .$$

## 2. Постановка задачи.

Обозначим  $k_i = \operatorname{tg} \varphi_i$ ,  $i = 0, 1$  при  $0 < \varphi_0 < \varphi_1 < 2\pi$ . Пусть  $\Omega \subset \mathbb{R}^2$  - область, ограниченная лучами  $S_1$  и  $S_2$ , выходящими из начала координат, такими, что  $S_1$  является положительной полуосью, а  $S_2$  - задается уравнением  $x_2 = k_1 x_1$  ( $k_1 \neq 0$ ).  $\Gamma \subset \Omega$  - луч, заданный уравнением  $x_2 = k_0 x_1$ , делящий область  $\Omega$  на две области так, что  $\partial\Omega_1 = S_1 \cup \Gamma$ ,  $\partial\Omega_2 = \Gamma \cup S_2$ . При этом лучи  $S_1$ ,  $S_2$  выходят из начала координат и образуют угол с линией разрыва  $\Gamma$ . Положим  $S = S_1 \cup S_2$ ,  $S_T = S \times [0, T]$ ,  $\Gamma_T = \Gamma \times [0, T]$ ,  $\Omega_T = \{\Omega_1 \cup \Omega_2\} \times (0, T)$ ,  $\Omega_T^{(m)} = \Omega_m \times (0, T)$ ,  $S_T^{(m)} = S_m \times [0, T]$  при  $m = 1, 2$

Требуется определить функцию  $u(x, t)$  удовлетворяющую уравнению

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \sum_{i,j=1}^2 a_{ij}^2(x) \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} + f(x, t) \quad \text{в } Q_T \quad (1)$$

$$a_{ij}(x) = \begin{cases} a_{ij}^{(1)}, & \text{если } x \in \Omega_1 \\ a_{ij}^{(2)}, & \text{если } x \in \Omega_2 \end{cases}$$

начальному условию

$$u|_{t=0} = u_0(x) \quad \text{в } \Omega \quad (2)$$

граничным условиям

$$u|_{S_T} = \begin{cases} u|_{S_T^{(1)}} = 0 \\ u|_{S_T^{(2)}} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

и условиям сопряжения

$$u|_{\Gamma_T-0} - u|_{\Gamma_T+0} = 0 \quad (4)$$

$$\kappa_2 \sum_{i=1}^2 b_{1i} \frac{\partial u}{\partial x_i} \Big|_{\Gamma_T-0} - \kappa_1 \sum_{i=1}^2 b_{2i} \frac{\partial u}{\partial x_i} \Big|_{\Gamma_T+0} = 0 \quad (5)$$

## 3. Решение параболической начально-краевой задачи.

Ведём обозначения

$\alpha^{(m)}$  - собственные значения матрицы  $\{a_{ij}^{(m)}\}$  при к диагональному виду (к уравнению теплопроводности) при  $i, j = 1, 2$ . Введём обозначения

$$\sum_{i,j=1}^2 a_{ij}^{(m)} \frac{\partial^2 u_m}{\partial x_i \partial x_j} = \alpha^{(m)} \left[ \frac{\partial^2 u_m}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_m}{\partial x_2^2} \right] + \sum_{i,j=1}^2 a_{ij}^{(m)} \frac{\partial^2 u_m}{\partial x_i \partial x_j} - \alpha^{(m)} \left[ \frac{\partial^2 u_m}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_m}{\partial x_2^2} \right] \equiv R_{\Delta_m}[u_m] + R_m^*[u_m]$$

$$L_m[\cdot] = \frac{\partial}{\partial t} - \sum_{i,j=1}^2 a_{ij}^{(m)} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j}, \quad R_m[\cdot] = R_{\Delta_m}[\cdot] + R_m^*[\cdot]$$

$$R_{\Delta_m}[\cdot] = \alpha^{(m)} \left[ \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \right], \quad R_m^*[\cdot] = \sum_{i,j=1}^2 a_{ij}^{(m)} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} - \alpha^{(m)} \left[ \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \right]$$

Решение задачи (1)-(5) будем искать в виде

$$u_1(x, t) = \omega_{11} * g_{11} + \omega_{12} * g_{12} + u_{01} * g_{11} + u_{02} * g_{12} \quad (6)$$

$$u_2(x, t) = \omega_{21} * g_{21} + \omega_{22} * g_{22} + u_{01} * g_{21} + u_{02} * g_{22} \quad (7)$$

Здесь  $\omega_{ij}(x,t)$  – неизвестные плотности объемных потенциалов,  $g_{ij}(x,\xi,t)$  функция Грина для уравнения теплопроводности [4] которые определяются формулой

$$g(x,\xi,t) = \begin{cases} g_{11}(x,\xi,t), & \text{если } x \in \Omega_1, \xi \in \Omega_1 \\ g_{12}(x,\xi,t), & \text{если } x \in \Omega_1, \xi \in \Omega_2 \\ g_{21}(x,\xi,t), & \text{если } x \in \Omega_2, \xi \in \Omega_1 \\ g_{22}(x,\xi,t), & \text{если } x \in \Omega_2, \xi \in \Omega_2 \end{cases} \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} g_{11}(x,\xi,t) &= g_1^{(0)}(x,\xi,t) - \frac{\kappa_2}{\kappa_1} g_{11}^*(x,\xi,t) \\ g_{12}(x,\xi,t) &= g_{12}^*(x,\xi,t) \\ g_{21}(x,\xi,t) &= g_{21}^*(x,\xi,t) \\ g_{22}(x,\xi,t) &= g_2^{(0)}(x,\xi,t) - \frac{\kappa_1}{\kappa_2} g_{22}^*(x,\xi,t) \end{aligned} \quad (9)$$

Первые слагаемые функции  $g_m(x,\xi,t)$  ( $m = 1, 2$ ) имеет особенность при  $x = \xi$  в области  $\Omega_{mm} = \Omega_m \times \Omega_m$  и выражаются формулой

$$\begin{aligned} g_m(x,\xi,t) &= \frac{e^{-\frac{(x_1-\xi_1)^2+(x_2-\xi_2)^2}{4a_m^2t}}}{4\pi a_m^2t} - \frac{e^{-\frac{x^2+\xi^2}{4a_m^2t} + \frac{|x||\xi|}{2a_m^2t} \cos(2\gamma_m - \varphi(x) - \varphi(\xi))}}{4\pi a_m^2t} + \\ &+ \frac{e^{-\frac{x^2+\xi^2}{4a_m^2t} + \frac{|x||\xi|}{2a_m^2t} \cos \theta_m}}{2\pi a_m^2t} Jm \left\{ \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \frac{\tilde{\Phi}_m(p,x)\tilde{\Phi}_m(p,\xi)e^{p\theta_m}}{p[\kappa_1 \text{cthp} \varphi_0 + \kappa_2 \text{cthp}(\varphi_1 - \varphi_0)]} dp \right\} + \\ &+ \frac{e^{-\frac{x^2+\xi^2}{4a_m^2t}}}{2\pi a_m^2t} \int_{d_m} e^{\frac{|x||\xi|}{2a_m^2t} \cos \theta} \frac{|x||\xi|}{2a_m^2t} \sin \theta Jm \left\{ \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \frac{\tilde{\Phi}_m(p,x)\tilde{\Phi}_m(p,\xi)e^{p\theta}}{p[\kappa_1 \text{cthp} \varphi_0 + \kappa_2 \text{cthp}(\varphi_1 - \varphi_0)]} dp \right\} d\theta - \\ &- \frac{e^{-\frac{x^2+\xi^2}{4a_m^2t}}}{2\pi a_m^2t} \int_0^\infty e^{-\frac{|x||\xi|}{2a_m^2t} \text{ch} z} \frac{|x||\xi|}{2a_m^2t} \text{sh} z Jm \left\{ \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \frac{\tilde{\Phi}_m(p,x)\tilde{\Phi}_m(p,\xi)e^{p\pi+ipz}}{p[\kappa_1 \text{cthp} \varphi_0 + \kappa_2 \text{cthp}(\varphi_1 - \varphi_0)]} dp \right\} dz \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$\gamma_m = \begin{cases} 0 & , \text{ если } m=1 \\ \varphi_1 & , \text{ если } m=2 \end{cases}, \quad d_m = \begin{cases} [\varphi_0, \pi] & , \text{ если } m=1 \\ [\varphi_1 - \varphi_0, \pi] & , \text{ если } m=2 \end{cases}$$

$$\tilde{\Phi}(p,x) = \begin{cases} \tilde{\Phi}_1(p,x) = \frac{\text{sh} p \varphi(x)}{\text{sh} p \varphi_0}, & \text{если } x \in \Omega_1 \\ \tilde{\Phi}_2(p,x) = \frac{\text{sh} p(\varphi_1 - \varphi(x))}{\text{sh} p(\varphi_1 - \varphi_0)}, & \text{если } x \in \Omega_2 \end{cases}$$

$$|x| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}, \quad \varphi(x) = \arctg \frac{x_2}{x_1}$$

Функции  $G_{mj}^*(x, \xi, t)$  соответственно в областях  $\Omega_{mj} = \Omega_m \times \Omega_j$  при  $m, j = 1, 2$  определяются по формулам

$$G_{ij}^*(x, \xi, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi_{in}(\varphi(x)) \Phi_{jn}(\varphi(\xi))}{\|\Phi_n\|^2} R_{ij}^{(n)}(x, \xi, t) \quad (11)$$

$$\Phi_n(\varphi(x)) = \begin{cases} \frac{\sin \lambda_n \varphi(x)}{\sin \lambda_n \varphi_0}, & \text{если } x \in \Omega_1 \\ \frac{\sin \lambda_n (\varphi_1 - \varphi(x))}{\sin \lambda_n (\varphi_1 - \varphi_0)}, & \text{если } x \in \Omega_2 \end{cases},$$

$$\|\Phi_n\|^2 = \frac{\kappa_1 \varphi_0}{2 \sin^2 \lambda_n \varphi_0} + \frac{\kappa_2 (\varphi_1 - \varphi_0)}{2 \sin^2 \lambda_n (\varphi_1 - \varphi_0)}$$

$$R_{i1}^{(n)}(x, \xi, t) = \int_0^t d\tau \int_{\Omega_1} \left( \frac{\partial}{\partial \tau} - a_2^2 \Delta_n \right) \frac{e^{\frac{\xi^2 + \zeta^2}{\alpha^2 \tau}}}{\alpha^2 \tau} I_{\lambda_n} \left( \frac{|\xi||\zeta|}{2\alpha^2 \tau} \right) \frac{e^{\frac{x^2 + \zeta^2}{4a_i^2(t-\tau)}}}{a_i^2(t-\tau)} I_{\lambda_n} \left( \frac{|x||\zeta|}{2a_i^2(t-\tau)} \right) d\Omega_1$$

$$R_{i2}^{(n)}(x, \xi, t) = \int_0^t d\tau \int_{\Omega_2} \left( \frac{\partial}{\partial \tau} - a_1^2 \Delta_n \right) \frac{e^{\frac{\xi^2 + \zeta^2}{\alpha^2 \tau}}}{\alpha^2 \tau} I_{\lambda_n} \left( \frac{|\xi||\zeta|}{2\alpha^2 \tau} \right) \frac{e^{\frac{x^2 + \zeta^2}{4a_i^2(t-\tau)}}}{a_i^2(t-\tau)} I_{\lambda_n} \left( \frac{|x||\zeta|}{2a_i^2(t-\tau)} \right) d\Omega_2$$

$$\alpha^2 = \frac{\kappa_1 a_2^2 + \kappa_2 a_1^2}{\kappa_1 + \kappa_2}$$

где

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}$$

Удовлетворяя соотношения (6)-(7) параболическому уравнению (1) в каждой из областей получим выражения

$$L_1[\omega_{11} * g_{11} + \omega_{12} * g_{12}] - R_1^*[u_{01} * g_{11} + u_{02} * g_{12}] = 0 \quad (12)$$

$$L_2[\omega_{21} * g_{21} + \omega_{22} * g_{22}] - R_2^*[u_{01} * g_{21} + u_{02} * g_{22}] = 0 \quad (13)$$

Выберем функции  $\omega_{ij} * g_{ij}$  так чтобы

$$L_i[\omega_{ii} * g_i^{(0)}] = R_i^*[u_{01} * g_{i1} + u_{02} * g_{i2}]$$

тогда на основании свойств функции (8) будем иметь

$$\omega_{11} * g_1^{(0)} = (R_1^*[u_{01} * g_{11} + u_{02} * g_{12}]) * G_{11}^{(0)}$$

$$\omega_{11} * g_{11}^* = (R_1^*[u_{01} * g_{11}]) * G_{11}^*$$

$$\omega_{12} * g_{12}^* = (R_1^*[u_{01} * g_{11}]) * G_{12}^*$$

$$\omega_{21} * g_{21}^* = (R_2^*[u_{01} * g_{21}]) * G_{21}^*$$

$$\omega_{22} * g_{22}^* = (R_2^*[u_{02} * g_{22}]) * G_{22}^*$$

$$\omega_{22} * g_{22}^{(0)} = (R_2^*[u_{01} * g_{21} + u_{02} * g_{22}]) * G_{22}^{(0)}$$

Здесь  $\omega_{ij} * f$  выражают свертку, которые определяются объемными тепловыми потенциалами. Функции  $g_{ij}^*$ ,  $G_{ij}^*$  представляют регулярную функцию,

удовлетворяющие соответственно уравнению теплопроводности и параболическому уравнению.

Слагаемые  $g_{ii}^{(0)}(x, t), G_{ii}^{(0)}(x, t)$  удовлетворяет соответственно уравнению теплопроводности и параболическому уравнению, которые содержат особенности, за счет которого происходит скачок плотности объемных потенциалов.

Перебрасыванием производной, за счет которого происходит скачок плотности объемного потенциала, затем с учетом начальных и граничных условий производя несложные преобразования и подставляя найденные потенциалы в виде свертки  $\omega_{ij} * g_{ij}$  в (6)-(7) получим фундаментальное решение задачи (1)-(5) в следующем виде

$$u_1(x, t) = u_{01} * G_{11} + u_{02} * G_{12} \quad (14)$$

$$u_2(x, t) = u_{01} * G_{21} + u_{02} * G_{22} \quad (15)$$

функцию Грина для параболической задачи (1)-(5) определяется по формулам

$$G = \begin{cases} G_{11} = G_{11}^{(0)}(x, \xi, t) + \frac{\kappa_1}{\kappa_2} G_{11}^*(x, \xi, t), \text{ если } x \in D_1; \xi \in D_1 \\ G_{12} = G_{12}^*(x, \xi, t), \text{ если } x \in D_1; \xi \in D_2 \\ G_{21} = G_{21}^*(x, \xi, t), \text{ если } x \in D_2; \xi \in D_1 \\ G_{22} = G_{11}^{(0)}(x, \xi, t) + \frac{\kappa_2}{\kappa_1} G_{22}^*(x, \xi, t), \text{ если } x \in D_2; \xi \in D_2 \end{cases}$$

$$G_m^{(0)}(x, \xi, t, \varphi(x), \varphi(\xi)) = \frac{e^{-\sum_{i,j} (\bar{a}_{ij}^{(m)} \frac{(x_i - \xi_i)(x_j - \xi_j)}{4t})} - \frac{y^2(x) + \zeta^2(\xi) + |y(x)||\zeta(\xi)| \cos(2\gamma_m - \varphi(x) - \varphi(\xi))}{4\alpha_m^2 t}}{4\pi \sqrt{\det A_m} t} - \frac{e^{-\frac{y^2(x) + \zeta^2(\xi) + |y(x)||\zeta(\xi)| \cos \theta_m}{4\alpha_m^2 t}}}{4\pi \sqrt{\det A_m} t} +$$

$$+ \frac{e^{-\frac{y^2(x) + \zeta^2(\xi) + |y(x)||\zeta(\xi)| \cos \theta_m}{4\alpha_m^2 t}}}{2\pi \sqrt{\det A_m} t} Jm \left\{ \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \frac{\tilde{\Phi}_m(p, y(x)) \tilde{\Phi}_m(p, \zeta(\xi)) e^{p\theta_m}}{p} dp + \right.$$

$$(16)$$

$$+ \frac{e^{-\frac{y^2(x) + \zeta^2(\xi) + |y(x)||\zeta(\xi)| \cos \theta}{4\alpha_m^2 t}}}{2\pi \sqrt{\det A_m} t} \int_{d_m} e^{-\frac{|y(x)||\zeta(\xi)| \cos \theta}{2\alpha_m^2 t}} \frac{|y(x)||\zeta(\xi)|}{2\sqrt{\det A_m} t} \sin \theta Jm \left\{ \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \frac{\tilde{\Phi}_m(p, y(x)) \tilde{\Phi}_m(p, \zeta(\xi)) e^{p\theta}}{p} dp \right\} d\theta -$$

$$- \frac{e^{-\frac{y^2(x) + \zeta^2(\xi) + |y(x)||\zeta(\xi)| \operatorname{chz}}{4\alpha_m^2 t}}}{2\pi \sqrt{\det A_m} t} \int_0^\infty e^{-\frac{|y(x)||\zeta(\xi)| \operatorname{chz}}{2\alpha_m^2 t}} \frac{|y(x)||\zeta(\xi)|}{2\sqrt{\det A_m} t} \operatorname{shz} Jm \left\{ \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \frac{\tilde{\Phi}_m(p, y(x)) \tilde{\Phi}_m(p, \zeta(\xi)) e^{p\pi + ipz}}{p} dp \right\} dz$$

где

$$\gamma_m = \begin{cases} 0 & , \text{ если } m=1 \\ \varphi_1 & , \text{ если } m=2 \end{cases}, \quad d_m = \begin{cases} [\varphi_0, \pi] & , \text{ если } m=1 \\ [\varphi_1 - \varphi_0, \pi] & , \text{ если } m=2 \end{cases}$$

$$\tilde{\Phi}(p, y(x)) = \begin{cases} \tilde{\Phi}_1(p, y(x)) = shp(y(x)), & \text{ если } x \in \Omega_1 \\ \tilde{\Phi}_2(p, y(x)) = chp(\varphi_1 - \varphi(y(x))), & \text{ если } x \in \Omega_2 \end{cases}$$

$$|y(x)| = \sqrt{y_1^2(x) + y_2^2(x)}, \quad \varphi(x) = \arctg \frac{y_2(x)}{y_1(x)}$$

$$\begin{cases} y_1(x) = \beta_{11}^{(m)} x_1 + \beta_{12}^{(m)} x_2 \\ y_2(x) = \beta_{21}^{(m)} x_1 + \beta_{22}^{(m)} x_2 \end{cases}$$

$\beta_{ij}^{(m)}$  - координаты собственных значений, приводящих матрицы  $\{a_{ij}^{(m)}\}$ ,  $i, j = 1, 2$  к диагональным видам в соответствующих областях  $\Omega_m$  при  $m = 1, 2$ .

Функции  $G_{mj}^*(x, \xi, t)$  не имеют особенности и удовлетворяют однородным параболическим уравнениям соответственно в областях  $\Omega_{mj} = \Omega_m \times \Omega_j$  при  $m, j = 1, 2$  и определяются по формулам

$$G_{m1}^*(x, \xi, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^t d\tau \int_{\Omega_m} \left( \frac{\partial}{\partial \tau} - \sum_{i,j=1}^2 a_{ij}^{(2)} \frac{\partial^2}{\partial \xi_i \partial \xi_j} \right)$$

$$g_{\alpha n}(\xi, \zeta, \tau) \cdot g_{mn}(x, \zeta, t - \tau) \Phi_{1n}(\varphi(\xi)) \Phi_{mn}(\varphi(x)) d\Omega_m$$

$$G_{m2}^*(x, \xi, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^t d\tau \int_{\Omega_m} \left( \frac{\partial}{\partial \tau} - \sum_{i,j=1}^2 a_{ij}^{(1)} \frac{\partial^2}{\partial \xi_i \partial \xi_j} \right)$$

$$g_{\alpha n}(\xi, \zeta, \tau) \cdot g_{mn}(x, \zeta, t - \tau) \Phi_{2n}(\varphi(\xi)) \Phi_{mn}(\varphi(x)) d\Omega_m$$

$$g_{mn}(x, \xi, t) = \frac{e^{-\frac{y^2(x) + \zeta^2(\xi)}{4\alpha_m^2 t}}}{2\pi \sqrt{\det A_m t}} I_{\lambda_n} \left( \frac{|y(x)| |\zeta(\xi)|}{2\alpha_m^2 t} \right)$$

$$g_{\alpha n}(\xi, \zeta, \tau) \cdot g_{mn}(x, \zeta, t - \tau) \Phi_{1n}(\varphi(\xi)) \Phi_{mn}(\varphi(x)) d\Omega_m$$

где  $g_{\alpha n}(x, \xi, t) = g_{mn}(x, \xi, t) \big|_{A_m = A^*}$ .  $A^*$  - матрица для которой  $\alpha^2 = \kappa_2 \alpha_1^2 + \kappa_1 \alpha_2^2$  является собственным значением приводящей ее к диагональному виду,  $\alpha_m^2$  - собственные значения соответственно для первой и второй матриц при  $m = 1, 2$ .

Обозначим через  $\lambda_1$  положительный наименьший корень трансцендентного уравнения

$$\kappa_1 b_1 \operatorname{tg} \lambda_n d_1 + \kappa_2 b_2 \operatorname{tg} \lambda_n (\varphi_1 - d_2) = 0$$

где

$$b_m(x) = c_m(x) \big|_T, \quad c_m(x) = \frac{\gamma_m^1(x)}{1 + \gamma_m^2(x)},$$

$$\gamma_m(x) = \arctg \frac{\beta_{11}^{(m)} x_1 + \beta_{12}^{(m)} x_2}{\beta_{21}^{(m)} x_1 + \beta_{22}^{(m)} x_2}, \quad d_m = \frac{\beta_{11}^{(m)} + \beta_{12}^{(m)} k_0}{\beta_{21}^{(m)} + \beta_{22}^{(m)} k_0}$$

Определим условия согласования при  $t = 0$ , для этого обозначим

$$F_x^{(2)}[\cdot] = \sum_{i,j=1}^2 a_{ij}^{(m)} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j}$$

$$F_x^{(2)}[\cdot] = \sum_{i,j=1}^2 a_{ij}^{(m)} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \left( \sum_{i,j=1}^2 a_{ij}^{(m)} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \right)$$

$$F_x^{(2m)}[\cdot] = F_x^{(2m-2)}(F_x^{(2)}[\cdot])$$

$$[F_x^{(2m)}(D_t^{(s)} f_i(x, t))]_{t=0} + F_x^{(2m)}[L_t^{(2s)} u_{0i}(x)] = 0 \quad (17)$$

Основным результатом является теорема.

**Теорема 1.** Пусть целое число  $l \geq 0$ , вещественные числа  $\mu > 0$  и  $\lambda_0 = \min\{1, \lambda_1\}$  удовлетворяют неравенству

$$1/2 < 1 + l - \mu < \lambda_0 \quad (18)$$

Если  $\lambda_1 > \frac{1}{2}$ , то при любых функциях  $f(x, t) \in H_{\mu-l-1}^{(l, l/2)}(Q_T)$ ,  $u_0(x) \in H_{\mu-l-1}^{(l+1)}(\Omega)$ ,

удовлетворяющих условиям согласования (17) порядка  $l$  при  $t = 0$ , задача (1) - (5) имеет единственное решение  $u(x, t) \in H_{\mu-l-1}^{(l+2, l/2+1)}(Q_T)$  для которого справедлива оценка нормы

$$\|u\|_{H_{\mu-l-1}^{(l+2, l/2+1)}(Q_T)} \leq C \{ \|f\|_{H_{\mu-l-1}^{(l, l/2)}(Q_T)} + \|u_0\|_{H_{\mu-l-1}^{(l+1)}(\Omega)} \} \quad (19)$$

## Заключение

Предложенный аналитический подход решения параболических задач с кусочно-постоянными коэффициентами для двухслойной среды позволяет избежать с определенными математическими трудностями и полученные результаты могут стать основой для постановки и исследования новых краевых задач для параболических уравнений с разрывными коэффициентами, в том числе для задач с подвижными границами сложных явлений теории тепло- и массообмена, а также для многих процессов в химической и биологической кинетике.

1. Ладыженская О.А., Солонников В.А., Уральцева Н.Н. Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа М.: Наука 1967
2. Калиева К.А. Решение первой начально-краевой задачи сопряжения для уравнения теплопроводности в плоском угле // Известия НАН РК. Сер. физ.-мат. – 2003. - № 3. - С. 23-32.
3. Калиева К.А. Задачи сопряжения для уравнения теплопроводности в плоском угле. Канд.дисс. Алматы, 2004.

**Б.Т. Калимбетов, Н.С. Иманбаев, М.А. Темирбеков**

**О СУЩЕСТВОВАНИЕ АСИМПТОТИКИ РЕШЕНИЙ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ СО СПЕКТРАЛЬНЫМИ ОСОБЕННОСТЯМИ ЯДРА ИНТЕГРАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА**

*(г.Туркестан, МКТУ им.А.Ясауи)*

Бұл жұмыста шекаралық қабаттар теориясындағы математикалық модельдеу есептері арқылы сипатталатын сингулярлы ауытқыған интегро-дифференциалдық теңдеулер үшін жалпы итерациялық есептердің шешімдерінің бар болуы дәлелденеді. Бастапқы есептің шешімдерінде ішкі шекаралық қабаттарды туындатушы жылдам өзгертін ядролы спектралдық ерекшеліктерімен айрықшаланатын есептер қарастырылады. Қосымша тәуелсіз айнымалылардың көмегімен, бастапқы сингулярлы ауытқыған есепке регуляризациялау жасалған. Бастапқы есептегі интегралдық оператормен салыстырмалы түрдегі (тәуелсіз айнымалы бойынша бірқалыпты) асимптотикалық инвариантты функциялардың класы ендірілген.

В работе доказывается существование решений общепитерационных задач для сингулярно возмущенного интегро-дифференциального уравнение, описывающее математическую модель задач теории пограничного слоя. В отличие от других исследований, задача рассматривается в случае спектральных особенностей быстроизменяющимися ядрами, которое порождает в решение исходной задачи внутренний пограничный слой. Введением дополнительных независимых переменных произведена регуляризация исходной сингулярно возмущенной задачи. Введен класс функций асимптотически инвариантный (равномерно по независимому переменному) относительно интегрального оператора исходной задачи.

In this work we prove the existence of solutions commoniteration problems for singularly perturbed integro-differential equation, describing mathematical model of the problems of theory boundary layer. In contrast to other studies, the problem is considered in the case of spectral features of rapidly changing kernels, which gives rise to solution of original problem of the internal boundary layer. The introduction of additional independent variables produced regularization of the original singularly perturbed problem. A class functions asymptotically invariant (uniformly in the independent variable) of integral operator of the initial problem.

*Түйін сөздер:* шекаралық қабат, сингулярлы ауытқымалы есеп, интегралдық оператор, есептің регуляризациялануы, асимптотикалық қатар.

*Ключевые слова:* пограничный слой, сингулярно возмущенная задача, интегральный оператор, регуляризация задачи, асимптотический ряд.

*Keywords:* boundary layer, singularly perturbed problem, integral operator, regularization problem, asymptotic series.

В гидродинамике известно, что если при описании движения потока с малой вязкостью предельное решение уравнения Навье-Стокса (вязкость положена равно нулю) разрывно, то при описании движения всего потока возникают явления внутреннего пограничного слоя. Если обычный пограничный слой возникает в окрестности границ за счет трения потока о границы, то внутренний пограничный слой возникает, с нашей точки зрения, по другим причинам. К сожалению, эти причины мы можем объяснить не с позиции физики явления, а только с позиции математики. Раз предельное решение разрывно в какой-то точке или на линии, то значит, «правая часть»

(или «неоднородность») не принадлежит области значений предельного оператора задачи. Однако при ненулевой вязкости этого разрыва нет. Следовательно, «течение» должно быть таким, чтобы оно имело возможность стремиться к разрывному. Такова специфика предельного перехода от вязкого течения к невязкому, когда может возникнуть внутренний пограничный слой [1-3].

В настоящей работе это явление будет изучено в терминах спектральных особенностей ядра интегрального оператора, т.е. рассматривается задача Коши для скалярного сингулярно возмущенного интегро-дифференциального уравнения

$$L_\varepsilon y \equiv \varepsilon \frac{dy(x, \varepsilon)}{dx} - a(x)y(x, \varepsilon) + e^{-\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x (1-\theta) ds} \int_0^x e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^s (1-\theta) d\theta} G(s)y(s, \varepsilon) ds = h(x), \quad (1)$$

$$y(0, \varepsilon) = y^0, \quad x \in [0, 1],$$

с быстро изменяющимся ядром. В задаче (1)  $a(x) > 0$ ,  $G(x)$  и  $h(x)$  – известные функции,  $y^0$  – постоянное число и  $\varepsilon > 0$  – малый параметр. Попробуем построить приближенное решение задачи при условиях:  $a(x) \neq 1 - x \quad \forall x \in [0, T]$ ,  $a(x), G(x), h(x) \in C^2[0, T]$ . Под спектральной особенностью понимаем, что при  $x = 1$  интегральный член задачи (1) превращается с быстро изменяющимся ядро в медленно изменяющиеся. При  $x \neq 1$  в решении задачи (1) появляется существенно особые сингулярности не описываемое спектром дифференциальной части, т.е. именно в этой точке возникает внутренний пограничный слой. Для асимптотического интегрирования задачи (1) воспользуемся методом регуляризации С.А. Ломова [4].

Введем регуляризующую переменную:

$$\tau_1 = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^x a(s) ds \equiv \varphi_1(x) / \varepsilon, \quad \tau_2 = -\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x (1-s) ds \equiv \varphi_2(x) / \varepsilon.$$

Введем также дополнительную переменную, учитывающее существенно особую сингулярность интегрального оператора

$$\sigma_{10} = e^{-\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x (1-s) ds} \int_0^x e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^s (1-s) ds} d\theta \equiv \varphi_{10}(x) / \varepsilon.$$

Тогда для функции  $\tilde{y}(x, \tau, \sigma, \varepsilon)$  ( $\tau = (\tau_1, \tau_2)$ ), удовлетворяющей необходимому условию  $\tilde{y}(x, \frac{\varphi(x)}{\varepsilon}, \varepsilon) \equiv y(x, \varepsilon)$ , где  $y(x, \varepsilon)$  – точное решение задачи (1),  $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_{10})$ , естественно поставить следующую задачу:

$$L_\varepsilon \tilde{y}(x, \tau, \sigma, \varepsilon) \equiv \varepsilon \frac{\partial \tilde{y}}{\partial x} + a(x) \frac{\partial \tilde{y}}{\partial \tau_1} - (1-x) \frac{\partial \tilde{y}}{\partial \tau_2} - (1-x) G_{10} \frac{\partial \tilde{y}}{\partial \sigma_{10}} - a(x) \tilde{y} +$$

$$+ e^{-\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x (1-\theta) ds} \int_0^x e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^s (1-\theta) d\theta} G(s) y(s, \frac{\varphi(s)}{\varepsilon}, \varepsilon) ds = h(x), \quad \tilde{y}(0, 0, 0, 0, \varepsilon) = y^0. \quad (2)$$

Однако в (2) не произведена регуляризация интегрального члена

$$\tilde{I} \tilde{y}(x, \tau, \sigma, \varepsilon) = e^{-\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x (1-\theta) ds} \int_0^x e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^s (1-\theta) d\theta} G(s) y(s, \frac{\varphi(s)}{\varepsilon}, \varepsilon) ds,$$

поэтому задача (2) называется *частично регуляризованной задачей*. Для полной регуляризации задачи (1) надо ввести класс  $M_\varepsilon$ , асимптотически инвариантный относительно интегрального оператора  $I$ .

**Определение 1.** Говорят, что класс  $M_\varepsilon$  асимптотически инвариантен (при  $\varepsilon \rightarrow +0$ ) относительно оператора  $T_0$ , если выполнены следующие условия:

- 1)  $M_\varepsilon \subset D(T_0)$  при каждом  $\varepsilon > 0$ ;
- 2) Образ  $T_0 g(x, \varepsilon)$  любого  $g(x, \varepsilon) \in M_\varepsilon$ , разлагается в ряд

$$T_0 g(x, \varepsilon) = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon^n g_n(x, \varepsilon) \quad (\varepsilon \rightarrow +0, \quad g_n(x, \varepsilon) \in M_\varepsilon, n=0,1,2,\dots),$$

сходящийся асимптотически при  $\varepsilon \rightarrow +0$  (равномерно по  $x \in [0, T]$ ).

В качестве класса  $M_\varepsilon$ , асимптотически инвариантного относительно интегрального оператора  $T_0 = I$ , возьмем класс  $M_\varepsilon = U|_{\tau, \sigma = \frac{\varphi(x)}{\varepsilon}}$ , где пространство  $U$  определяется следующим образом.

**Определение 2.** Говорят, что вектор-функция  $y(x, \tau, \sigma)$  принадлежит пространству  $U$ , если она представляется в виде суммы

$$y(x, \tau, \sigma) = y_0(x) + y_1(x)e^{\tau_1} + y_2(x)e^{\tau_2} + y_{10}(x)\sigma_{10} \quad (3)$$

с коэффициентами  $y_j(x), y_{10}(x) \in C^2[0, T], j = \overline{0, 2}$ .

При этом элементы класса  $M_\varepsilon$  имеют вид  $y\left(x, \frac{\varphi(x)}{\varepsilon}\right)$ . Образ интегрального оператора  $I$  на элементе  $y\left(x, \frac{\varphi(x)}{\varepsilon}\right) \in M_\varepsilon$  позволяет получить следующие интегралы для элементов класса  $U$ :

$$\begin{aligned} I_0\left(x, \frac{\varphi(x)}{\varepsilon}\right) &= e^{-\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x (1-s)ds} \int_0^x e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^\theta (1-s)ds} G_0(s)ds; \\ I_1\left(x, \frac{\varphi(x)}{\varepsilon}\right) &= e^{-\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x (1-s)ds} \int_0^x e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^s [a(\theta)+1-\theta]d\theta} G_1(s)ds; \\ I_2\left(x, \frac{\varphi(x)}{\varepsilon}\right) &= e^{-\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x (1-s)ds} \int_0^x e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^s [1-\theta-1+\theta]} G_2(s)ds = e^{\tau_2} \int_0^x G_2(s)ds; \\ I_{10}\left(x, \frac{\varphi(x)}{\varepsilon}\right) &= e^{-\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x (1-s)ds} \int_0^x \left( \int_0^s e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^\theta (1-x)dx} d\theta \right) G_{10}(s)ds. \end{aligned}$$

Разложим эти интегралы в асимптотические ряды. Займемся первым интегралом. Применяя операцию интегрирования по частям, получим

$$\begin{aligned} I_0(x, \varepsilon) &= e^{-\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x (1-s)ds} \int_0^x e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^s (1-\theta)d\theta} [G_0(s) - G_0(1)]ds + \left( e^{-\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x (1-s)ds} \int_0^x e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^s (1-\theta)d\theta} \right) G_0(1) = \\ &= e^{-\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x (1-s)ds} \int_0^x e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^s (1-\theta)d\theta} (1-s)G_0^1(s)ds + G_0(1)\sigma_{10} = \varepsilon e^{-\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x (1-s)ds} \int_0^x G_0^1(s) d\left( e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^s (1-\theta)d\theta} \right) + G_0(1)\sigma_{10} = \\ &= \varepsilon e^{-\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x (1-s)ds} \left[ G_0^1(s) e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^s (1-\theta)d\theta} \Big|_{s=0}^{s=x} - \int_0^x e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^\theta (1-\theta)d\theta} \frac{\partial G_0^1(s)}{\partial s} ds \right] + G_0(1)\sigma_{10} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= G_0(x, 1) \cdot \sigma_{10} + \varepsilon G_0^1(x) - \varepsilon G_0^1(0) e^{-\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x (1-\theta) d\theta} - \varepsilon e^{-\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x (1-s) ds} \int_0^x e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^s (1-\theta) d\theta} \frac{\partial G_0^1(s)}{\partial s} ds = \\
&= G_0(1) \cdot \sigma_{10} + \varepsilon G_0^1(x) - \varepsilon G_0^1(0) e^{\tau_2} - \varepsilon \left. \frac{\partial G_0^1(s)}{\partial s} \right|_{s=1} \cdot \sigma_{10} + O(\varepsilon^2)
\end{aligned}$$

где обозначено  $G_0^1(x, s) = \frac{G_0^1(s) - G_0(1)}{1-s}$ .

Итак, после интегрирования по частям интеграла  $I_0\left(x, \frac{\varphi(x)}{\varepsilon}\right)$  получили внеинтегральные члены класса  $U$ , а интегральный член снова типа  $I_0\left(x, \frac{\varphi(x)}{\varepsilon}\right)$ .

Запишем этот факт в следующей форме:

$$I_0\left(x, \frac{\varphi(x)}{\varepsilon}\right) = G_0(1) \cdot \sigma_{10} + \varepsilon \left[ G_0^1(x) - \varepsilon G_0^1(0) e^{\tau_2} - \varepsilon \left. \frac{\partial G_0^1(s)}{\partial s} \right|_{s=1} \cdot \sigma_{10} \right] + O(\varepsilon^2).$$

Теперь займемся интегралом  $I_1\left(x, \frac{\varphi(x)}{\varepsilon}\right)$ :

$$\begin{aligned}
I_1(x, \varepsilon) &= e^{-\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x (1-s) ds} \int_0^x G_1(s) de^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^s [a(\theta)+1-\theta] d\theta} \left( \frac{\varepsilon}{a(s)+1-s} \right) = \\
&= \varepsilon e^{-\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x (1-s) ds} \left[ \left. \frac{G_1(s)}{a(s)+1-s} \cdot e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^s [a(\theta)+1-\theta] d\theta} \right|_{s=0}^{s=x} - \int_0^x e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^s [a(\theta)+1-\theta] d\theta} \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{G_1(s)}{a(s)+1-s} \right) ds \right] = \\
&= \varepsilon \frac{G_1(x)}{a(x)+1-x} \cdot e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x a(\theta) d\theta} - \varepsilon \frac{G_1(0)}{a(0)+1} e^{-\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x (1-s) ds} - \varepsilon e^{-\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x (1-s) ds} \int_0^x e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^s [a(\theta)+1-\theta] d\theta} \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{G_1(s)}{a(s)+1-s} \right) ds.
\end{aligned}$$

Таким образом, интеграл  $I_1\left(x, \frac{\varphi(x)}{\varepsilon}\right)$  представим в следующем виде:

$$I_1\left(x, \frac{\varphi(x)}{\varepsilon}\right) = \varepsilon \frac{G_1(x)}{a(x)+1-x} e^{\tau_1} - \varepsilon \frac{G_1(0)}{a(0)+1} e^{\tau_2} + O(\varepsilon^2).$$

Для интеграла  $I_2\left(x, \frac{\varphi(x)}{\varepsilon}\right)$  этого делать не надо, так как он представим в виде

$$\text{элемента класса } U : I_2\left(x, \frac{\varphi(x)}{\varepsilon}\right) = e^{\tau_2} \int_0^x G_2(s) ds.$$

Труднее обстоит дела с интегралом  $I_{10}\left(x, \frac{\varphi(x)}{\varepsilon}\right)$ :

$$I_{10}(x, \varepsilon) = e^{-\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x (1-s) ds} \int_0^x \left( \int_0^s e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^s (1-s) ds} d\theta \right) d\hat{G}_{10}(s) ds = [ ] =$$

$$\begin{aligned}
&= e^{-\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x (1-s) ds} \left[ \hat{G}_{10}(s) \int_0^s e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^s (1-s) ds} d\theta \right]_{s=0}^{s=x} = e^{-\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x (1-s) ds} \cdot \int_0^x \hat{G}_{10}(s) e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^s (1-\theta) d\theta} ds = \\
&= \left[ e^{-\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x (1-s) ds} \int_0^x e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^s (1-s) ds} d\theta \right] \hat{G}_{10}(x) - \varepsilon \left[ \hat{G}_{10}^1(x) - \varepsilon \hat{G}_{10}^1(0) e^{\tau_2} - \varepsilon \frac{\partial \hat{G}_{10}^1(s)}{\partial s} \Big|_{s=1} \cdot \sigma_{10} \right] + O(\varepsilon^2),
\end{aligned}$$

где обозначено

$$\begin{aligned}
\hat{G}_{10}(s) &= \int_0^s G_{10}(\theta) d\theta, \quad G_0^1(s) = \frac{[G_0(s) - G_0(1)]}{1-s} = \frac{[G_0(s)y_0(s) - G_0(1)y_0(1)]}{1-s}, \\
G_0^1(x) &= \frac{G_0(x)y_0(x) - G_0(1)y_0(1)}{1-x}, \quad G_0^1(0) = \frac{G_0(0)y_0(0) - G_0(1)y_0(1)}{1}, \\
\lim_{s \rightarrow 1} \frac{\partial}{\partial s} \left[ \frac{\partial G_0(x,1)}{\partial s} + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 G_0(x,1)}{\partial s^2} (s-1) + \frac{1}{3!} \frac{\partial^2 G_0(x,1)}{\partial s^2} (s-1)^2 \right] &= \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 G_0(x,1)}{\partial s^2}, \\
\frac{\partial G_0^1(s)}{\partial s} \Big|_{s=1} &= \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 G_0(1)}{\partial s^2} = \frac{1}{2!} \frac{\partial^2}{\partial s^2} [G_0(1)y_0(s)] \Big|_{s=1} = \frac{1}{2!} \left[ \frac{\partial^2 G(s)}{\partial s^2} y_0(s) + 2 \frac{\partial G(s)}{\partial s} y_0'(s) + G(s) y_0''(s) \right]_{s=1} = \\
&= \frac{1}{2!} \left[ \frac{\partial^2 G(1)}{\partial s^2} y_0(1) + 2 \frac{\partial G(1)}{\partial s} y_0'(1) + G(1) y_0''(1) \right], \\
\hat{G}_{10}(s) &= \int_0^s G_{10}(\theta) d\theta, \quad \hat{G}_{10}(x) = \int_0^x G_{10}(\theta) d\theta = \int_0^x G_{10}(\theta) y_{10}(\theta) d\theta, \quad \hat{G}_{10}(1) = \int_0^1 G_{10}(\theta) y_{10}(\theta) d\theta, \\
\hat{G}_{10}^1(s) &= \frac{\hat{G}_{10}(s) - \hat{G}_{10}(1)}{1-s} = \frac{\int_0^s G_{10}(\theta) y_{10}(\theta) d\theta}{1-s}, \quad \hat{G}_{10}^1(x) = \frac{\int_0^x G_{10}(\theta) y_{10}(\theta) d\theta}{1-x}, \\
\hat{G}_{10}^1(1) &= \lim_{s \rightarrow 1} \frac{\int_0^x G_{10}(\theta) d\theta}{1-s} = -G_{10}(1) = -G(1) y_{10}(1), \\
\frac{\partial \hat{G}_{10}^1(s)}{\partial s} &= \frac{\partial}{\partial s} \left[ \frac{\int_0^s G_{10}(\theta) d\theta}{1-s} \right] = \frac{G_{10}(s) \cdot (1-s) + \int_0^s G_{10}(\theta) d\theta}{(1-s)^2} \cdot \frac{\partial \hat{G}_{10}^1(s)}{\partial s} \Big|_{s=1} = \\
&= \lim_{s \rightarrow 1} \frac{G_{10}(s) \cdot (1-s) + \int_0^s G_{10}(\theta) d\theta}{(1-s)^2} = \lim_{s \rightarrow 1} \frac{\frac{\partial G_{10}(s)}{\partial s} (1-s) - G_{10}(s) + G_{10}(s)}{2(1-s)} = \\
&= -\frac{1}{2} \frac{\partial G_{10}(s)}{\partial s} = -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial s} [G(s) y_{10}(s)] \Big|_{s=1} = -\frac{1}{2} \frac{\partial G(s)}{\partial s} y_{10}(1) - \frac{1}{2} G(1) y_{10}'(1).
\end{aligned}$$

Итак, после однократного применения операции интегрирования по частям, и учитывая, что  $a(x) \neq 1-x \quad \forall x \in [0, T]$ , получим асимптотические ряды сходящиеся при  $\varepsilon \rightarrow +0$  к  $Iy(x, \frac{\varphi(x)}{\varepsilon})$  (равномерно по  $x \in [0, T]$ ). Это означает, что класс  $M_\varepsilon = U \Big|_{\tau, \sigma = \frac{\varphi(x)}{\varepsilon}}$  асимптотически инвариантен относительно интегрального оператора  $I$ .

Теперь можно записать задачу, полностью регуляризованную по отношению к исходной задаче (1):

$$L_\varepsilon \tilde{y}(x, \tau, \sigma, \varepsilon) \equiv \varepsilon \frac{\partial \tilde{y}}{\partial x} + a(x) \frac{\partial \tilde{y}}{\partial \tau_1} - (1-x) \frac{\partial \tilde{y}}{\partial \tau_2} - (1-x) G_{10} \frac{\partial \tilde{y}}{\partial \sigma_{10}} -$$

$$- a(x) \tilde{y} + \tilde{N} \tilde{y} = h(x), \quad \tilde{y}(x, \tau, \sigma, \varepsilon) \Big|_{\substack{x=0 \\ \tau=0 \\ \sigma=10}} = y^0, \quad (4)$$

Определяя решение этой задачи в виде ряда

$$\tilde{y}(x, \tau, \sigma, \varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k y_k(x, \tau, \sigma), \quad y_k(x, \tau, \sigma) \in U, \quad (5)$$

сходящееся при  $\varepsilon \rightarrow +0$  (равномерно по  $(x, \tau, \sigma) \in [0, T] \times \tilde{I}$ ), получим следующие итерационные задачи:

$$L_0 y_0(x, \tau, \sigma) \equiv a(x) \frac{\partial y_0}{\partial \tau_1} - (1-x) \frac{\partial y_0}{\partial \tau_2} - (1-x) G_{10} \frac{\partial y_0}{\partial \sigma_{10}} - a(x) y_0 + N_0 y_0 = h(x), \quad y_0(0, 0, 0) = y^0; \quad (5_0)$$

$$L_0 y_1(x, \tau, \sigma) = - \frac{\partial y_0}{\partial x} - N_1 y_0, \quad y_1(0, 0, 0) = 0; \quad (5_1)$$

$$L_0 y_2(x, \tau, \sigma) = - \left( \frac{\partial y_1}{\partial x} + N_1 y_1 + N_2 y_0 \right), \quad y_2(0, 0, 0) = 0; \quad (5_2)$$

$$L_0 y_k(x, \tau, \sigma) = - \left( \frac{\partial y_{k-1}}{\partial x} + N_1 y_{k-1} + N_2 y_{k-2} + \dots + N_k y_0 \right), \quad y_k(0, 0, 0) = 0, \quad k \geq 1. \quad (5_k)$$

Перейдем к исследованию их нормальной разрешимости в пространстве  $U$ .

Каждую из задач (5<sub>к</sub>) можно записать в виде

$$Ly(x, \tau, \sigma) \equiv a(x) \frac{\partial y}{\partial \tau_1} - (1-x) \frac{\partial y}{\partial \tau_2} - (1-x) G_{10} \frac{\partial y}{\partial \sigma_{10}} - a(x) y + N_0 y = h(x, \tau, \sigma), \quad y(0, 0, 0) = y_*, \quad (6)$$

где  $h(x, \tau, \sigma) = h_0(x) + h_1(x)e^{\tau_1} + h_2(x)e^{\tau_2} + h_{10}(x)\sigma_{10} \in U$  — известная функция,  $y_* \in \square$  — известное число, а оператор  $N_0$  действует на функцию  $y(x, \tau, \sigma) = y_0(x) + y_1(x)e^{\tau_1} + y_2(x)e^{\tau_2} + y_{10}(x)\sigma_{10} \in U$  по закону

$$N_0 y(x, \tau, \sigma) = e^{\tau_2} \int_0^x G_2(s) ds.$$

**Теорема.** Пусть  $a(x) \neq 1-x \quad \forall x \in [0, T]$  и  $h(x, \tau, \sigma) \in U$ . Тогда уравнение (6) разрешима в пространстве  $U$  в том и только в том случае, когда выполняется условие

$$h_1(x) \equiv 0. \quad (7)$$

**Доказательство.** Определяя решение задачи (6) в виде элемента (3) пространства  $U$ , и приравнявая коэффициенты при одинаковых экспонентах и свободные члены, получим следующие уравнение:

$$-a(x)y_0(x) = h_0(x), \quad (8)$$

$$[a(x) - a(x)]y_1(x) = h_1(x), \quad (9)$$

$$-[(1-x) - a(x)]y_2(x) + \int_0^x G_2(s)y_2(s)ds = h_2(x), \quad (10)$$

$$-[(1-x) - a(x)]y_{10}(x) + \int_1^x G_{10}(\theta)y_{10}(\theta)d\theta = h_{10}(x) - G_0(1)y_0(1). \quad (11)$$

Уравнение (8) имеет единственное решение  $y_0(x) = -h_0(x)/a(x)$ . Поскольку  $a(x) \neq 1-x \quad \forall x \in [0, T]$ , уравнения (10) и (11) есть неоднородные интегральные

уравнения Вольтерра второго рода. Они однозначно разрешимы в классе  $C^2[0, T]$  и их решение даётся формулами

$$y_2(x) = -[(1-x) - a(x)]^{-1} h_2(x) - \int_0^x R_2(s) [(1-s) - a(s)]^{-1} h_2(s) ds,$$

$$y_{10}(x) = \frac{G_0(1)y_0(1) - h_{10}(x)}{[(1-x) - a(x)]} + \int_1^x R_{10}(\theta) \frac{[G_0(1)y_0(1) - h_{10}(s)]}{[(1-s) - a(s)]} d\theta,$$

где  $R_2(x)$  и  $R_{10}(x)$  – резольвенты ядра  $[(1-x) - a(x)]^{-1} G_2(x)$  и  $[(1-x) - a(x)]^{-1} G_{10}(x)$ . Для разрешимости уравнение (9) необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие,  $h_1(x) \equiv 0$ . Теорема доказана.

Если выполнено условие (7) и  $a(x) \neq 1-x \forall x \in [0, T]$ , то уравнение (6) имеет следующее решение в пространстве  $U$ :

$$y(x, \tau, \sigma) = -\frac{h_1(x)}{a(x)} + \alpha(x)e^{\tau_1} +$$

$$+ \left\{ -[(1-x) - a(x)]^{-1} h_2(x) - \int_0^x R_2(s) [(1-s) - a(s)]^{-1} h_2(s) ds \right\} e^{\tau_2} +$$

$$+ \left\{ \frac{G_0(1)y_0(1) - h_{10}(x)}{[(1-x) - a(x)]} + \int_1^x R_{10}(\theta) \frac{[G_0(1)y_0(1) - h_{10}(s)]}{[(1-s) - a(s)]} d\theta \right\} \sigma_{10},$$

где  $\alpha(x) \in C^2[0, T]$  – произвольная функция.

1. Белоносов С.М., Черноус К.А. Краевые задачи для уравнений Навье-Стокса.- М.: Наука, 1985.- 312 с.
2. Васильева А.Б., Плотников А.А. Асимптотическая теория сингулярно возмущенных задач.- М.: Издательство МГУ, 2008.- 140 с.
3. Ломов С.А., Ломов И.С. Основы математической теории пограничного слоя.- М.: Издательство МГУ, 2011.- 454 с.
4. Ломов С.А. Введение в общую теорию сингулярных возмущений. М.: Наука, 1981.- 400 с.

УДК 621.391

**М.Н. Калимолдаев, Г.Е. Тулемисова**

## **АЛГОРИТМ ЛОКАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ОБЪЕМОМ ПОТОКОВ**

*(Институт проблем информатики и управления МОН РК, Казахстан)*

Бұл мақала көлем ағынын жергілікті басқарудың алгоритмдеріне арналған. Ағындардың қарқынын басқаруға жасалған алгоритімдер әр түрлі салада жұмыс атқарушы қызметтерді игерумен сандық желіде ағындардың қарқындылығын шектеуді қамтамасыз етуге мүмкіндік береді. Бұл алгоритімдер басқару аймағына ену мүмкіндігінде ағынның қарқындылығын шектеу үшін қолданылуға ұсынылғандай, басқарудың ішкі аймағының коммутациясының торабына (КТ) ену мүмкіндігіне де ағындардың қарқындылығын шектеу үшін де ұсынылады. Жүзеге асыру мен тиімділік

күрделілігінің арасындағы ымыра, ішкі және аймақаралық трафика, интегралдық топтық тракттар өлшемдері (ИТТ) және (КТ) өлшемділік басқару аймағы және басқа да факторлар АҚШ нақты алгоритмінің таңдауын айқындайды. Бұл шарттардың нақтылығы сандық желінің имитациялық үлгілер қызметін игерумен есептеледі (СЖҚШ).

Данная статья посвящена алгоритмам локального управления объемов потоков. Разработанные алгоритмы управления ограничения интенсивности потоков (ОИП) позволяют обеспечить ограничение интенсивности потоков в цифровой сети с интеграцией служб, работающих в различных условиях. Эти алгоритмы предлагается использовать как для ограничения интенсивности потоков при доступе к зоне управления, так и для ограничения интенсивности потоков при доступе к узлу коммутации (УК) внутри зоны управления. Компромисс между сложностью реализации и эффективностью, характер внутреннего и междонового трафика, параметры интегрального группового тракта (ИГТ) и УК, размерность, зоны управления и другие факторы определяют выбор конкретного алгоритма ОИП. Реальность данных условий учитывается при использовании имитационной модели цифровой сети с интеграцией служб (ЦСИС).

This paper focuses on algorithms local control volume flows. The developed control algorithms limit the intensity of flows (IPR) provide low-intensity flows in the digital network integration services operating in different conditions. These algorithms are proposed for use as a flux intensity limit for accessing the control area and to limit the flux intensity at access switching node (SC) inside the control area. The trade-off between the implementation complexity and efficiency, the nature of the internal and mid-zone traffic parameters of the integral group tract (ИГТ) and the Criminal Code, the dimension, the control area and other factors determine the choice of a particular algorithm IPR. The reality of these conditions is taken into account by using a simulation model of a digital Integrated Services Network (ISDN).

*Түйін сөздер:* Датаграмма, жақындықтың дәрежесінің дәрежесі адресатқа, алгоритм, буфер, ағындардың қарқындылығы,

*Ключевые слова:* Датаграмма, ранг степени близости к адресату, алгоритм, буфер, интенсивность потока

*Keywords:* Datagram, rank degree of proximity to the addressee, algorithm, buffe, intensity of the flow

Исследования показывают, что при высокой интенсивности нагрузки в децентрализованных информационно-вычислительных сетях достаточно хороший эффект дают алгоритмы локального управления объемом потоков.

Алгоритм маршрутизации часто использует датаграммный метод (ДМ) коммутации пакетов [1]. При этом узел передачи выбирается случайно, и тогда каждая датаграмма будет идти по случайной траектории. Очень важная характеристика степени близости УК к адресату.

Все узлы, окружающие данный УК ранжируются по степени близости к адресату, и каждому присваивается ранг по номеру 1, 2 и т.д. Пакет сначала посылается в узел первого ранга, при неудаче – в узел второго ранга и т.д.

### **1.Описание алгоритма ограничения интенсивности потоков (ОИП)**

Можно рассмотреть конкретный реализованный в ЦСИС режим коммутации. Весь поток МВ, поступающих в УК, делим на классы по принципу - 1) класс 1 ( $c = 1$ ) присвоим МВ, поступающим в ЦСИС в данном УК; 2) класс 2 ( $c = 2$ ) присвоим транзитным МВ, требующим передачи в УК зоны управления вышестоящего уровня; 3) класс 3 ( $c = 3$ ) присвоим транзитным МВ, которые необходимо передать в УК той же зоны управления, где находится данный УК; 4) класс 4 ( $c = 4$ ) присвоим МВ, которые необходимо передать в УК зоны управления нижестоящего уровня.

Разработанные в данной работе алгоритм ограничения интенсивности потоков (ОИП) основан на выделении буферов в УК, при котором наибольший приоритет отдается трафику более высоких классов, что при большой загрузке сети позволяет обслужить в первую очередь МВ, уже занявшие ресурсы ЦСИС. Под буфером здесь понимается для режима КК номер канального временного интервала, выделенного для установления соединения, для режима виртуального соединения - блок памяти УК, предназначенный для хранения пакетов виртуального соединения в пределах величины окна, для датаграммного режима и режима коммутации сообщений - блок памяти УК, предназначенный для хранения датаграммы (сообщения).

Обозначим  $L_k^{(c)}$  - допустимое (пороговое) число буферов, которое могут занять в данном  $i$ -м УК МВ класса  $c$ , предназначенные для передачи по ИГТ  $k$ . Предполагаем, что имеет место неравенство  $L_k^{(4)} > L_k^{(3)} > L_k^{(2)} > L_k^{(1)}$ .

Алгоритм ОИП подобен традиционным алгоритмам для базовых сетей информационно-вычислительных систем, ограничивающим ввод собственных пакетов УК в сеть при превышении загрузки памяти УК выше некоторого порога. Алгоритм ОИП может использоваться в любом реализованном в ЦСИС режиме коммутации.

В соответствии с сформулированной мною задачей в статье «Метод оптимального распределения канальных ресурсов мультисервисной сети» и с учетом распределения пропускной способности ЦСИС по обходным путям передачи нагрузок режима КК алгоритм ограничения интенсивности потоков запишется в следующем виде:

1 шаг. Ввод данных: класс МВ  $c$ , ИГТ  $k$ ;

2 шаг. Определение класса МВ  $c$ ;

3 шаг. Выбор ИГТ  $k$  в соответствии с матрицами маршрутов;

4 шаг. Если число МВ в буфере в  $k$ -м ИГТ  $l_k^{(c)}$  меньше порога  $l_k^{(c)} < L_k^{(c)}$ , то информационная нагрузка принимается к обслуживанию, т.е. за ней закрепляется соответствующий буфер. Если условие  $l_k^{(c)} < L_k^{(c)}$  не выполняется, то нагрузка получает отказ в обслуживании.

Данный алгоритм ОИП достаточно прост в реализации, однако в определенных условиях работы ЦСИС, например, при быстром нарастании интенсивности нагрузки высших классов в данном УК, ограничений, введенных им, может оказаться недостаточно [2].

С целью более быстрого и эффективного ограничения интенсивностей потоков в ЦСИС рассмотрим более сложный алгоритм ОИП с обменом информацией о перегрузке между смежными УК. Основная идея алгоритма ОИП состоит в том, что при достижении числом собственных МВ, в буфере  $k$  го ИГТ  $i$ -го УК порогового значения  $L_k^{(1)}$  всем соседним  $j$ -м УК, связанным с УК каналами, передается сообщение о блокировке  $i$ -го УК. После чего в  $j$ -м УК собственные МВ, которые должны были направляться в  $j$ -й УК, блокируются (либо направляются по обходному пути). При уменьшении величины  $l_k^{(1)}$  ниже порогового значения всем  $j$ -м УК передаются сообщения о снятии блокировки  $i$ -го УК.

Алгоритм ОИП, состоит из двух частей. При поступлении в узел УК необходимо выполнить следующие действия:

1 шаг. Ввод данных: класс МВ  $c$ , ИГТ  $k$ ;

2 шаг. Определение класса МВ  $c$ ;

3 шаг. Выбрать ИГТ  $k$  в соответствии с матрицами маршрутов

4 шаг. Если число МВ в буфере ИГТ  $k$  не больше порога  $l_k^{(c)} < L_k^{(c)}$ , то перейти к п. 6, иначе - перейти к п. 9.

5 шаг. Если  $l_k^{(1)} < L_k^{(1)}$  и ИГТ  $k$  не блокирован, то перейти к п. 6, иначе - перейти к п. 9.

6 шаг. Принять нагрузку к обслуживанию.

7 шаг. Увеличить счетчик числа МВ в буфере ИГТ  $k$  на единицу:  $l_k^{(c)} = l_k^{(c)} + 1$ .

8 шаг. Если ИГТ  $k$  блокирован, то закончить; если нет, то послать сообщение о блокировке  $i$ -го УК и закончить.

9 шаг. Блокировать МВ и закончить.

По окончании обслуживания в  $i$ -м УК МВ надо выполнить следующие действия:

10 шаг. Уменьшить на единицу счетчик числа МВ в буфере ИГТ:  $l_k^{(c)} = l_k^{(c)} - 1$ ;

11 шаг. Если  $l_k^{(c)} < L_k^{(c)} - d$  и  $k$ -й ИГТ блокирован, то перейти к п. 3, иначе закончить (параметр  $d$  здесь введен для обеспечения устойчивости алгоритма);

12 шаг. Послать всем  $j$ -м УК, смежным с  $i$ -м УК, сообщение о снятии блокировки  $i$ -го УК.

Эти алгоритмы ОИП позволяют эффективно ограничивать интенсивности потоков в ЦСИС при условии постоянного соотношения между трафиком различных классов в УК:  $\lambda^{(c_1)} / \lambda^{(c_2)} = \text{const}$ . В условиях переменных  $\lambda^{(c_1)} / \lambda^{(c_2)}$  необходим алгоритм ОИП, позволяющий оптимально перераспределять соотношение между величинами  $L_k^{(1)} - L_k^{(4)}$ , так как в противном случае трафик низших классов будет блокироваться при наличии достаточной свободной емкости в буферах УК, зарезервированных для трафика высших классов. Следствием этого будет неоправданное снижение производительности ЦСИС.

Тогда за  $\Delta t$  - принимаем интервал обновления порогов;

$\tilde{P}$  - оценку средней вероятности блокировки МВ  $i$ -м УК на интервале  $[t_1 - \Delta t, t_1]$ ;

$\tilde{P}^{(c)}$  - оценку средней вероятности блокировки МВ класса  $c$  на интервале  $[t_1 - \Delta t, t_1]$  в  $i$ -м УК. Идея предлагаемого алгоритма пересчета порогов состоит в том, что, в условиях малой загрузки ЦСИС  $\tilde{P} \leq P_1$  не дается преимущества МВ ни одного из классов, при увеличении же загрузки, т. е.  $\tilde{P} > P_1$  получает приоритет трафик более высоких классов. Данный алгоритм может входить в качестве составной части в описанные выше алгоритмы ОИП. При этом периодически с интервалом  $\Delta t$  необходимо выполнить следующие действия:

Шаг 1. Определить режим работы ЦСИС, для чего вычислить  $\tilde{P}$  на интервале  $[t_1 - \Delta t, t_1]$ ,  $t_1$  - текущий момент времени.

Шаг 2. Зафиксировать очередной класс трафика  $c$  и выполнить пункты 3-5.

Шаг 3. Если  $|\tilde{P}^{(c)} - \tilde{P}| < \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  - некоторое пороговое значение, то перейти к п. 4, иначе - к п. 5.

Шаг 4. Если  $\tilde{P}^{(c)} - \tilde{P} \geq \varepsilon$  то увеличить порог  $L^{(c)}$ :  $L^{(c)} = L^{(c)} + l_0$ .

Шаг 5. Если  $\tilde{P} - \tilde{P}^{(c)} \geq \varepsilon$ , то уменьшить порог  $L^{(c)}$ :  $L^{(c)} = L^{(c)} - l_0$  ( $l_0$  - шаг изменения порога).

Шаг 6. Если рассмотрены все классы трафика, то закончить, иначе перейти к п. 2.

Разработанные алгоритмы управления ОИП позволяют обеспечить ограничение интенсивности потоков в ЦСИС, работающих в различных условиях и могут использоваться как для ограничения интенсивности потоков при доступе к зоне управления, так; и для ограничения интенсивности потоков при доступе к ГУК внутри зоны управления. Выбор конкретного алгоритма ОИП определяется компромиссом между сложностью реализации и эффективностью, которая, в свою очередь, зависит от характера внутри- и межзонового трафика, параметров ИГТ и ГУК, размерности, зоны управления и других факторов, учесть которые возможно при использовании имитационной модели ЦСИС.

1. Компьютерные сети: Учебное пособие по администрированию локальных и объединенных сетей/ А. В. Велихов, К. С. Строчников, Б. Л. Кошкин.- М. Букпресс, 2006., — С.304 .
2. Башарин Г. П., Куренков Б. Е., “Анализ избыточных потоков в сетях коммутации каналов”, //Сб. Проблемы передачи информации. -М. 1987г., № 3(23), - С.54–63.

УДК 378.02 : 372.8 : 002

**Е.А. Киселёва, С.А. Нугманова**

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОДЕРЖАНИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ОСНОВ ИНФОРМАТИКИ КАК БАЗЫ ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ ИНФОРМАТИКОВ В ПЕДАГОГИЧЕСКОМ ВУЗЕ**

*(г.Алматы, КазНПУ им.Абая)*

Бұл мақалада жүйелі қызмет ету тәсілі негізінде педагогикалық жоғарғы оқу орындарындағы информатикадан іргелі білім берудің мазмұны анықталған. Ол «Информатика» ғылыми-білім беру саласы бойынша жалпы көзқарасты беретін, жүйені құраушы концептуалды білімдерден тұратын теориялық базисті қалыптастыруға мүмкіндік береді.

В статье определяется содержание фундаментальной подготовки по информатике в педагогическом вузе на основе системно-деятельностного подхода, которое позволит сформировать теоретический базис из системообразующих концептуальных знаний, которые давали бы общее видение научно-образовательной области «Информатика».

The article defined the content of fundamental training in computer science in pedagogical high school on the basis of system-activity approach, which will form the theoretical basis of the conceptual knowledge of system that would provide a common vision of science and education field "Computer Science".

*Түйін сөздер:* теориялық информатика, іргелі дайындық, оқыту әдістемесі, жүйелі қызметтік тәсіл

*Ключевые слова:* теоретическая информатика, фундаментальная подготовка, методика обучения, системно-деятельностный подход

*Keywords:* theoretical computer science, fundamental training, teaching methodology

Одной из актуальных задач повышения эффективности подготовки учителей в области информатики и вычислительной техники является задача повышения качества их фундаментальной подготовки по информатике, основу которого составляют

содержание и технологии обучения будущего учителя в данной предметной области. Концептуальной основой решения этой проблемы является системно-деятельностный подход к определению содержания фундаментальной подготовки.

В процессе обучения и научного поиска формируются знания, навыки и умения, происходит всестороннее интеллектуальное развитие личности обучающихся и их мировоззрения. Все это реализуется через главную сферу - умственную деятельность студентов: ощущение, восприятие, представления, осмысливание, запоминание и другие психические процессы. На основе этой деятельности создается система обучения, объединяющая содержание и форму научного познания, устанавливающая связи и отношения между предметами и явлениями объективного мира.

Условием построения теории обучения в высшей школе является взаимосвязь трех формирующих начал:

1) накопление опытного эмпирического материала, исходя из оценки практики учебного процесса, его типизации, классификации и группировки;

2) установление эмпирических связей и элементов, составляющих учебный процесс;

3) формирование теоретических, обобщенных, объективных отношений, составляющих учебный процесс, выявление их причин и развития.

Взаимосвязь этих начал обеспечивает теории обучения содержательную основу, достаточную научную определенность и объективность.

Для отбора содержания учебного курса был проведен анализ структуры той части предметной области «Информатика», которая должна быть отражена в учебном курсе «Теоретические основы информатики»[1]. Мы разделяем точку зрения Е.А. Ракитиной, что основной объект науки и, как следствие, основной объект соответствующей дисциплины должен отражать все понятия базовой отрасли знаний [2]. Ими выступают:

- информация;
- информационный процесс;
- информационная модель;
- информационная система;
- информационный объект;
- информационные основы управления.

Отметим, что все выделенные объекты носят системно-деятельностный характер. В качестве основных содержательных линий курса могут быть определены «Информация и информационные процессы», «Основы моделирования и формализации», «Информационные системы», «Информационные основы управления». Поясним данную точку зрения.

Дело в том, что и информация, и информационная система, и информационная модель всегда выступают либо в качестве источника, либо как результат, либо как описание того или иного информационного процесса. Информационная технология есть способ выполнения информационного процесса или их совокупности, а информационный объект и продукт - это или результат или участник информационных процессов.

Однако информационные процессы сами по себе не существуют, они всегда протекают в каких-либо информационных системах. При этом их осуществление может быть как целенаправленным так и стихийным, как организованным так и хаотичным, но все же он всегда требует своей реализации в рамках какой-либо системы.

Обобщающий характер понятия «информационная модель» обусловлена тем, что при работе с информацией мы либо работаем с готовыми моделями, либо сами их разрабатываем. Так, например, программа и алгоритм - это разные виды информационных моделей, изучение любых процессов в компьютере невозможно без

построения и исследования соответствующей информационной модели.

Акцент на усвоении информационных систем, с одной стороны, позволяет реализовать знаниевую и деятельностьную составляющие образования, с другой стороны, является основой современной профессиональной деятельности, которая во многом носит системно-информационный характер [3]. Поскольку объектом изучения информатики являются общие закономерности управления и самоуправления, которые справедливы для систем разнообразной природы, то понятие «информационные основы управления» также является обобщающим понятием информатики [4].

Концепции фундаментализации образования и системно-деятельностного подхода легли в основу типовой программы дисциплины «Теоретические основы информатики» для специальности «5В011100-Информатика».

Дисциплина «Теоретические основы информатики» является вводным курсом, предназначенным для ознакомления студентов с набором фундаментальных концепций информатики, способствующим развитию когнитивных моделей для этих концепций, поощряющим развитие у студентов навыков, необходимых для применения концептуальных знаний. Специфика подготовки будущих учителей информатики заключается в необходимости формирования, прежде всего, системообразующих концептуальных знаний, которые давали бы общее видение научно-образовательной области «Информатика» [5].

Цель дисциплины:

Изучение общих закономерностей получения, обработки и использования информации, принципов организации информационных процессов в технических и социальных системах, методологии создания и использования информационных моделей, независимо от природы информационных данных.

Задачи дисциплины:

- формирование представлений об основных направлениях научных исследований в области теоретической информатики;
- формирование знаний о научных принципах функционирования ЭВМ, о понятии алгоритма и способах его оценки;
- изучение основных понятий теории информации, теории цифровых автоматов, теории алгоритмов и информационных систем;
- овладение методами анализа алгоритмов, способами оценки их сложности и эффективности;
- изучение методологии информационного моделирования и вычислительного эксперимента;
- формирование представлений о природе информационных процессов и явлений, методологии управления информационными системами.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование и развитие компетенций:

- способность применять знания теоретической информатики, фундаментальной и прикладной математики для анализа и синтеза информационных систем и процессов;
- способность использовать математический аппарат, методологию программирования и современные информационно-коммуникационные технологии для решения практических задач получения, хранения, обработки и передачи информации;
- владение современными формализованными математическими, информационно-логическими и логико-семантическими моделями и методами представления, сбора и обработки информации.

В результате изучения дисциплины студент должен знать:

- понятие информации как всеобщего семантического свойства материи;
- основные понятия теории информации, теории цифровых автоматов, теории алгоритмов и др.;
- методы анализа алгоритмов, способы оценки их сложности и эффективности;
- процесс информационного моделирования как способа представления изучаемой реальности;
- природу информационных процессов и явлений, методологию управления информационными системами.

уметь:

- кодировать, измерять и преобразовывать информацию различными способами;
- применять знания об устройстве и особенностях функционирования цифровых автоматов для управления информационными процессами;
- применять методологию математического моделирования и вычислительного эксперимента;

владеть:

- методологией информационного моделирования и вычислительного эксперимента;
- навыками разработки и анализа информационных моделей;
- методами оценки сложности и эффективности алгоритмов;
- технологиями управления информационными системами.

Таким образом, был осуществлен отбор содержания фундаментальной подготовки по информатике в педагогическом вузе на основе системно-деятельностного подхода, которое позволит сформировать теоретический базис, обеспечивающий познание информации, информационных систем, информационных процессов и технологий, информационных задач, решаемых с помощью информационных систем различных классов, их свойств.

1. Балыкбаев Т.О., Бидайбеков Е.Ы. Киселёва Е.А. Роль курса «Теоретические основы информатики» в фундаментализации подготовки учителей информатики //Вестник КазНПУ им. Абая, серия «Физико-математические науки», №1(29), 2010 г.
2. Ракитина Е.А. Теоретические основы построения концепции непрерывного курса информатики. – М.: Информатика и образование, 2002. – 88 с.
3. Бешенков С.А., Кузнецова Л.Г., Шутикова М.И. Математика и информатика: поиск точек соприкосновения // Информатика и образование. – 2006. – № 10. – С. 3-5.
4. Кузнецов А.А., Бешенков С.А., Ракитина Е.А. Современный курс информатики: от концепции к содержанию // Информатика и образование. – 2004. – №2. – С. 2-6.
5. Бидайбеков Е.Ы., Беркимбаев К.М., Гриншкун В.В., Камалова Г.Б., Киселева Е.А. Общая информатика: учебник.– Алматы, 2008. –Ч. 1. – 406 с.

## **КОМПОЗИТТІ МАТЕРИАЛДАР КҮЙРЕУІНІҢ ФИЗИКА-МЕХАНИКАЛЫҚ НЕГІЗДЕРІ**

(Алматы қ., Абай атындағы ҚазҰПУ, Латвия, Рига қ., \*Полимерлер механикасы институты)

Мақалада композитті материалдар күйреуінің физика-механикалық негіздері қарастырылған. Үдерістің феноменологиялық зерттеулері Журков өрнегіне негізделіп жүргізілді. Негізінен, композитті материалдарда түсірілген кернеуден туындайтын термофлуктуациялық үдерістер қарастырылды. Композиттерде жүретін күйреу үдерістері В.П.Тамуж нобайы негізінде түсіндірілді. Бұл нобайдың композиттердегі радиациялық күйреу үдерістерін түсіндіре алатыны болжанды.

В статье рассмотрены физико-механические основы разрушения композитов. Феноменологическое исследование процессов разрушения основывались на формуле Журкова. Основное внимание уделено термофлуктуационным явлениям, которые происходят в композитном материале под действием приложенного напряжения. Основные процессы разрушения происходящие в композитах объясняются на основе модели В.П.Тамуж. Предполагается что эта модель также, может объяснить процессы радиационного разрушения композитов.

The article deals with physical and mechanical bases of destruction of composite materials. Phenomenological research of processes of destruction were base on formula of Zhurkov. Basic attention is spared to the thermofluctuation phenomena that take place in composite material under the action of the attached tension. The basic processes of destruction are what be going on in composite materials explained on the basis of model of V.P.Tamuzh. It is supposed that this model can explain processes of radiation destruction of composites.

*Түйін сөздер:* Композиттер, термофлуктуация, күйреу, механикалық кернеу, радиациялық күйреу

*Ключевые слова:* Композиты, термофлуктуация, разрушение, механическое напряжение, радиационное разрушение

*Keywords:* Composites, thermofluctuation, destruction, mechanical tension, radiation destruction

Коденсирленген күй физикасының алдында тұрған негізгі мәселелердің бірі физикалық қасиеттері алдын ала берілген материалдар жасау. Мұндай қасиеттерге заттың меншікті беріктігінің жоғарылығын, ыстық, күйреуге, коррозиялаушы орта әсеріне, түрлі сәулеленуге және т.с.с. төзімділігін жатқызуға болады. Композитті материалдардың (КМ) беріктігі жоғары құрылымдық қорытпалар мен моно кристалдардан ерекшелігі олар жоғары беріктікті үлкен күйреу тұтқырлығымен үйлестіреді.

Композитті заттардың негізі болатын полимерлердің деформациялану және күйреу үдерістері уақытқа тікелей тәуелді болады. Ол уақыт өтуімен олардың аққыштығы мен статикалық шаршауының артуынан және күйрету кернеулігінің азаюынан көрінеді. Бұл үдерістерді түсіну үшін КМ-нің физика-механикалық қасиеттеріне ықпал ететін барлық факторларды: полимер мен толықтырғыш табиғатын, полимердің фазалық және физикалық күйін, байланыстырушының қатаю шарттарын және күйреу үдерістерін- ескеру қажет. Бұл мәселелерді терең зерттеу беріктігі өте жоғары, радиациялық күйреуге төзімді КМ алудың ғылыми негізін жасауға мүмкіндік береді.

Полимерлер күйреуінің физикалық негіздерін қалыптастыру күйреу үдерісін денеге жүктеме түсіргеннен бастап, екіге бөліп тастағанша дамитын, зақымданудың термобелсендірілген жинақталу үдерісі ретінде қарастыруға негізделеді [1-5]. Бұл көзқарас бойынша күйреудің *қарапайым үдерістері*, денеге түсірілген кернеу белсендіретін, атом аралық (химиялық, молекула аралық) байланыстың термофлуктуациялық үзілістерінен бастау алады. Полимерлер беріктігінің феноменологиялық зерттеулері ақаулардың (сызаттардың пайда болуымен дамуы) жинақталу жылдамдығын немесе оған кері шама – жүктемеге төзімділікті зерттеуге тіреледі. Төзімділіктің ( $\tau$ )  $\sigma$  – механикалық кернеу (жүктеме) мен  $T$  – температурадан тәуелділігі Журков формуласымен

$$\tau = \tau_0 \exp \frac{U_0}{RT} \quad (1)$$

өрнектеледі. Беріктіктің кинетикалық тұжырымдамасында (1) өрнектің,  $\tau_0$ ,  $U_0$ ,  $\gamma$  коэффициенттерінің және тіке әдістермен зерттелген (мысалы, инфрақызыл спектроскопия (ИКС)) күйреудің *қарапайым үдерістері* табиғатының физикалық мағынасына көп көңіл бөлінеді. ИКС әдісімен жүргізілген зерттеулер  $U_0$ -ді есептегенде атом аралық байланыстың нақты кернеуін ескеру қажет екендігін көрсетеді. Сондықтан  $U_0$  атом аралық байланыстың диссоциация энергиясына жуық болады. Механикалық күйреуді кернеу белсендірген термодеструкция (құрылымның температуралық бұзылуы) ретінде қарастыруға болады. Сондықтан күйреу үдерісінің кинетикасы мен термодеструкция полимерлік тізбектің үзілуінің бастамасымен ғана емес, кинетикалық тізбектің өсу, берілу және үзілу сатыларымен де сипатталады.

Бұл (1) өрнектегі  $U_0$  мен  $\tau_0$  мағынасын түсінуді қиындатады. Егер күйреу механикалық кернеу түсірілгенде басталады деп есептеп, басқа әсерлерді ескермесек мәселе оңайлайды.

Циклдік жүктеме бергенде материалдардың күйреу үдерісі шапшаңдайды. Кинетикалық тұжырымдама тұрғысынан оны (1) өрнектегі қоршаған орта температурасы  $T$ -ның орнына локальді (күйреу басталған жер) температурасы  $T^*$  және статикалық жүктемедегі құрылымдық өзгерісті сипаттайтын  $\gamma$  коэффициентінің орнына  $\gamma^*$ -ны енгізу арқылы түсіндіруге болады.

КМ-дың күйреуінің термофлуктуациялық табиғатының тұжырымдамасында КМ-нің құрылымдық бөліктері арасындағы шекаралық және олар туғызатын күйреу үдерісінің ерекшеліктерін ескеру қажет. Композиттерде құрылымның орнықсыздығынан (1) өрнектен ауытқу орын алады. Композиттің физикалық қасиеттерін түсіндіретін қоспаның үш ережесі [6-7] жұмыстарда тұжырымдалған.

*Бірінші ереже.* (1) өрнектегі экспонента алдындағы көбейткішті (композит үшін-  $\tau_{OK}$ , матрица үшін  $\tau_{OM}$ , талшық үшін  $\tau_{OT}$ ) бірінші жуықтауда

$$\tau_{OK} = \tau_{OM} = \tau_{OT} = 10^{-13 \pm 2} c = const \quad (2)$$

деп алуға болады.

*Екінші ереже.* Композиттің күйреу үдерісін белсендіруші энергиясы  $U_{OK}$ - ны не КМ-ді түзушілердің күйреу үдерісін белсендіруші энергиялармен ( $U_{OT}$ ,  $U_{OM}$ ), не құрамдар шекараларындағы адгезиялық байланыстардың күйреу үдерісін белсендіруші энергиямен ( $U_{адг}$ ) салыстыру қажет.

Құрамдар арасындағы шекара  $U_{OK}$ -ға емес  $\gamma_K$ -ға ықпал етеді.  $U_{OM}$  және  $U_{OT}$  мәндері комозит ішінде де, олар жеке зат түзгенде де бірдей болса, екінші ереже

$$U_{OK} = U_{OM} \quad (V_T < V_T^*); \quad U_{OK} = U_{OT} \quad (V_T > V_T^*) \quad (3)$$

түрінде жазылады.  $U_{OK}$  секірмелі өзгертін талшықтың көлемдік мөлшерін ( $V_T$ ) матрица мен арматура (талшық) беріктіктері тең болатын  $V_T = V_T^*$  шартынан табамыз:

$$V_T^* = \frac{\gamma_T}{\gamma_T + [(U_{OT} - C)/(U_{OM} - C)]}, \quad C = R \cdot T \cdot \ln \frac{\tau}{\tau_0}$$

Үшінші ереже. Ең күрделі мәселе қоспаның статикалық ережесін:

$$\sigma_k = \sigma_T V_T + \sigma_M V_M \quad (4)$$

сақтайтын (мұндағы  $\sigma_T$ ,  $\sigma_M$  – беріктік;  $V_T$ ,  $V_M$  – талшық пен матрицаның көлемдік мөлшерлері) параметрлері бойынша  $\gamma_k$ -ны бағалау ережесін құрастыру.  $\gamma_k$  – үшін

$$\begin{aligned} V_T < V_T^* \quad \text{кезінде} \quad \frac{1}{\gamma_k} &= V_T \frac{1}{\gamma_k} \frac{U_{0T} - C}{U_{0M} - C} + V_M \frac{1}{\gamma_M} \\ V_T > V_T^* \quad \text{кезінде} \quad \frac{1}{\gamma_k} &= V_M \frac{1}{\gamma_M} \frac{U_{0T} - C}{U_{0M} - C} + V_T \frac{1}{\gamma_T} \end{aligned} \quad (5)$$

қатыстары орындалады. Бұл мәндер дұрыс бола бермейді, (5) және (4) өрнектерде матрица мен талшық арасындағы ақаулардың ықпалы ескерілмеген. Мұнымен бірге Композитті дайындау барысында матрицаның кейде тіпті арматураның да (талшық) беріктігі өзгереді. Сондықтан  $\gamma_T$  пен  $\gamma_M$ -ның композит ішінде және одан тыс тұрғандағы мәндері өзгеше болып шығады.

КМ-нің құрылымдық ерекшеліктері мен күйреу табиғатын айқындап, олардың композиттердің беріктік қасиеттеріне жасайтын ықпалына сараптама жүргізуге адгезиялық түйісулердің күйреу кинетикасының феноменологиялық зерттеулері жеткіліксіз.

Заттардың күйреу мәселелерін шешуге мүмкіндік беретін негізгі екі ұстаным бар: а) күйреу кернеудің шоғырлану коэффициенті сындық мәніне жеткенде, ең қауіпті ақаудың өте тез ұлғаюынан туындайды; ә) күйреу зат ішіндегі ұсақ ақаулардың біртіндеп көбеюінен туындайды.

[8] жұмыста В.П. Тамуж ұсынған КМ күйреуінің механикалық нобайы келтірілген. Ұсынылған нобайда кернеу изоропты серпімді ортаға арналған өрнекпен есептелініп, КМ-нің құрылымдық элементтері бойынша орташаланады, оларды түйірлер (зерно) деп атайды. Түйірдің күйреуі (1) өрнекпен анықталатын кездейсоқ оқиға. Құрылымның біртексізділігі Вейбулл таралымы:

$$\gamma \geq \mu \quad \text{үшін} \quad \psi(\gamma) = \frac{\eta}{s} \left( \frac{\gamma - \mu}{s} \right)^{\eta-1} \exp \left[ - \left( \frac{\gamma - \mu}{s} \right)^{\eta} \right]; \quad \gamma < \mu \quad \text{үшін} \quad \psi(\gamma) = 0$$

өрнектерімен анықталады. Мұндағы  $\psi$  – біртексіздік функциясы,  $\gamma$  – (механикалық) аса кернеу коэффициенті. Есептеуді оңайлату үшін бағытталған құрылымдардың күйреуі қарастырылады, ал сыртқы жүктеме бағдарланған өске параллель түсіріледі. Оңтайлы болу үшін келесі анықтама енгізіледі:

*Анықтама.* Егер көшілес  $j$  элемент күйресе, онда ақау  $j$  – өлшем деп аталады, ал оның ауданы  $j \cdot F$  – ке тең болады, мұндағы  $F$  – түйірдің орташа ауданы. Элемент күйрегенде оның орнында сфероид пішінді сызат пайда болады деп есептеледі. Ақау шекарасындағы кернеу шоғырын есептеп, кернеуді оның қоршаған элементтер сақинасы бойынша орташа мәнін анықтау, орташа кернеу мәнінің сфероид пішінінен тәуелділігі шамалы болатынын көрсетеді. Сондықтан ақау пішінін жазық дөңгелек деп санауға болады.  $\sigma$ -ның тұрақты мәніндегі ақаулар жинақталу кинетикасы

$$f(\ln \tau) = \frac{kT}{\sigma} = \psi \left[ \frac{(\ln \tau_0 - \ln \tau + U_0 / kT) kT}{\sigma} \right]$$

өрнегімен есептеледі.  $\tau$  – лары белгілі шекара үшін,  $\sigma$  тұрақты болғанда, күйреу ықтималдылығын есептейтін өрнек радиоактивтік ыдырау заңына:

$$w(t) = 1 - \exp(-t/\tau) \quad (6)$$

ұқсас анықталады. Егер  $f(\ln \tau)$  таралуын қолдансақ (6)-ны жалпылап:

$$w(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ 1 - \exp \left( - \frac{t}{\exp(\ln \tau)} \right) \right] f(\ln \tau) d(\ln \tau) \quad (7)$$

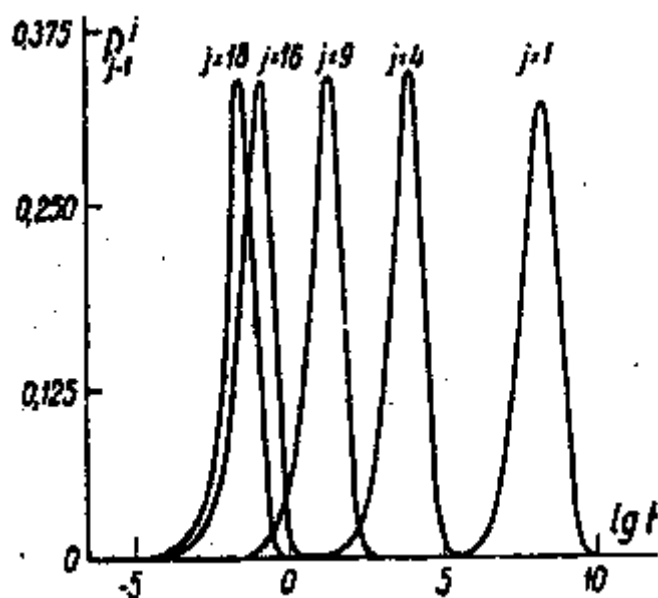
өрнегін аламыз. Одан әрі  $j$ - өлшемнің  $(j+1)$ - өлшемге ауысу ықтималдылығы есептеледі.  $j$ - өлшем  $n$  элементімен қоршалсын. Онда  $j$ -дің  $(j+1)$ -ге ауыспауының ықтималдылығы  $[1-w(t)]^n$ , ал  $j$ -дің  $(j+1)$ -ге ауысуының ықтималдылығы

$$1 - [1-w(t)]^n \quad (8)$$

ге тең болады. (7) мен (8)-ден  $j$ - өлшемнен  $(j+1)$ - өлшемге ауысу ықтималдылығының тығыздығы үшін:

$$p_j^{j+1} = \frac{d\{1 - [1-w(t)]^n\}}{dt} = n[1-w(t)]^{n-1} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-x - t \exp(-x)] f(x) dx \quad (9)$$

өрнегін алмыз.



1-сурет. Бағдарланған капрондағы ақаулар көбеюінің ықтималдық тығыздығы

Элемент өлшемі  $\geq j$  болатын ақау басталуының ықтималдылығы  $w(t)$  болсын. Сонда  $w_x$  (7) өрнекпен, ал  $f(x)$   $\sigma = \sigma_0$  үшін анықталады.  $j \geq 2$  үшін

$$w_j(t) = \int_0^t w_j(x) p_{j-1}^j(t-x) dx,$$

бұл кезде (9) өрнекегі  $f(x)$  элемент ауданы бойынша орташаланған кернеу шоғырымен анықталады.  $N$  элементтен ( $N$  – үлкен сан) тұратын үлгіде өлшемі  $\geq j$  болатын, ең болмағанда бір, ақаудың пайда болу ықтималдылығы

$$w_j^N = 1 - \exp(-w_j N) \quad (10)$$

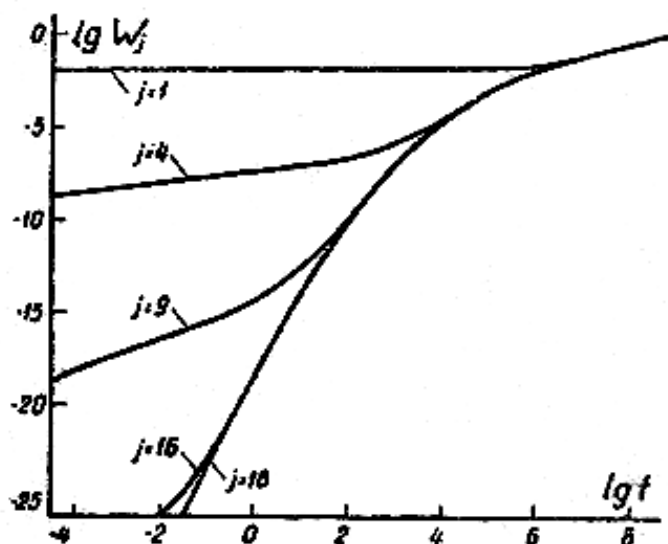
өрнегімен анықталады. Ақаулар жинақталуының кинетикасы рентгендік әдістермен жақсы зерттелген, элементтерінің өлшемі  $200\text{Å}$  болатын, бағдарланған капрондағы ақаулар көбеюінің ықтималдық тығыздығы 1-суретте көрсетілген. 1-суреттен  $j$  үлкен болғанда ақаулар саны күрт өсетіні көрінеді. 2-суретте әр түрлі өлшемдегі ақаулар пайда болуының ықтималдылықтары келтірілген. Ол қисықтардың барлығымен жанасатын қисық, элемент үлгіні толығымен күйрететін, ақаудың басы болатынының ықтималдылығын береді.  $w_j^N$  орнына күйреу ықтималдылығының талап етілген мәні қойылатын, жанасушы график пен (10) өрнектен, масштабтық эффект те шығады. Ұсынылған нобай көлемдік күйреуден магистральді (негізгі, денені көлденең қиып өтетін) жарыққа алып келеді.

3-суретте диаметрі  $200\text{Å}$  1- өлшемдер мен 4- өлшемдердегі (төрт еселенген) ақаулар жинақталуының кинетикасы келтірілген. Бұл есептеулер тәжірибе

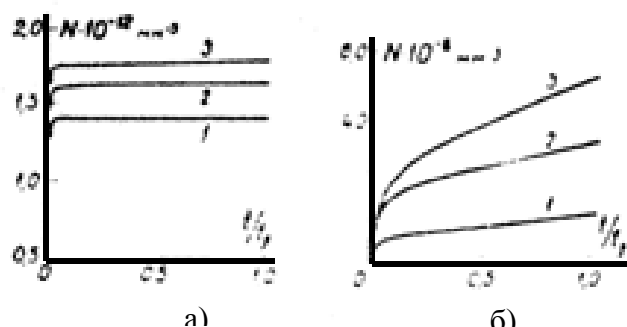
нәтижелерімен сәйкес келеді [9]. КМ-де ақаулардың көп болуы, оның орташаланған механикалық қасиеттерін өзгертеді. Ақаулар бағыты түсірілген кернеу өрісімен де, біртектіліктің статистикалық таралуымен де, анықталады, сондықтан ақаулардың таралу тығыздығының қандайда бір  $(\Pi_i(\theta, \varphi))$  функциясы болады. Бұл функцияны

$$\frac{1}{S} = \int_S \Pi_z dS = 1$$

болатындай нормалауға болады. Мұнда  $S$  – сфера беті, ал  $\theta$  мен  $\varphi$  сфералық координаталар. Пластикалықтың статистикалық теорияларына ұқсас, орташалаңдыру интегралын қолданып зақымданған материалдың орташа сипаттамалары:



2-сурет. Өлшемдері әр түрлі ақаулардың пайда болу ықтималдылығы.



3-сурет. Кернеудің үш түрлі мәнінде бағдарланған капронда ақаулар жинақталуының есептік кинетикасы: 1 –  $4.9 \cdot 10^8$  Н/м<sup>2</sup>; 2 –  $6.4 \cdot 10^8$  Н/м<sup>2</sup>; 3 –  $9.8 \cdot 10^8$  Н/м<sup>2</sup> ( $t_i$  – күйреу уақыты). (а) диаметрі 200А (1– өлшемдер), (б) 4 еселенген ақаулар кинетикасы.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij} = & \frac{3}{S} \int_S \left[ \frac{\sigma_{zz} (1 + k_1 \Pi_{iz}) l_{iz} l_{jz}}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_{xx} l_{ix} l_{jx} + \sigma_{yy} l_{iy} l_{jy}) \right] dS + \\ & + \frac{3}{S} \int_S [\sigma_{xz} (l_{ix} l_{jz} + l_{jz} l_{ix}) + \sigma_{yz} (l_{iy} l_{jz} + l_{jz} l_{iy})] \frac{1 + k_2 \Pi}{2G} dS; \end{aligned} \quad (11)$$

$$k_1 = \frac{16}{9}(1-\nu^2)\varepsilon; \quad k_2 = \frac{32}{9}\left(\frac{1-\nu}{2-\nu}\right)\varepsilon; \quad \frac{1}{S} \int_S \Pi_z dS = 1; \quad \varepsilon = \frac{Na^3}{V};$$

мәндерін есептеп шығаруға болады. Мұнда  $a$ – диаметрі,  $N/V$ – жарық тығыздығы. Бұл өрнекте деформация нөлдері орташаланған (Рейсс сүлбесі), нәтиже [10]-де алынған мәндерге сәйкес келеді. Ақаулардың нақты пішіні мен өлшемдері туралы біздің біліміміз шектеулі; КМ–нің орташа қасиеттерін есептегенде тұтқырлы-серпімді қасиеттерді ескеру қажет, сондықтан  $k_1$ ,  $k_2$ -коэффициенттерін қарапайым композитке енгізудегі тәжірибеден анықтап, нәтижені басқа құрылымдардың қасиеттерін болжау барысында қолданған дұрыс.

3- суреттен бастапқы ақау өлшемі неғұрлым үлкен болса, композитке жүктеме түсірілгенде оны күйрететегін ақаулар саны өте шапшаң өсетінін, яғни оның солғұрлым тез күйретінін көреміз.

КМ-дегі ақаулар саны мен өлшемін оны электрондармен ( $\gamma$ -сәуле, иондар ағыны) сәулелендіру арқылы өзгертуге болады. КМ-ді құрайтын полимерлік матрица және толықтырғыш талшықтардың табиғатына байланысты, сәулелендіру үдерісі ақаулар саны мен өлшемдерін ұлғайтуы да, кемітуі де (көбіне ұлғайтады) мүмкін. Сәулеленген композиттегі ақаулар сан мен өлшемін рентгендік тәсілдермен анықтап, КМ беріктігін (6)–(11) өрнектерді қолданып болжауға болады.

*Жұмыс «Мемлекеттің зияткерлік мүмкіндігі» ҚР Ұлттық ғылыми кеңесінің гранты (17.08.2012ж. №10 хаттама) шеңберінде (Тақырыбы: Композиттердің механикалық қасиеттерін және радиациялық күйреу үдерістерін зерттеу. 25.09.2012ж. №1711 келісім) орындалды.*

- 1 Разрушение и усталость полимеров. — Механика полимеров, 1972, № 4, с. 597—611. Авт.: В. Р. Регель, А. М. Лексовский, А. \ Слуцкер, В. П. Тамуж.
- 2 Журков С. Н. Кинетическая концепция прочности твердых тел. -г- Изв. АН СССР. Неорганические материалы, т. 3, № 10, с. 1767—1776.
- 3 Журков С. И. Кинетическая концепция прочности твердых тел. — Вестник АН СССР, 1968, № 3, с. 46—52.
- 4 Регель В. Р., Слуцкер Д. И. Кинетическая природа прочности. — В кн.: Физика сегодня и завтра (прогнозы науки). Л., 1973, с. 90—175.
- 5 Регель В. Р., Слуцкер А. И., Томашевский Э. Е. Кинетическая природа прочности твердых тел. М., 1974. 560 с.
- 6 Регель В. Р. Физические аспекты изучения механических свойств композиционных материалов. — Изв. АН СССР. Сер. физическая, 1976, т. 40, № 7, с. 1376—1387.
- 7 Регель В. Р. Проблемы физики прочности композиционных материалов. — Тезисы докл. VIII Всесоюз. конф. по физике прочности и пластичности металлов и сплавов. Куйбышев, 1976, с. 66—69.
- 8 Tamuzh V. P., Tikhomirov P. W., Jushanov S. P. The fracture mechanism in materials having a heterogeneous structure. — Proc. IV Int. Conf. on Fracture. Toronto, Canada, 1977 (in press).
- 9 Журков С. И., Куксенко В. С. Микромеханика разрушения полимеров. — Механика полимеров, 1974, № 5, с. 792—801.
- 10 Салганик Р. Л. Механика тел с большим числом трещин, — Механика твердого тела, 1973, Кя 4, с. 149—159.

## ТЕХНОЛОГИЯ И УСТРОЙСТВА ДЛЯ ВОЗОБНОВЛЯЕМОЙ ЭНЕРГЕТИКИ

(г. Алматы КазНПУ им.Абая)

Мақалада қайталап өндірілетін көздердің (суағарлардың, өзендердің, желдің, көлік құралдарының және басқа да айналдырушы приводтардың) энергиясын құйындық, резонанстық және инерциялық физикалық эффектілердің, сондай-ақ интерференциялық концентрикалық діріл эффектісінің интеграциясына негізделген жылу және электрге өзгертудің жаңа технологиясы туралы айтылады. Конструкцияның және жаңа технологияны іске асырушы энергетикалық құрылғының негізгі тораптарын жасау технологиясының ерекшеліктері берілген.

В статье сообщается о новой технологии преобразования энергии возобновляемых источников (водосбросов, рек, ветра, транспортных средств и других вращательных приводов) в тепло и электричество, основанной на интеграции вихревого, резонансного и инерционного физических эффектов, а также эффекта интерференционных концентрических вибраций. Представлены особенности конструкции и технологии изготовления основных узлов энергетических установок, реализующих новую технологию.

In article it is reported about new technology of transformation of renewable sources (spillways, the rivers, a wind, vehicles and other rotary drives) in heat and the electricity, based on integration of vortex, resonant and inertial physical effects, and also effect of interferential concentric vibrations. Features of a design and manufacturing techniques of the main knots of the power installations realizing new technology are presented.

*Түйін сөздер:* Қайта өндірілетін энергия, құйындық эффект, резонанс, инерция, шоғырланған діріл.

*Ключевые слова:* Возобновляемая энергия, вихревой эффект, резонанс, инерция, концентрические вибрации

*Keywords:* Renewable energy, vortex effect, resonance, inertia, concentric vibration.

Решение проблемы без топливных экологически чистых энергетических технологий для преобразования возобновляемой энергии является все более актуальными.

В этой связи лабораторией инновационных технологий КазНПУ им. Абая разработана новая технология преобразования энергии и гидравлическая энергетическая установка [1].

Аналогом для разработок послужили исследования и разработанные концепции экологически чистого и эффективного использования энергии потока жидкости Виктора Шаубергера [2], которые основаны на вихревом эффекте.

Математическая модель и аналитическое описание механизма концентрации кинетической энергии в вихревых формированиях представлены в работе [3], которые позволяют оптимизировать конструкторские параметры вихревых каналов и форсунок.

Предлагаемый способ преобразования энергии возобновляемых источников (водосбросов, рек, ветра, транспортных средств и других вращательных приводов) в тепло и электричество основан на интеграции вихревого, резонансного и инерционного физических эффектов, а также эффекта интерференционных концентрических вибраций.

Гидравлическая энергетическая установка предназначена для обеспечения локальных объектов электроэнергией и/или теплом.

На рисунке 1 представлена схема установки с механизмом для создания концентрических вибраций при помощи электрических разрядов в воде. На рисунке 2 - схема установки с механизмом для создания концентрических вибраций в воде и эксцентрических вибраций.

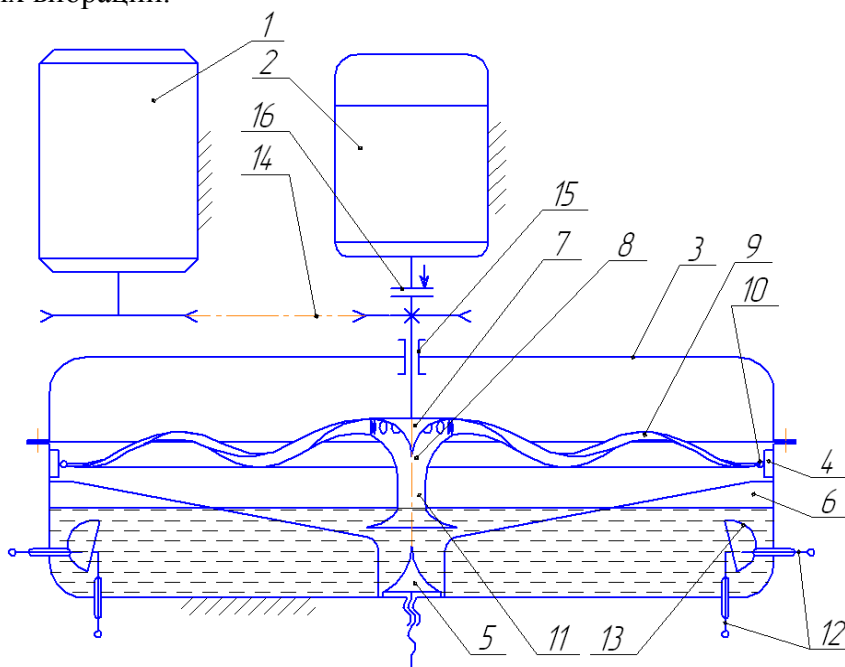
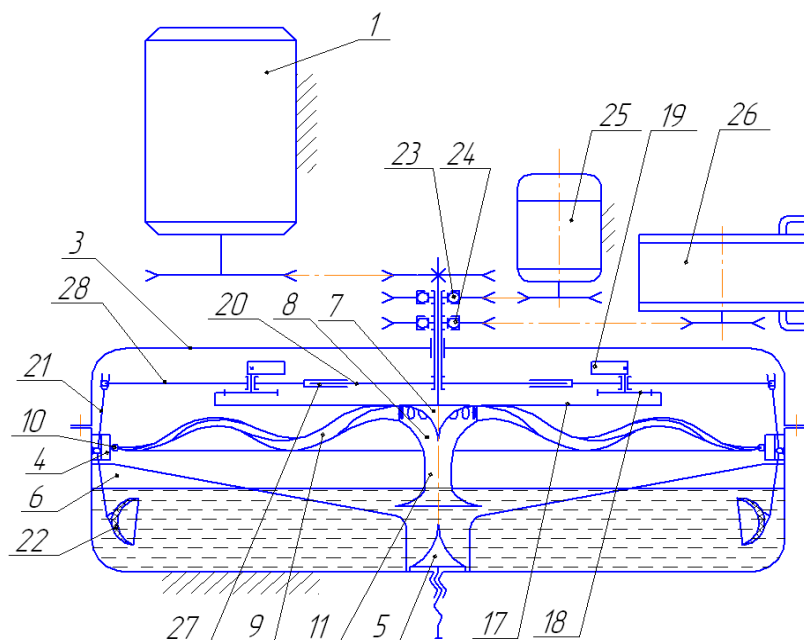


Рисунок 1. Схема установки с механизмом для создания концентрических вибраций при помощи электрических разрядов в воде

Гидравлическая энергетическая установка (рис. 1) состоит из привода 1, который может быть выполнен в виде электродвигателя, гидротурбины, ветродвигателя или других приводных механизмов, генератора 2, заполненного в нижней части водой корпуса 3, в котором размещены обруч 4 с зубьями по периферии корпуса, клапан-ограничитель 5, радиальные перегородки 6 и ротор 7 с центральной полостью 8, сообщающейся с несколькими радиально расположенными коническими закрученными трубками 9 с форсунками 10 на концах и с погруженной в воду осевой всасывающей трубой 11 и механизма для создания концентрических вибраций в воде в виде нескольких пар электродов 12 с отражателями 13. Привод 1 через кинематическую связь 14 приводит во вращение ротор 7, установленный в подшипниковых опорах 15. Ротор 7 через управляемую муфту 16 связан с генератором 2 тока или тепла. Электрический разряд в электродах 12 обеспечивается генератором высоковольтных разрядов с заданной частотой и интенсивностью (на рисунке 1 не показан).



Фиг. 2

Рисунок 2. Схема установки с механизмом для создания концентрических вибраций в воде и эксцентрических вибраций.

Гидравлическая энергетическая установка (рис. 2) состоит из привода 1, аналогичного описанному выше, корпуса 3, в котором размещены обруч 4 с зазубринами по периферии корпуса, клапан-ограничитель 5, радиальные перегородки 6 и ротор 7 с центральной полостью 8, сообщающейся с несколькими радиально расположенными коническими закрученными трубками 9 с форсунками 10 на концах и с погруженной в воду осевой всасывающей трубой 11 и механизма для создания концентрических вибраций в воде и эксцентрических вибраций, выполненного в виде дифференциального планетарного механизма с одним центральным колесом 17 наружного зацепления, несколькими парами сателлитов 18 с симметричными эксцентриками 19 и подпружиненным водилом 20, при этом радиальная вибрация осей сателлитов передается через кулисы 21 и эластичные обоймы 22 воде, а круговая вибрация водила через обгонные муфты 23 и 24 генератору тока 25 и теплогенератору 26.

Способ преобразования энергии реализованный в установке, схема которой представлена на рис.1, осуществляется следующим образом.

Посредством привода 1 приводится во вращение ротор 7 с трубками 9. За счет центробежных сил в центральной полости 8 ротора возникает разрежение. Вода из нижней емкости корпуса 3 под действием разрежения и концентрических импульсов, создаваемых электродами 12 электрическими разрядами в воде, поступает в центральную полость 8. Далее вода центробежными силами распределяется по трубкам 9, разгоняется и завихряется в них и с большой скоростью выбрасывается через форсунки 10 на зазубрины обруча 4 и далее стекает в нижнюю емкость корпуса 3. Таким образом, вода циркулирует по замкнутому контуру: емкость - всасывающая труба 11 - полость 8 - трубки 9 - форсунки 10 – емкость. В процессе циркуляции при выходе из форсунок 10 вода создает реактивный крутящий момент на роторе 7 и тем самым разгружает основной привод 1. Это снижает потребляемую мощность привода и тем самым повышает эффективность работы энергетической установки. После того, как ротор 7 войдет в установившийся режим вращения, включается при помощи

управляемой муфты 16 генератор электрического тока 2 или теплогенератор (на рисунке 1 не показан).

Способ преобразования энергии, реализованный в установке, схема которой представлена на рис. 2, осуществляется следующим образом.

Работа ротора 7 аналогична описанному выше, только концентрические вибрации в воде создаются механическим способом. При этом способ дополнен операцией использования инерционной энергии при помощи эксцентрических масс. Эта операция может быть осуществлена при помощи механизма эксцентрических вибраций. Этот механизм работает следующим образом. При вращении ротора 7 заодно с ним вращается центральное колесо 17, которое приводит во вращение сателлиты 18 и эксцентрики 19. Последние, вращаясь, попарно создают знакопеременный крутящий момент от сил инерции на подпружиненном водиле 20 вокруг оси вала ротора 7. Таким образом, водило 20 вибрирует на подшипниках вала ротора 7 и передает вращательные крутящие моменты сил инерции одного направления через обгонную муфту 23 генератору тока 25, а другого - через обгонную муфту 24 роторному теплогенератору 26. Радиальная вибрация осей сателлитов 18 и эксцентриков 19 обеспечивается за счет ползунов 27. Передача этой вибрации воде осуществляется через толкатели 28 и качающиеся кулисы 21, которые одним концом взаимодействуют с толкателями, а вторым передают вибрацию через эластичные обоймы 22 воде.

Таким образом, механизм эксцентрических вибраций позволяет повысить эффективность преобразования энергии за счет использования сил инерции и обеспечивать механические концентрические вибрации в воде.

Теоретические зависимости, описывающие динамику механизма преобразования энергии центробежных сил инерции, представлены в работе [4]. Зависимости позволяют определить энергетические параметры механизма в зависимости от геометрических размеров и схемы механизма. А технология преобразования энергии центробежных сил инерции запатентована [5].

Самым дорогостоящим узлом любых энергетических установок являются турбины. Их производство связано с целым рядом трудоемких технологических операций и последующей балансировкой.

Конструкция ротора-турбины предлагаемой гидравлической энергетической установки такова, что механическим путем её изготовить очень сложно. Однако именно эта приближенная по конфигурации каналов и изготовленная из комбинации определенных сплавов турбина должна обеспечить течение воды аналогичное природным вихревым образованиям, которые наиболее энергетически выгодны для минимизации гидравлических сопротивлений и реструктуризации воды для преобразования её внутренней энергии за счет отрицательного температурного градиента в кинетическую энергию движения.

На первый взгляд сложная конструкция ротора-турбины обуславливает высокую стоимость её изготовления. Однако сотрудниками лаборатории инновационных технологий разработан способ изготовления ротора-турбины по аналогии с технологией изготовления пластиковых бутылок, то есть при помощи экструдеров. Кроме того, корпус и другие детали энергетической установки могут изготавливаться по этой же технологии. При такой технологии серийного производства себестоимость изготовления ротора-турбины и самих установок будет настолько низкая, что с лихвой окупит все затраты на НИОКР и изготовлении пресс-форм по трехмерным чертежам на станках с ЧПУ.

Следует отметить, что разработанная технология имеет НОУ-ХАУ в конструкции пресс-форм и композитных материалов для ротора-турбины.

*Работы финансируются за счет гранта КН МОН РК по договору № № 591 от 15.04.2013 года*

1. Лысенко В.С., Кулжабаев Б.Д. Способ преобразования энергии и гидравлическая энергетическая установка. Инновационный патент РК № 25769, опублик. 15.05.2012, бюл. № 5.
2. Шаубергер В. Энергия воды. – М.: Яуза, Эксмо, 2008. – 320 с.
3. Лысенко В.С. и другие. Кинетическая энергия вихревых образований и альтернативная энергетика // Успехи современного естествознания. – 2012. – № 12 – С. 104-106 URL: [www.rae.ru/use/?section=content&op=show\\_article&article\\_id=10000419](http://www.rae.ru/use/?section=content&op=show_article&article_id=10000419) (дата обращения: 19.04.2013).
4. Лысенко В.С. и другие. Анализ инерционного механизма // Современные наукоемкие технологии. – 2012. – № 12 – С. 20-23 URL: [www.rae.ru/snt/?section=content&op=show\\_article&article\\_id=10000339](http://www.rae.ru/snt/?section=content&op=show_article&article_id=10000339) (дата обращения: 19.04.2013).
5. Лысенко В.С., Пралиев С.Ж. Способ преобразования энергии центробежных сил инерции. Инновационный патент РК № 26109, опублик. 14.09.2012, бюл. № 9.

УДК 621.311.21

**В.С. Лысенко, Б.Т. Сулейменов, И.Х. Рафиков**

## **КОМПЛЕКСНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ МИКРО ГИДРОЭНЕРГЕТИКИ**

*(г. Алматы, КазНПУ им.Абая)*

Мақалада микрогидроэнергетикаға арналған өңделген кешенді технологиялар мен судың құрылымына өте аз мөлшерде әсер ететін және шалғай аумақта орналасқан нысандарды жылу және электр энергияларымен қамтамасыздандыратын патенттелген микро гидравликалық электр станцияның ерекшеліктері туралы айтылады.

В статье сообщается о разработках комплексных технологий для микро гидроэнергетики и особенностях запатентованных микро ГЭС, которые оказывают минимальное воздействие на структуру воды и предназначены для снабжения локальных объектов тепловой и электрической энергией.

In article it is reported about development of complex technologies for micro hydropower and features of the patented micro hydraulic power plant which make the minimum impact on structure of water and are intended for supply of local objects by thermal and electric energy.

*Түйін сөздер:* Кешенді технологиялар, микро гидроэнергетика, гидроэнергетика, жылу энергиясы, электр энергиясы.

*Ключевые слова:* Комплексные технологии, микро гидроэнергетика, гидроэнергетика, тепловая энергия, электрическая энергия

*Keywords:* Complex technology, microhydropower, hydro power, thermal energy, electric power.

В южных предгорных регионах Республики Казахстан с каждым годом возрастает дефицит энергетических мощностей. Вместе с тем горные реки только Заилийского и Жетысуйского Алатау обладают энергетическим потенциалом не менее 4 гигаватт, это примерно четверть общего объема потребляемой в Казахстане энергии. В этой связи

решение проблемы эффективного и экологически чистого использования энергии горных рек и водосбросов является весьма актуальной.

В предгорных районах Казахстана находится густая сеть водосбросов для технических и бытовых нужд. Конструкция существующих водосбросов и их техническое состояние не соответствует современным требованиям экологии в аспекте сохранения естественной структуры воды.

С другой стороны существующие водосбросы являются источником возобновляемой энергии, которую можно использовать для снабжения теплом и электричеством локальные объекты в предгорных районах.

Традиционные радиально-осевые, пропеллерные и ковшовые турбины микро гидростанций, использующие энергию водосброса по трубопроводам, создают в воде интенсивную кавитацию. Это приводит не только к быстрому износу лопаток турбин, но и к снижению качества воды. Последнее обусловлено разрушением естественной внутренней молекулярной структуры воды. Причина разрушения воды кавитацией связана с эмиссией элементов и излучением кавитационных таверн [1].

Устранение кавитации и связанного с этим интенсивного износа турбин в настоящее время является одной из самых сложных проблем производства и эксплуатации традиционных гидротурбин [1].

В этой связи лабораторией инновационных технологий разработаны комплексные микро ГЭС мощностью до 100 кВт использующие энергию горных рек и водосбросов для снабжения локальных объектов тепловой и электрической энергией.

Научная новизна разработок заключается в комплексном подходе в решение проблем микро гидроэнергетики. Это связано с модернизацией на уровне изобретений основных элементов микро ГЭС, а именно напорного водовода, гидротурбины, инерционного передаточного механизма и роторно-вихревого теплогенератора. Новизна предлагаемых технических решений связана с использованием новых технологий транспортирования воды и преобразования возобновляемой энергии водосбросов основанных на вихревом, инерционном и резонансном эффектах, а также использования энергии центробежных сил инерции.

Приоритет на технические решения данного проекта установлен 7 инновационными патентами Республики Казахстан.

Предлагаемые технические решения применимы не только в гидроэнергетике, но и в других направлениях возобновляемой энергетики (ветроэнергетика, энергия приливов и другие), альтернативной энергетики, а также найдут применение в других отраслях, например, на транспорте для рекуперации энергии торможения и вибрации, для водопроводов и нефтепроводов, энергоемких производствах, водоочистки и реструктуризации воды.

Предлагаемые комплексные микро ГЭС для снабжения локального объекта теплом и электроэнергией состоят из гидротурбины, роторно-вихревого теплогенератора и генератора электрического тока, которые приводятся посредством инерционного передаточного механизма и управляемых муфт.

Гидротурбина работает от энергии водосброса по напорному водоводу, который получает воду от питающего водовода (или русла горной реки). Отработанная вода из турбины отводится по сливному водоводу в питающий водовод или русло реки.

Снабжение потребителя тепла (здание, теплица и другие) горячей водой для отопления или иных нужд осуществляется теплогенератором через подающий и обратный водопроводы посредством циркуляционного насоса. Обеспечение потребителя электрической энергией осуществляется генератором тока. При помощи управляемых муфт обеспечивается автоматическое включение либо теплогенератора ,

либо генератора тока в зависимости от суточных и сезонных колебаний потребностей потребителя в тепле и электричестве.

Предлагаемую гидростанцию можно использовать как для теплоснабжения, так и для электроснабжения.

В напорном водоводе за счет гидравлического трения обусловленного турбулентными явлениями потери напора составляют до 30% в зависимости от длины, диаметра, материала, качества и срока эксплуатации водовода.

В этой связи разработаны конструкции водоводов и технология их изготовления. Модель одной из конструкций напорного водовода представлена на рисунке 1. Этот водовод позволяет значительно сократить потери напора за счет устранения турбулентности и обеспечения ламинарного естественного потока воды.

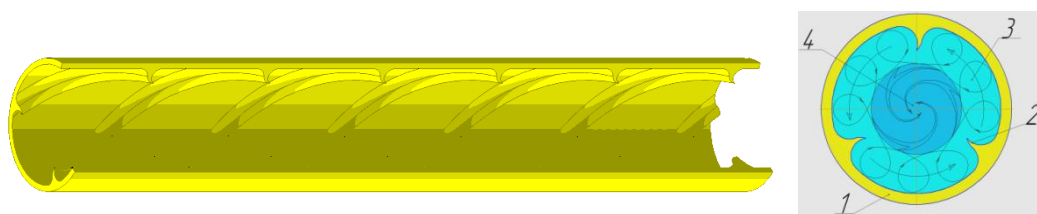


Рисунок 1. Модель напорного водовода и его сечение.

Конструкция двухпоточного водовода (рис. 1) такова, что корпус трубы 1, изготовленной из пластмассы со специальными микродобавками, снабжен винтовыми выступами 2 специальной конструкции. Эти винтовые выступы 2 позволяют обеспечить периферийный вращательный поток воды 3. При этом в центральной зоне водовода создается высокоскоростной вихревой поток воды 4. Гидравлическое сопротивление снижается за счет того, что периферийный поток 3 играет роль изолятора центрального потока 4 от стенок водовода, а его спиральное торoidalное вращение передает центральному потоку дополнительный скоростной импульс. Высота выступов 1 определяет соотношение между объемами периферийного потока 3 и внутреннего центрального высокоскоростного потока 4 воды.

Разработаны технологии изготовления двухпоточных водоводов методом деструкции из полиэтилена, которые можно использовать на существующих заводах по производству труб, а также из полос прорезиненной ткани, которые соединяют в трубу по винтовым линиям на специальном приспособлении известной конструкции методом склеивания или вулканизации.

Экспериментальные исследования влияния пространственной конфигурации водовода показала снижение гидравлических потерь на 6% при конусно-винтовой конфигурации водовода с углом конусности  $30^\circ$  по сравнению с прямым водоводом.

Эти разработки применимы для магистральных водопроводов и нефтепроводов, а также в горнодобывающей промышленности для транспортировки пульпы и горных пород. Кроме того, возможно применение в городском хозяйстве для изготовления подземных и канализационных водостоков.

Основным агрегатом микро ГЭС является гидравлическая турбина.

Отличительной особенностью предлагаемых гидротурбин [2] является то, что напорный поток воды плавно распределяется в зазорах между дисками ротора турбины и воздействует на них за счет гидравлического трения по принципу фокусировки, вихревого эффекта и реактивных сил. При этом кинетическая энергия потока воды максимально преобразуется в энергию вращения гидротурбины, а поскольку поток воды не разрывается, то минимизируется турбулентность и соответственно кавитация.

Гидротурбина для горных водосбросов состоит из корпуса с инжектором, верхней крышки с подшипниковой опорой, вала отбора мощности, гидротурбины, выполненной в виде жестко установленного на валу пакета специальной конструкции дисков, нижней крышки с патрубком для сброса воды и крепежных опор. Эта гидротурбина предназначена для использования энергии существующих водосбросов и может устанавливаться вместо гасителей давления, которые устанавливают на горных водосбросах через определенный перепад высоты водосброса для обеспечения допустимого давления в трубе.

Эффективность этой конструкции гидротурбины подтверждена производственными испытаниями опытного образца микро ГЭС мощностью до 3 кВт, внедренного на магистральном водопроводе ТОО «Сервис ТАУ СУ». По предварительным оценкам (из-за отсутствия современного оборудования) к.п.д. преобразования энергии гидротурбины составил около 70 %. Внедрение разработанного напорного водовода, позволяющего снизить гидравлические потери, и доработка конструкции гидротурбины позволят повысить эффективность её работы.

Данная конструкция гидротурбины спроектирована для изготовления опытно-промышленных образцов микро ГЭС и рассчитана на мощности водосброса до 5 кВт. Промышленные образцы этой серии гидротурбин будут спроектированы с возможностью изготовления корпусных деталей методом литья из чугуна или легких сплавов или пластмасс.

Технологичность конструкций гидротурбин достигается за счет изготовления корпусных деталей литьевым методом, а дисков турбины методом штамповки. При этом за счет модульности конструкции для разных мощностей требуется лишь разное количество дисков, разные длины валов и дополнительные корпусные вставки.

Для передачи крутящего момента от гидротурбины к генератору тока или теплогенератору используется передаточный механизм (мультипликатор), в котором происходят механические потери. Для устранения этих потерь разработан на основе запатентованного способа преобразования энергии [3] инерционный передаточный механизм, работающий за счет импульсного изменения момента инерции механизма, что приводит к импульсам кинетической энергии. Разработаны и опубликованы теоретические обоснования этого процесса [4] и проводятся лабораторные экспериментальные стендовые исследования. Устройство механизма и схема привода являются НОУ-ХАУ данной технологии.

Данная технология имеет широкий спектр практического применения в энергетике, на транспорте и в энергоемких производствах.

С целью обеспечения прямого преобразования энергии вращения гидротурбины в тепло был разработан и запатентован роторно-вихревой теплогенератор [5].

Роторно-вихревой теплогенератор для микро ГЭС состоит из корпуса в виде цилиндрической обоймы и опорных фланцев, в которых установлены подшипниковые опоры и подпружиненные манжеты, на которых подвижно установлен вал, на котором жестко установлены модульные роторы с системой отверстий и углублений, которые являются предметом НОУ-ХАУ. Теплогенератор снабжен подающим и обратным патрубками для врезки в систему теплоснабжения. Конструкция теплогенератора настолько проста, что производство его можно организовать на базе любого механического предприятия.

Технологичность конструкции роторно-вихревого теплогенератора достигается тем, что она разработана по модульному принципу. Все типоразмеры теплогенераторов имеют одинаковые фланцевые крышки и модульный ротор с системой отверстий и углублений (не показаны). Все типоразмеры роторно-вихревого теплогенератора

предназначенные для выработки разных тепловых мощностей отличаются друг от друга количеством модульных роторов, длиной корпуса и вала.

Гарантия эксплуатационных характеристик роторно-вихревых теплогенераторов связана с тем, что опытные образцы теплогенераторов с приводом от электродвигателей номинальной мощностью 7 и 11 кВт изготовлены и последний испытан в аккредитованной лаборатории испытательного центра ТОО «Центр сертификации продукции и услуг» (Протокол испытания № К15/2006 от 12 октября 2006 года). Испытания производились в сравнении с аналогичной мощности электроТЭНовым котлом производства фирмы «КЕЛЕТ». Испытания показали, что эффективность выработки тепловой энергии роторно-вихревым теплогенератором на 7% выше, чем у традиционного электроТЭНового котла.

В настоящее время проводятся работы по внедрению на горных водопроводах ТОО «Сервис ТАУ СУ» микро ГЭС мощностью до 5 кВт для осуществления комплексных производственных и эксплуатационных испытаний.

Работы финансируются за счет гранта КН МОН РК договор № № 591 от 15.04.2013 года

1. Ковалев Н.Н., Гидравлические и кавитационные исследования гидротурбин. Л., Машиностроение, - 1975.- 257с.
2. Лысенко В.С., Кулжабаев Б.Д. Гидротурбина. Инновационный патент РК № 25485. Оpubл. 15.02.2012, бюл. № 2.
3. Лысенко В.С., Пралиев С.Ж. Способ преобразования энергии центробежных сил инерции. Инновационный патент РК № 26109. Оpubл. 14.09.2012, бюл. № 9.
4. Лысенко В.С., Пралиев С.Ж., Сулейменов Б.Т., Баубеков С.Д. Анализ инерционного механизма // Современные наукоемкие технологии. – 2012. – № 12 – С. 20-23 URL: [www.rae.ru/snt/?section=content&op=show\\_article&article\\_id=10000339](http://www.rae.ru/snt/?section=content&op=show_article&article_id=10000339) (дата обращения: 20.02.2013).
5. Лысенко В.С., Кулжабаев Б.Д. Теплогенератор. Инновационный патент РК № 23566. Оpubл. 15.12.2010, бюл. №12

УДК 539.21; 539.12.04

**К.М. Мукашев, К.С.Шадинова, Ж.А. Кутелова, А.М. Мансурова**

## **РАДИАЦИОННО СТИМУЛИРОВАННЫЕ ИЗМЕНЕНИЯ СТРУКТУРЫ СПЛАВОВ СИСТЕМЫ Ni-Cu**

*(г.Алматы, КазНПУ имени Абая)*

Құрамында 7,0; 9,0; 14,0; 21,0; 30,0 и 40,0 ат.% Си қоспасы бар Ni-Cu қорытпалары аннигиляция фотондарының бұрыштық корреляция спектрін өлшеу арқылы зерттеуден өткізілді. Қорытпа үлгілері бастапқы күйдірілген күйден энергиясы 2,5 МэВ электрондармен  $10^{19}$  см<sup>-2</sup> флюенске дейін сәулелендірілген. Нәтижесінде позитрондардың еркін және байланысқан электрондармен әсерлесуі барысында туындайтын материалдардың құрылымдық параметрлері анықталды. Құрылымдық параметрлердің радиациялық әсерден кейінгі қорытпалардың құрамына байланысты өзгеру заңдылықтары зерделенді. Эксперимент нәтижесі күрделі тәуелділік арқылы

суреттеледі. Бұл заңдылықтың радиациялық ақаулар кеңістігінде орын алатын жақын аралық құрылымдық өзгерістерге тәуелді екендігі дәлелденеді.

Выполнены измерения экспериментальных спектров углового распределения аннигиляционных фотонов сплавов системы Ni - Си, содержащих 7,0; 9,0; 14,0; 21,0; 30,0 и 40,0 ат.% Си. Сплавы имели исходное отожженное и облученное электронами с энергией 2,5МэВ состояния при флюенсе  $10^{19}\text{см}^{-2}$ . Определены структурно-чувствительные параметры, связанные с распределением свободных и связанных электронов, взаимодействующих с термолизованными позитронами. Установлены закономерности радиационно-стимулированного изменения аннигиляционных параметров в зависимости от состава сплавов. Наблюдаемая экспериментальная зависимость носит немонотонный характер. Она, вероятно, связана с радиационно-стимулированным изменением ближнего порядка в областях образования радиационных дефектов.

Measurements of experimental spectra of angular distribution annihilation photons having swum systems Ni - Си, containing are executed 7,0; 9,0; 14,0; 21,0; 30,0 and 40,0 ат. % Си. Alloys had initial отожженное and irradiated of electrons with energy 2,5МэВ conditions at fluens  $10^{19}\text{см}^{-2}$ . The structurally-sensitive parameters connected with distribution free and the connected electronen, co-operating with positrons are defined. Are established the law radiathion-stimuliren changes annigilations parameters depending on structure of alloys. Observable experimental dependence has nonmonotonic character. It, possibly, is connected with radiatsionno-stimulirovannym change of a near order in spheres of education of radiating defects.

*Түйін сөздер:* Радиация, қорытпа, никель, мыс, позитрон, аннигиляция, құрылым.

*Ключевые слова:* Радиация, сплав, никель, медь, позитрон, аннигиляция, структура.

*Keywords:* Radiation, alloy, nickel, copper, positron annihilation, structure.

**Введение.** Известно, что радиационная обработка приводит к существенному изменению физических и механических свойств металлов и сплавов [1]. При этом наибольшие разупорядочения происходят в микрообластях металлических систем, структура и локальные электронные свойства которых оказывает влияние на кинетику изменения свойств материала в целом при последующих термических и механических воздействиях [2]. Так, например, в экспериментах по воздействию гамма - квантов с  $E = 1,2\text{МэВ}$  при интенсивности  $1500\text{Р/сек}$  на упорядочивающийся сплав Fe-12 ат.%Al обнаружено снижение энергии активации ближнего порядка до  $\sim 10\%$  [3]. Изменение степени ближнего порядка в деформированных сплавах Fe-Al после облучения гамма-квантами и нейтронами наблюдали в работах [4, 5]. Аналогичный эффект наблюдался также и в холодно-деформированном сплаве Al-8,75 ат.%Zn под действием электронного облучения [6]. В этих условиях представляет определенный интерес исследование воздействия электронного облучения на металлические системы, которые, в соответствии с диаграммой состояния, образуют непрерывный ряд твердых растворов. В этих системах в определенной концентрационной области второго компонента при относительно низких температурах возможно появление кластеров ближнего порядка. К таким системам относятся бинарные сплавы Ni-Cu с ГЦК решеткой ( $\gamma$ -фаза). В интервале концентрации  $\sim 5,0\text{-}7,0\text{ ат.}\%$  Cu и ниже  $448^\circ\text{C}$  наблюдается расслоение раствора на две фазы  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ , имеющие также ГЦК решётку. Сплавы этой системы ниже  $448^\circ\text{C}$  обнаруживают упорядоченное состояние [7]. Кроме того, исследованиями эффекта Холла в этих сплавах было установлено немонотонное изменения константы Холла  $R_H$  в зависимости от концентрации второй компоненты [8-11]. Минимум в изменениях  $R_H$  обнаружен при концентрации 32 ат.% Cu, а положение максимума соответствует содержанию 17,5 ат.% Cu (рис.2а).

Поскольку константа Холла обратно пропорциональна плотности электронов  $R_H = 1/ne$ , где  $e$  - заряд электрона, следовательно, есть основание полагать, что сплав 17,5ат.% Cu имеет минимальную среднюю электронную плотность, а сплав с 32,4ат.% Cu – максимальную. Немонотонное изменение электронной плотности в исследуемых сплавах системы Ni-Cu, вероятно, связано с различием в структурных состояниях, вызванных как расслоением сплавов, так и образованием кластеров в зависимости от степени ближнего порядка. Можно ожидать, что в такой системе влияние облучения электронами высокой энергии будет оказывать радиационно-стимулирующее действие, степень которого, вероятно, определяется кластерностью и расслоением структуры материала, что имеет принципиальное значение.

**Методика эксперимента.** Для решения поставленной задачи были выбраны никель чистоты 99,99 и медь чистоты 99,999, из которых методом двойной переплавки в аргонно-дуговой печи выплавлялись сплавы, содержащие 7,0; 9,0; 14,0; 21,0; 30, и 40,0 ат.% Cu. Из холодно-прокатанных сплавов методом электроискровой обработки вырезались образцы диаметром 15 мм и толщиной 1 мм. После электролитической полировки поверхности, образцы отжигались в вакууме  $10^{-7} \text{ Torr}$  в течение 1 часа при  $T = 0,4T_{пл}$ . Изучение структуры сплавов производилось методом измерения углового распределения аннигиляционных фотонов (УРАФ) на спектрометре с линейно-щелевой геометрией с угловым разрешением 0,5 мрад. Облучение образцов осуществлялось электронами с энергией  $E=2,5 \text{ МэВ}$  на ускорителе при температуре не выше  $70^\circ\text{C}$  и плотности тока пучка  $1,5 \text{ мкА/см}^2$ .

Следует отметить, что метод электронно-позитронной аннигиляции (ЭПА) представляет собой весьма чувствительное средство к различного рода нарушениям структуры кристаллов [12]. Форма спектра УРАФ, возникающего в результате аннигиляции позитронов с электронами материала, существенно изменяется в случае локализации позитронов вблизи дефектов кристаллической решётки, а также от атомного окружения дефектных областей. Медленные позитроны реагируют также на изменение упорядоченности структуры [13]. Поэтому позитронный зонд представляет идеальный инструмент для исследования электронных состояний локальных микрообластей металлических материалов.

В качестве источника позитронов использовался изотоп  $^{22}\text{Na}$  активностью 10 мКи. Измерение спектра УРАФ даёт возможность определить относительный вклад в процесс аннигиляции позитронов с электронами проводимости и ионного остова. Для этого экспериментально измеряется интенсивность аннигиляционного гамма-излучения, как зависимость скорости счёта совпадающих во времени импульсов 2-х фотонов, зарегистрированных противоположно расположенными детекторами от угла перемещения подвижного детектора  $\theta$ . Спектры УРАФ, измеренные для различных состояний материала, нормировались к единой площади. Не трудно установить, что спектр для дефектного материала имеет более высокую интенсивность в максимуме и узкую ширину на половине высоты (рис.1).

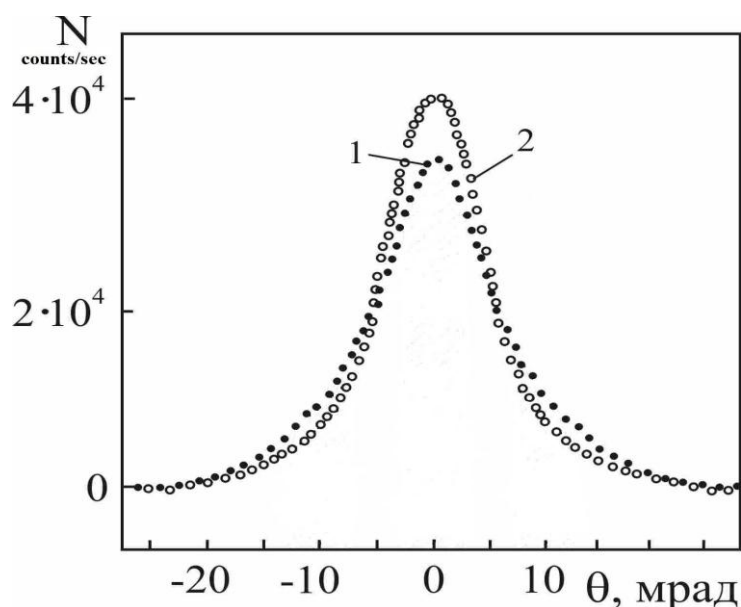


Рисунок 1. Экспериментальные спектры угловых распределений аннигиляционных фотонов в сплавах Cu-Ni: а - для исходного; б -облученного электронами.

Для интерпретации результатов исследований были использованы следующие структурно-чувствительные аннигиляционные параметры:  $F$  - перераспределение вероятности аннигиляции позитронов между электронами проводимости и связанными электронами, а также соответствующее его приращение  $\Delta F$  относительно значений для исходного состояния, извлекаемые в результате обработки спектра угловой корреляции аннигиляционного излучения [14].

**Обсуждение результатов.** По экспериментальным спектрам УРАФ для отожжённых сплавов  $Ni_{1-x}Cu_x$  получены концентрационные зависимости параметров  $F$  и  $\Delta F$  от содержания меди в сплаве, представленные на рисунке 2 б,в. Как видно, изменения аннигиляционных параметров в зависимости от состава хорошо коррелирует с изменением постоянной Холла  $R_{H1}(x)$ , полученной по данным работ [8-11].

На рисунке 3 приведены радиационно – стимулированные изменения этих же параметров  $F_i$  и  $\Delta F_i$  для облученных электронами материалов. Видно, что зависимости аннигиляционных параметров претерпевают сложные изменения в исследованном интервале концентрации второй компоненты сплавов. Если зависимость  $F_i$  имеет один максимум в области 10 ат.% Cu и минимум в районе 30 ат.% Cu, тогда как параметр  $\Delta F_i$  испытывает два максимума соответственно при 10 ат.% Cu и 30 ат. % Cu, и минимум при 21 ат. % Cu. Наименьшее воздействие облучение электронами оказывает на чистый Ni. Причем параметры  $F_i$  и  $\Delta F_i$  после облучения изменяются не синхронно в интервале концентрации 21 ат.% - 40 ат.%Cu. Вероятно, данный процесс связан как с образованием радиационных дефектов, так и с радиационно-стимулированной перестройкой конфигурации границ кластеров  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  фаз или кластеров ближнего порядка. Очевидно, сущность проблемы заключается в следующем.

Позитроны, проникая в металлическое вещество, замедляются до тепловых скоростей (термализуются) и захватываются определенными центрами внутри кристалла с последующей аннигиляцией с электронами в окрестности центров захвата. Эффективными ловушками позитронов являются те микрообласти, которые создают локальные градиенты электрического поля, обуславливающие направленные движения

позитронов к местам аннигиляции с электронами, создающими избыточный заряд. Подобные градиенты поля возникают в окрестностях вакансий, дислокаций, петель дислокаций, дефектов упаковки, границ микрокластеров ближнего порядка [2].

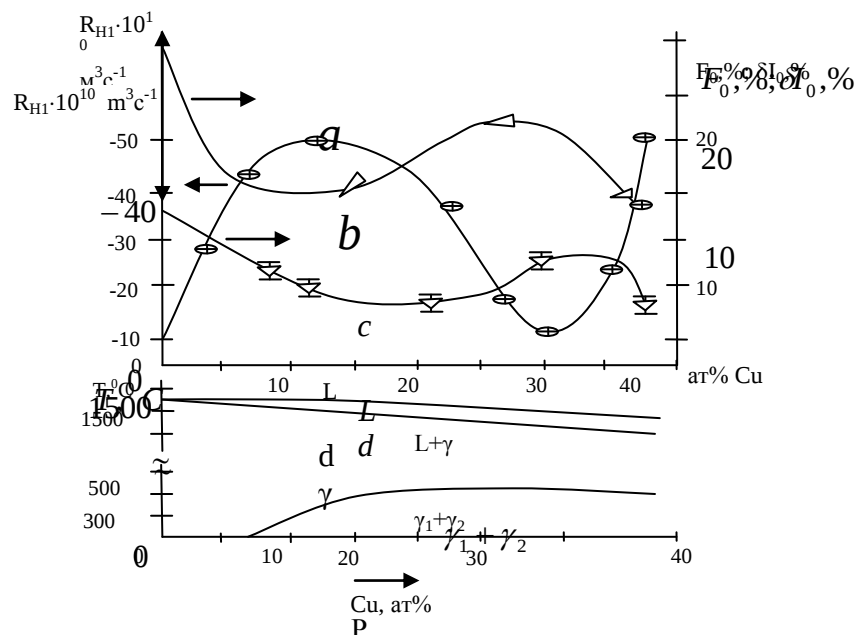


Рисунок 2. Зависимость константы Холла  $R_{H1}$  (а) и параметров спектров УРАФ  $F$  (в) и  $\Delta F_i$  (с) сплавов  $Ni_{1-x}Cu_x$  от содержания  $Cu$ . / d / - часть диаграммы состояния сплавов  $Ni_{1-x}Cu_x$ .

В случае микрокластеров ближнего порядка градиент электрического поля может создаваться избыточным количеством атомов одного из составляющих сплава. В сплавах системы Ni-Cu вероятность аннигиляции позитронов с электронами проводимости будет тем выше, чем выше избыток атомов Cu в окрестности ловушки позитронов. Таковыми могут служить границы кластеров ближнего порядка, которые могут образовываться как в результате выдержки при невысоких температурах  $< 400^\circ C$ , так и при электронном облучении сплава при температуре  $\sim 70^\circ C$ . Время жизни позитрона в чистой меди обычно составляет  $\tau = 122 - 132$  ps. Оно значительно меньше времени жизни позитрона в Ni, которое достигает 180 ps. Так как вероятность аннигиляции позитронов с электронами проводимости  $\sim \tau^{-1} \sim n$ , то средняя по объему плотность электронов  $n$  будет зависеть от избытка того, либо другого компонента в местах захвата позитронов.

Положения минимума на кривых  $F_0(xCu)$  и  $\Delta F_0(xCu)$  соответствует максимуму в изменении постоянной Холла  $R_{H1}(xCu)$  (рис.2а). Следовательно, результаты настоящего исследования подтверждают данные работ [8-11]. Отсюда следует, что электронная структура этих сплавов претерпевает не монотонные изменения с изменением состава сплава. В этом случае есть основание полагать, что и микроструктура исследованных сплавов не идентична в различных концентрационных областях. Эти данные отражают отожженное состояние сплавов с минимумом дефектов кристаллического строения, когда концентрация вакансий соответствует равновесной. Тогда справедливо утверждение о том, что аннигиляция позитронов в этом случае происходит на границах блоков-кластеров фаз и кластеров ближнего порядка.

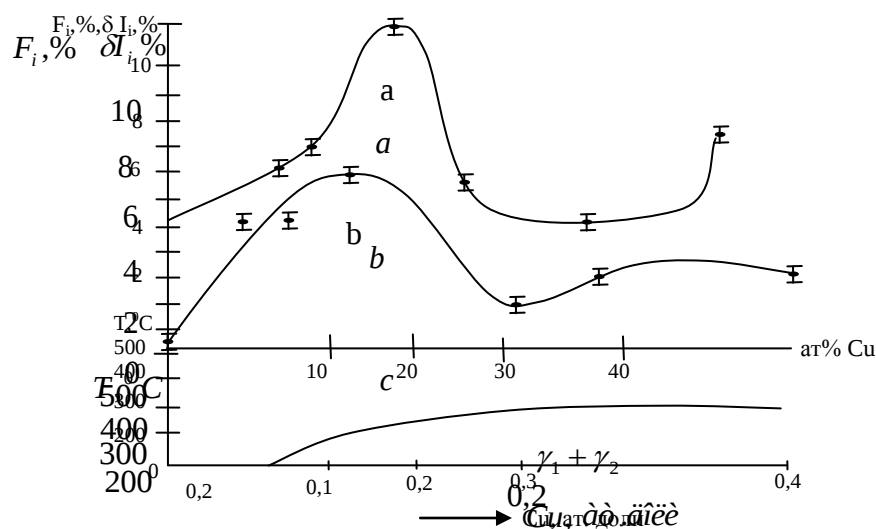


Рисунок 3. Относительное изменение параметров  $F_i$  (а) и  $\Delta F_i$  (в), вызванное облучением сплавов  $Ni_{1-x}Cu_x$ , в зависимости от содержания  $Cu$ .  
/с/ - часть диаграммы состояний сплавов  $Ni_{1-x}Cu_x$ .

Известно, что при радиационных воздействиях меняется ближний порядок, а также конфигурация сегрегации на границах зерен, блоков и кластеров [2]. Полученная экспериментальная зависимость  $F_i(xCu)$  и  $\Delta F_i(xCu)$  для облученных материалов обусловлена, вероятно, радиационно – стимулированным перераспределением атомов  $Ni$  и  $Cu$  на границах кластеров ближнего порядка и границах фаз  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ . Одновременно не исключается влияние образовавшихся под действием облучения электронами точечных дефектов, в основном, вакансий, так как межузельные атомы достаточно быстро уходят к стокам и, вероятно, сегрегируют на границах кластеров фаз  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ . Минимальное значение аннигиляционных параметров после облучения электронами наблюдается у чистого никеля. В дальнейшем параметры  $F_i$  и  $\Delta F_i$  синхронно возрастают до концентрации 17,5 ат.%  $Cu$ , после чего наблюдается их снижение. Если учесть, что концентрация радиационных вакансий (как центров захвата позитронов) во всех облученных сплавах примерно одинакова, то изменения параметров  $F_i$  и  $\Delta F_i$ , вызванные с соответствующим изменением количества центров захвата позитронов, либо их эффективности, определяются не только изменением конфигурационного состава атомов в окрестности ловушек позитронов, но и локальной концентрацией свободных электронов в окрестности этих ловушек.

Выше концентрации 21 ат.%  $Cu$  в сплаве аннигиляционные параметры  $F_i$  и  $\Delta F_i$  изменяются асинхронно, что, вероятно, связано с развитием кластеров ближнего порядка. При этом конфигурация атомов на границах кластеров ближнего порядка такова, что изменяются локальные электронные состояния. Одновременно претерпевает изменение характер взаимодействия позитронов с электронами в окрестности ловушек. Увеличение параметра  $\Delta F_0$  при одновременном уменьшении  $F_i$  связано и изменением вероятности аннигиляции позитронов с электронами ионного остова.

**Выводы.** Таким образом, радиационно-стимулированная сегрегация атомов  $Ni$  и  $Cu$  в исследованных сплавах, а также образование и развитие кластеров ближнего

порядка происходят как за счет образования избыточного количества вакансий, созданных в результате облучения электронами, так и за счет процессов радиационно-стимулированной диффузии в структуре сплавов, приводящих к уменьшению энергии активационных процессов перемещения атомов.

1. Diens G.I. The effects of radiation on materials. New – York. Chapman Hall. LTO. London. 1958.
2. Шалаев А.М. Радиационно – стимулированные процессы в металлах. – М: Энергоатомиздат. -1988. – 176 с.
3. Chyrko L.L., Chyrko V.J., Chyrko E.U. et al. //J.Nucl. Mater. - 2000. -279, P.162.
4. Конов Ю.И., Астраханцев С.М., Лифшиц Б.Г. //Физ.мет.и металловедение. – 1966.- 26.-С.66.
5. Даниленко Б.А., Круликовская М.П., Петренко П.В. и др. //Украинский физический журнал. -1978.-23.-С.397.
6. Быстров Л.Н., Платов Ю.М. //Докл. АН СССР.-1969.-185, №2. –С.30.
7. Барабаш О.М., Коваль Ю.Н. Структура и свойства металлов и сплавов. Кристаллическая структура металлов и сплавов. – Киев: Наукова думка. -1986. 598 с.
8. Smith J. //Physica. -1955. -21. P.877.
9. Allison F.E., Pugh E.M. //Phys. Rev. -1956. -120. –P.1281.
10. Foner S. //Phys. Rev. -1956. -101. -P.1648.
11. Dutta S.K., Subarahnagam A.V. // Phys. Rev. -1969. -117. –P.1133.
12. Dekhtyar I.Ja. // Pys. Let. C.-1974. –P.243.
13. Аморфные металлические сплавы. Позитроны и электроны в аморфных сплавах //Немошкаленко В.В., Романова А.В., Ильинский А.Г. и др. – Киев: Наукова думка. 1987. -248 с.
14. Мукашев К.М. Физика медленных позитронов и позитронная спектроскопия. – Алматы. 2011. 534 с.

ӨОЖ 378.016.02:004:005.584.1(574)

**А.С. Мухамеджанова\***

## **ИНФОРМАТИКА КУРСЫ БОЙЫНША ОҚУШЫЛАРДЫҢ БІЛІМІНЕ МОНИТОРИНГ ЖҮРГІЗУДІ ҰЙЫМДАСТЫРУ**

*(Абай атындағы ҚазҰПУ, \* - Магистрант)*

Бұл мақалада мониторинг туралы мәлімет берілген. Білім саласындағы мониторингтің процесс ретіндегі ролі көрсетілген. Оқушылардың оқу жетістіктерін анықтау үшін мониторингті ұйымдастыру жолдары анықталған. Мониторингтің атқаратын қызметі көрсетілген. Информатика пәні бойынша 8-сынып оқушыларына арналған тест тапсырмалары дайындалған.

В данной статье изложены материалы о мониторинге. Рассмотрен процесс мониторинга в системе образования. Для определения уровня знаний обучающихся рассмотрены пути организации мониторинга. Рассмотрена функция мониторинга. Подготовлены тестовые задания для школьников 8 класса по курсу «Информатика».

Data on monitoring in this article is given in a full range, different ways of conducting research on knowledge of advanced course “Informatics” for school students are considered. Also activities, types of monitoring are reviewed and purposes of monitoring in educational system are analyzed in this article.

*Түйін сөздер:* Мониторинг, дайындық деңгейі, бақылау, инновациялық әдістер, тестілеу.

*Ключевые слова:* Мониторинг, уровни готовности, контроль, инновационные методы, тестирование.

*Keywords:* Monitoring, readiness, checking, innovative methods, testing.

Қай елдің болмасын өсіп-өркендеуі, өнуі, дүниеде өзіндік орын алуы оның ұлттық білім жүйесінің қалыптасуына, даму бағытына тікелей байланысты. Қазақстан Республикасының 2030 жылдарға арналған стратегиялық даму бағдарламасында Елбасы Н.Ә.Назарбаев халқымыздың болашағы туралы тереңнен толғай отырып, «Мемлекетіміздің ең басты дүниесі тек қана табиғи байлық емес, сонымен қатар жасөспірім ұрпағы, өйткені, олар – біздің ұлтымыздың болашақ айнасы» деген болатын. Олай болса, қазіргі таңда білім саласында жүргізіліп жатқан реформаның басты мақсаты – ой-өрісі жаңашыл, шығармашылық деңгейде қызмет атқара алатын, дүниетанымы жоғары, жан-жақты қалыптасқан жеке тұлға даярлау.

Қазақстан Республикасының «Білім туралы» Заңында білім беру саласындағы мемлекеттік саясаттың негізгі принциптері қатарында білім беру жүйесін дамытудың басымдығы; әрбір адамның зияткерлік дамуы, психикалық-физиологиялық және жеке ерекшеліктері ескеріле отырып, халықтың барлық деңгейдегі білімге қолжетімділігі; жеке адамның білімдарлығын ынталандыру және дарындылығын дамыту көрсетіледі [1]. Ал бұл принциптердің іс жүзіне асуы білім беру мазмұнын жаңартумен тығыз байланысты.

Заман талабына сай білім беру үшін бүгінгі таңда оқытудың мазмұнын өзгерту, яғни білім беру сапасын арттыру қажеттілігі туындап отыр.

Мектептің басты міндеті - білім үрдісіндегі субъектілердің жан-жақты дамуына қолайлы жағдай жасау.

Қазіргі уақытта білім жүйесіндегі өзекті мәселелер оқушылардың білім сапасының деңгейін жоғарылату. Бұл мәселені жүзеге асыру үшін оқушылардың білім сапасы деңгейін анықтау, талдау, саралау қажет. Білім сапасын мониторингтік зерттеулер өткізу, нәтижелер шығару, жоспарлау, бағдарлау, жобалау болып табылады.

Тоқсан сайын бақылау жұмысы жазылып білім деңгейлері салыстырылады, бағаланады. Қателермен жұмыс жүргізіледі. Оқушылардың білім, білік, дағдыларын тексеруге тестілер диагностикалық және бақылау жұмыстары әзірленеді. Білім білік, дағдыларды түзетуге арналған тапсырмалар дайындалады. Мониторингтің нәтижесі сараланып талдаудан өтеді, оқушыларға хабарланып қатемен жұмыс ұйымдастырылады. [3]. Зерттеулер жоғары білім деңгейіндегі оқушыларға шығармашылық мүмкіншіліктерге жағдай жасайды. Ал төмен деңгейдегі оқушыларға білім сапасын көтеруге мүмкіншілік береді. Мониторинг- анықтау, жинақтау, саралау, өңдеу, топтау деген мағынаны білдіреді. Сауалнама алу арқылы оқушылардың пәнге деген қызығушылығы, мұғалімге көзқарасы, сабақ беру әдістеріне пікірлері анықталады, бұл да мониторингтің бір түрі. Ата-аналармен жұмыс жүргізу барысында оқушылардың мектептен тыс уақытта үй жұмысына берілген тапсырмаларын орындауы деңгейі анықталады және білім сапасын арттыруға, жағдай жасауға мүмкіндік береді. Мониторингтік зерттеулердің білім сапасының деңгейін арттыруда маңызы өте зор.

Жалпы мониторинг дегеніміз

- Белгілі бір саладағы маңызды мәселелер бойынша жүйелі және үздіксіз ақпарат жинақтау әрекеті.

- Белгілі бір жүйе, оның элементтері жайлы сараптама жасауға мүмкіндік беретін мәліметтерді жинау, өңдеу, сақтау және тарату жүйесі.

- Нақтылау және түзету енгізу үшін жүзеге асырылатын процесс жағдайы, дамуы туралы ғылыми негізде үздіксіз қадағалау жүйесі.

Мониторинг – пән мазмұнына, ғылыми мамандығына байланыссыз ойлау қызметінің әмбебап (универсальды) типі.

Мониторинг – ұзақ уақыт белгілі бір мақсат негізінде жинақталған, сақталған ақпараттарды өңдеу, субъектілерді ақпарат нәтижесімен қамтамасыз ететін кері байланыс. [4].

Мониторингтің қызметі:

- Мақсат.
- Ұйымдастыру.
- Ақпарат өңдеу.
- Шешім қабылдау.
- Болжам жасау.

Мониторингтің негізгі объектісі – білімділік және тәрбиелілік. Мониторингтің педагогикалық нәтижесі болып, білім құрылымындағы, оқу дағдысындағы, тәртібіндегі, қатынас жүйесіндегі тұлғаның бағытталуы болып табылады. Педагогикалық – психологиялық нәтиженің сандық, сапалық бағалау өлшемі болып, оқу процесіндегі күтілетін нәтиже мен қызмет шарты белгіленген норм, эталон қабылданады. Норма мониторинг үшін ең негізгі шарт, өйткені нәтиже осы нормамен салыстырылады [2].

Мониторинг жүргізу, технологиялық әдіс – тәсіл т.б ақпараттық жаңалықтардың сақталуы мен іске асуы жөнінде бағдарлау арқылы сабаққа дайындығын нәтижелі және тиімді ету. Мониторинг жүргізудің ең тиімді пайдасы – оқушының жауапкершілігі мен сабаққа қалай дайындалуларын және оның негізгі пәндерге білімділігін анықтаудың бірден- бір тиімді әдісі болып отыр.

Мониторинг жүргізу - біртұтас ғылыми – білгірлік болжамдарын анықтауға апарар жол. Сонымен қатар ұстаздың жеке жұмыс жүргізуіндегі даусыз әдіскерлік пен сенімді жаңалықтың айнымас куәсі.

Мақсатты – мотивациялық қызмет ету барлық ұжымдық дайындықтың табысты іс- әрекетін көрсетеді. Мотивация оқушының жеке тұлғалық дамуын анықтауға да көмектеседі. Бұған оқушының психологиялық жай күйі ғана емес, арнайы ұйымдасқан білім беру әдіс -тәсілдері де қызмет атқарады.

Жоспарлы – болжам қызмет етудегі мектеп пен ұстаздар арасындағы қарым – қатынас болашақтағы күнделікті және сапа көрсеткішін бақылаудың бірден- бір көрсеткіші болып табылады. Осы болжамды – диагностикамен жұмыс жасау әрбір оқушының кез келген материалды диалектикалық тұрғыдан талдай білуге, материалды топтай отырып қорытындылап, Түйіндей алуға, ең негізгісі мен маңыздысын ажырата алуға қамтамасыздығын байқадық.

Оқушылардың оқу жетістіктерін мониторингтеуді әртүрлі формада (тесттер, бақылау жұмысы, және т.б.) ұйымдастыруға болады. Мысалы, тестке тоқталайық.

Тест – педагогикалық бақылаудың бір түрі және Оқушының деңгейін анықтауға мүмкіндік беретін құрал. Сондай – ақ тестің пайдалы жақтары мен бақылау жасау мүмкіндіктері де мол. Өз тәжірибемде өткен материалды жинақтап қорытуда немесе жаңа сабақты бекіту кезінде тест түрлерін пайдаланып, өз іс- тәжірибемді дамытамын.

Тест арқылы оқушылардың жауабы жалпылама емес, нақты берілетін болады. Тестің бірнеше түрлері бар. Мысалы бастауыш сыныптар үшін толықтыру тесті, баламалы тесті, таңдау тесті, сәйкестік тесті және қазіргі кезде кеңінен таралып жүрген дұрыс жауап таңдау тест түрлері. Тест түрлерін пайдалану оқушылардың біліміндегі кейбір олқылықтарды толықтыруда оқылған материалдардың мазмұнын анықтауға тиімді [5].

Тест оқушылардың білімін тереңдетуге және тиянақты білімін тереңдетуге және тиянақты білім жүйесін қалыптастыру үшін қажет. Сондықтан мен сабақта қолданатын

әдіс-тәсілдердің бәрін тест түрлеріне негіздеп өткізіп жүрмін. Тест түрлерін сабақта қолданудағы мақсаты – оқушылардың білімін байқау, жалпы сыныптың білімін бағалау, білім сапасы мен ой - өрісін арттыру, өтілген материалдар бойынша білімдерін бір жүйеге келтіру.

Тест сұрақтары

1. Ондық сандарды сегіздік санау жүйесіне ауыстырыңыздар:
  - а)  $181,369_{10}$
  - б)  $176,526_{10}$
  - в)  $7006_{10}$
  - г)  $125_{10}$
  - д)  $229_{10}$
2. Ондық сандарды оналтылық санау жүйесіне ауыстырыңыздар:
  - а)  $322_{10}$
  - б)  $150,7006_{10}$
  - в)  $284,245_{10}$
  - г)  $428_{10}$
  - д)  $315,075_{10}$
3. Екілік санды сегіздік санау жүйесіне ауыстырыңыздар:
  - а)  $11110110011_2$
  - ә)  $1101101001001_2$
  - б)  $1001101011001_2$
4. Екілік сандарды кесте бойынша он алтылық санау жүйесіне ауыстырыңыздар:
  - а)  $11110110011_2$
  - ә)  $1101101001001_2$
  - б)  $1001101011001_2$
5. Сегіздік сандарды, кестені пайдаланып, екілік санау жүйесіне ауыстырыңыздар:
  - а)  $324_8$
  - ә)  $1576_8$
  - б)  $17652_8$
  - в)  $136_8$
  - г)  $30507_8$
6. Оналтылық сандарды, кестені пайдаланып, екілік санау жүйесіне ауыстырыңыздар:
  - а)  $A59_{16}$
  - ә)  $87_{16}$
  - б)  $B68_{16}$
  - в)  $C16_{16}$
7. «Ақпарат» латынның .... деген ұғымдарды білдіреді.
  - А) информатика
  - Ә) аналық тақша, жүйелік блок
  - Б) түсіндіру, баяндау, мәлімет
  - В) мақсат, міндет
8. Ақпарат ұсыну қандай негізгі тәсілдермен туындайды?
  - А) техникалық, математикалық, бейнелік
  - Ә) аналық тақша, жүйелік блок
  - Б) символдық, мәтіндік, графикалық
  - В) мақсат, міндет.
9. Информатикаға анықтама беріңіз

А) информатика – ақпарат алу, жіберу, өңдеу, сақтау ұсыну процестерін зерттейтін ғылым

Ә) информатика – ол адамның өз іс-әрекетінде ақпарат жиымдарын пайдалануы

Б) информатика – мақсат, міндет

В) информатика – ақпарат алу, жіберу, өңдеу, сақтау, ұсыну процестерін зерттейтін математикалық ғылым.

10. Санау жүйесі деп нені айтады?

А) Сандарды атау және жазу ережелері мен оқылуы

Ә) сандарды атау және жазу ережелері мен әдістерінің жиынтығын зерттейтін ғылым.

В) сандарды атау және жазу ережелері мен әдістерінің жиынтығы

11. Позициялық санау жүйесінің позициялық емес санау жүйесінен айырмашылығы неде?

А) санның әрбір цифрының мәні оның алатын орнында

Б) санның әрбір цифрының алатын орнында

В) санның цифрының жазылуында

12. Позициялық санау жүйесінің негізі деп нені айтады?

А) онда қолданылатын цифрлар атын

Ә) онда қолданылатын цифрлар санын

Б) онда қолданылатын цифрлардың орнын

13. Санды екілік жүйеден ондық санау жүйесіне қалай ауыстырады?

А) екілік санды коэффициент цифрлармен екінің дәрежелерінің көбейтінділерінің көбейтіндісі түрінде жазып, осы қосындыны табу керек.

Ә) екілік санды коэффициент цифрлармен екінің дәрежелерінің көбейтінділерінің айырымы түрінде жазып, осы қосындыны табу керек.

Б) екілік санды коэффициент цифрлармен екінің дәрежелерінің көбейтінділерінің бөлінді түрінде жазып, осы қосындыны табу керек.

В) екілік санды коэффициент цифрлармен екінің дәрежелерінің көбейтінділерінің қосындысы түрінде жазып, осы қосындыны табу керек.

14. Ақпараттың ең кіші өлшем бірлігі ?

А) Байт

Ә) Кбайт

Б) Бит

В) Код

15. Байт – бұл

А) 1 және 0 сандарымен бейнеленетін ақпарат саны

Ә) Сегіз бірліктен тұратын бит тізімі

Б) ОСҚ – да компьютердің кодын өзгерту құралы.

В) Он алтылық цифрдағы төрт цифр комбинациясы

16. 1 килобайтта

А) 1000 байт

Ә) 100 байт

Б) 1000 бит

В) 1024 байт

Тест тапсырмалары оқушыларға білімін пысықтауға, тиянақтауға септігін тигізсе, мұғалімге білімді бағалауға көмектеседі. Тест арқылы бір сабақта бүкіл сыныпты бағалауға болады. Үй тапсырмаларын тексеруде де тест жүйесі тиімді, әр оқушыдан тексергенде уақыт кетеді, ал тестпен тексергенде оқушылар толық қамтылады. [4].

Мониторинг нәтижелері ата-аналарға таныстырылады және педагогтер білім үдерісіне түзетулер енгізу үшін пайдаланады. Мониторинг бойынша мұғалім кезекті

тақырыптың бақылау жұмысының алдында әр оқушының өткен материалды қандай деңгейде меңгергенін қадағалап, үлгірмеушілермен қосымша жұмыс жүргізе алады.

1. Сабыров Т.С. Білім алушы жастардың танымдық әрекетін арттырудағы оқытудың әдістері мен формаларының дидактикалық жүйесін тиімді қолдануға мұғалімді даярлаудың теориялық негіздері: пед.ғыл.док. ... дисс.: 13.00.01. – Алматы, 1996. – 279 с.
2. Бостанов Б.Ғ.; Мухамеджанова А.С. Білім беру жүйесінде жасалынатын мониторингтің мәні. Мақала, 4(40)2012, ҚазҰПУ Алматы, 2012ж.-43б.
3. Астафьева Н.Е. Теоретические основы дидактической системы информатизации педагогической деятельности преподавателей профессиональных учебных заведений: дисс. ... кан. пед. наук. – Санкт-Петербург, 1997. – 312 с.
4. Қаржы-экономика сөздігі.-Алматы: ҚР Білім және ғылым министрлігінің Экономика институты, «Зияткер» ЖШС, 2007. ЫСБН 978-601-215-003-2
5. Занков В. Сборник педагогических трудов, М.Просвещение 1990.-28 с.

УДК 378.147.3  
372. 852.02

**Р.М. Наурызбаева**

## **МЕКТЕП ОҚУШЫЛАРЫНЫҢ ҚЫЗЫҒУШЫЛЫҒЫН АРТТЫРАТЫН ЕСЕПТЕР ҚҰРАСТЫРУ**

*(Алматы қ., Қазақстан Республикасы ҰҚК Шекара қызметі академиясы)*

Оқытушының оқыту өнері мен беделі мотивацияның қайнар көзі болып табылады. Пәнді игеру білімнің толықтығына іскерлік пен біліктіліктің ұштасуына байланысты. Сондықтан оқытушы творчестволық ізденістер арқылы өз білімін ұдайы жетілдіруі тиіс. Мақалада мектеп оқушыларының қызығушылығын арттырып, олардың ойлау қабілетін дамытатын және бірнеше түсініктерді байланыстыратын есеп құрастыру мысалы қарастырылған.

Авторитет и искусство преподавателя одно из основных пунктов мотивации. Владение каким-либо предметом складывается из накопленных знаний и приобретенных навыков и умений. Поэтому преподаватель постоянно должен повышать свои знания и проводить поиск по данной теме. В статье рассматривается составление задачи, которое способствует умственному развитию учеников и дает возможность связать несколько понятий математики.

One of primary source of motivation is teacher's authority and skill. Possession of any subject compose from accumulate knowledge and acquire experience and skills. Therefore teacher must continual rise his knowledge and lead creative search on given theme. The article considers the drafting of the problem, which promotes intellectual development of students, and links multiple math concepts

*Түйін сөздер:* Есеп, граф, контур, оқиға күйінің графы, теңдеудің бүтін шешімі.

*Ключевые слова:* Задача, граф, контур, граф состояный, решение уравнений в целых числах.

*Keywords:* Problem, graph, contour, state graph, solving equations in integers.

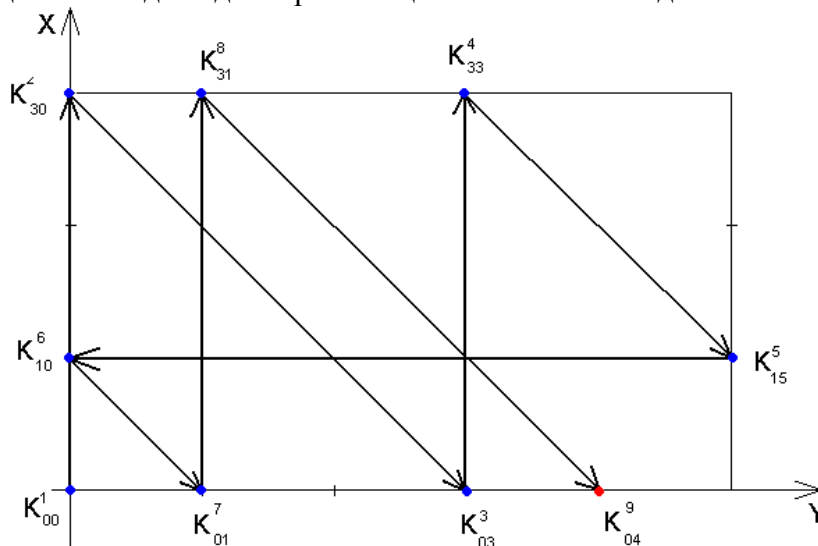
Мына есепті қарастырайық.

*Ыдыстағы 8 литр сүтті екі адам 5 литрлік және 3 литрлік ыдыстар арқылы теңдей екі бөліп алуы керек.*

Бұл ежелден келе жатқан шешімі белгілі есеп. Оның шешімін табу үшін жасалатын әрекеттерді бейнелеу үшін графты пайдаланамыз [1]. Граф төбелерін  $K_{ij}^m$  деп белгілейміз. Мұндағы  $ij$  кіші ыдыс пен үлкен ыдыстағы сүт мөлшері, ал  $m$  қадам саны. Есептің шешімі 9 қадамда табылады (1-сурет).

Енді осы тәріздес есептерге сұрақты басқаша қойып, жаңа есеп алайық.

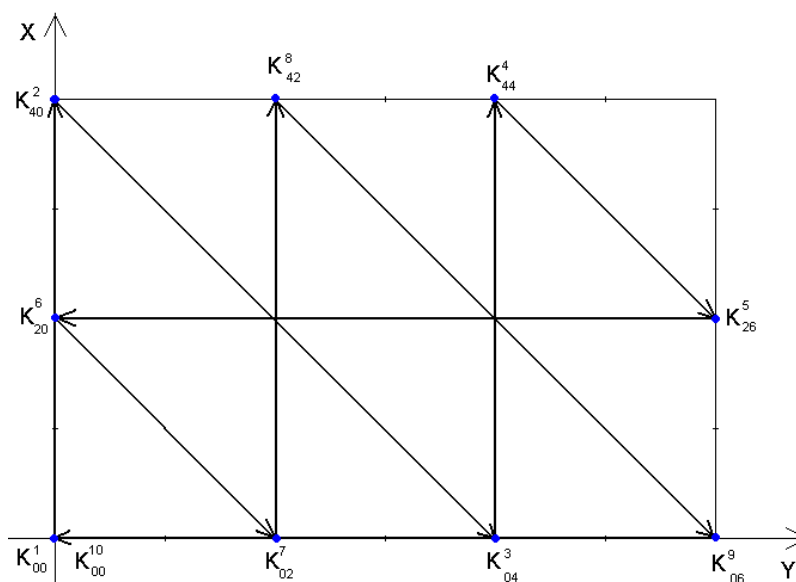
Егер біз 8 литр ыдыстың орнына 10 литрлік ыдыстағы сүтті қарастыратын болсақ, онда оны қандай өлшемдік ыдыстармен тең екіге бөлеге болады?



1-сурет

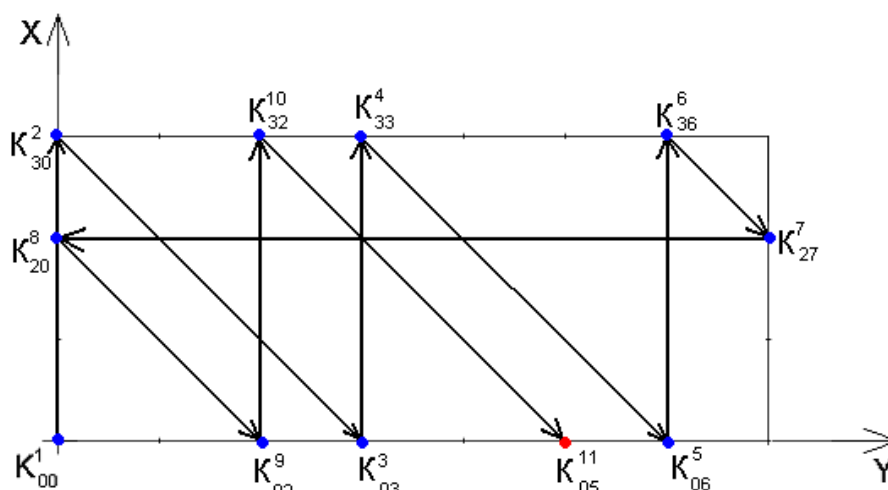
Алдыңғы 8 литрдегі сүтті 2-ге бөлу есебінің шешімінің барысында біз кіші ыдысты толтырып оны ортаншы ыдысқа құйып, ал ортаншы ыдыс толған кезде оны үлкен ыдысқа құю арқылы керекті мөлшерді ала алдық. Бірақ, 10 литр суды 4 және 6 литрлік ыдыстар арқылы ешбір бөле алмас едік. Оны оқиғаның күйінің графы арқылы көрсете аламыз. 10 қадамда граф бастапқы  $K_{00}^1$  төбеге қайтып келеді. Бұл жағдайда

$K_{00}^1 - K_{40}^2 - K_{04}^3 - K_{44}^4 - K_{26}^5 - K_{20}^6 - K_{06}^8 - K_{00}^9 - K_{00}^{10}$  төбелер тізбегі контур болады (2-сурет).



2-сурет

Енді біз кіші 3 және 7 литрлік ыдыстарды алып, сүтті тең 2-ге бөлу процесі графын салайық. Онда бізде 11-қадамда ортаншы ыдыста 5 литр сүт пайда болады (3-сурет).



3-сурет

Есепті шешу барысында біз кіші ыдысты бірнеше рет толтырып оны орташа ыдысқа құямыз, ал орташа ыдыс толған кезде үлкен ыдысқа құйып отырдық. Егер біз орташа ыдысқа құйылған 3 литрлік ыдысқа толтырылған сүттің санын  $x$  деп, ал ортаншы ыдыс толғаннан кейін үлкен ыдысқа құйылған 5 литр сүттің санын  $y$  деп алсақ, онда ортаншы ыдыс пен кіші ыдыста қалған судың мөлшерін  $3x - 5y = 4$  теңдеуі береді. Осы теңдеудің бүтін шешімдері бар болса ғана біз 8 литр суды тең екіге бөле аламыз. Яғни қойылған сұрақтың жауабын табу жалпы түрде төмендегі сызықтық теңдеудің бүтін шешімін іздеумен пара-пар.

$$ax + by = c,$$

мұндағы  $a, b, c$  – нөлден өзгеше бүтін сандар.

Теңдеудің шешімін табуға керекті сандардың бөлінгіштігі теориясына негізделген белгілі бірқатар теориялық жағдайларға тоқтала кетейік [2].

**Теорема 1.** Егер  $EYOB(a, b) = d$  болса, онда  $ax + by = d$  теңдігі орындалатын  $x$  және  $y$  сандары табылады.

(Бұл теңдік екі санның ең үлкен ортақ бөлгіншін сандардың өздері арқылы сызықтық өректеу комбинациясы деп аталады).

Бұл теореманың дәлелдемесіне екі санның ең үлкен ортақ бөлгіншін Евклид алгоритмі арқылы табу теңдігі пайдаланылады.

**Теорема 2.** Егер  $ax + by = 1$  теңдеуінде  $EYOB(a, b) = 1$  болса,  $1$  санын  $a$  және  $b$  сандарының сызықтық комбинациясы ретінде ала аламыз.

Алдыңғы қарастырылған мысалдағы неліктен 10 литр суды 4 және 6 литрлік ыдыстар арқылы ешбір бөле алмайтындығымызды мына келесі теоремадан көреміз.

**Теорема 3.** Егер  $EYOB(a, b) = d > 1$  болса және  $c$  саны  $d$  санына бөлінбесе, онда  $ax + by = d$  теңдігінің бүтін шешімі жоқ.

Осы талқылаулардан кейін біз кез келген ыдыстағы суды одан кіші мөлшері қандай ыдыстар арқылы бөлуге болатынын анық айта аламыз.

Мысалы, 12 литр сүтті 4 және 8 литрлік кіші ыдыстар арқылы 2-ге тең бөле алмаймыз, себебі Егер  $4x - 8y = 6$  теңдеуінде  $EYOB(4, 8) = 4$  санына теңдеудің оң жағы бөлінбейді, ал керісінше 12 литр сүтті 5 және 7 литрлік кіші ыдыстар арқылы 2-

ге тең бөле аламыз, себебі  $5x - 7y = 6$  теңдеуінде  $EYOB(5, 7) = 1$  санына теңдеудің оң жағы бөлінеді.

Сонымен қарастырылған есептің шешімін граф арқылы көрсете отырып, егер де оның шешімі жоқ болса, оқиғаның күйін бейнелейтін граф контурға айналатынын байқадық. Бұл тәріздес есептерді 2 белгісізді анықталмаған теңдеудің бүтін шешімдерін іздестіру есебімен сәйкес қоюға болатынын да көрдік. Осылайша қарапайым есептерді жаңа түсініктермен байланыстыра отырып, оқушылардың білім кеңістігін кеңейтіп, ойлау қабілетін дамыта аламыз.

1. Андерсон, Джеймс А. Дискретная математика и комбинаторика: Пер. с англ. - Москва, 2004. – 953 с.
2. Просветов Г.И. Дискретная математика: задачи решения. Учебное пособие.- Москва, 2013.– 240 с.

УДК 519.6: 519:873

**Ж.О. Оралбекова**

## **КОНСЕРВАТИВНЫЕ РАЗНОСТНЫЕ СХЕМЫ В ОПТИМИЗАЦИОННОМ МЕТОДЕ**

*(г.Алматы, КазНПУ имени Абая)*

Бұл мақалада коэффициенттік кері есепті оңтайландыру әдісімен шешу үшін тура және Түйіндес есептерді шешудің консервативтік айырымдық схемалары тұрғызылды. Дифференциалдық қойылымдағы тура және Түйіндес есептерді сол немесе басқа айырымдық әдістермен аппроксимациялау барысында жалпы айырымдық есептің консервативтік қасиеті бұзылады. Дискреттік деңгейде оңтайландыру есебін шешуге арналған консервативтік айырымдық схемаларды тұрғызу бұл жұмыстың жаңалығы болып табылады.

В работе построены консервативные разностные схемы решения прямой и сопряженной задачи для решения коэффициентной обратной задачи оптимизационным методом. При аппроксимации прямой и сопряженной задачи, тем или иным разностным методом, исходя из вида в дифференциальной постановке, нарушается свойство консервативности разностной задачи в целом. Построение консервативных разностных схем для решения оптимизационной задачи на дискретном уровне составляет новизну этой работы.

In this paper the conservative difference schemes of solving the direct and conjugate problems for the solutions of the inverse coefficient problem by the optimization method are constructed. At approximation the direct and conjugate problems by one or another difference method based on the type of the differential formulation, in general the conservative property of the difference problem is violated. Construction of the conservative difference schemes for solving the optimization problem on a discrete level is novelty of this work.

*Түйін сөздер:* Айырымдық схемалар, коэффициенттік кері есептер, функционал, градиент

*Ключевые слова:* Разностные схемы, коэффициентные обратные задачи, функционал, градиент

*Keywords:* Difference schemes, inverse coefficient problems, functional, gradient

### Введение.

В работе А.Л. Карчевского [1] приведены следующие схемы в способе выведения градиента функционала:

I. Пусть  $L$  – дифференциальный оператор,  $q$  – неизвестный коэффициент. Примем в качестве  $p$  – приближенное решение обратной. Определим градиент функционала, как главную часть приращения функционала, т.е.  $\nabla J(p) = A(u_p, \psi)$  где  $\psi$  – есть решение соответствующей сопряженной задачи.

Вполне очевидно, что все формулы точны, в пространстве непрерывных функций, поскольку они строго математически получены.

II. Проводим конечно-разностную аппроксимацию. Имеем сеточную область  $\Omega_h$ , тем или иным способом аппроксимируем оператор  $L_q$  – разностным оператором. Далее тем или иным способом аппроксимируем оператор  $A$ , разностным оператором  $A_h$ , и соответствующей сопряженной задаче  $L_p^* \psi = 0$  – заменяем разностным аналогом  $\tilde{A}^* \psi_h = 0$ .

III. В этом случае все выкладки получения дискретного аналога градиента ей строго соответствующей разностной сопряженной задачи проводим на дискретном уровне в сеточном пространстве.

Из этой схемы расчетов получения аппроксимации сопряженной задачи, т.е. нет гарантии, что  $\tilde{A}^*$  совпадает с  $A^*$ , в случае их не совпадения как следствие изменится и дискретный аналог градиента, т.е.  $B \neq A_h$ .

В связи с этим в работе мы отдаем предпочтение второму способу. В работах [2,3] по этой технологии получены дискретные формулы для вычисления градиента и соответствующей сопряженной задачи.

### 1. Постановка задачи на дифференциальном уровне

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} - q(x)u, & 0 < x < L, \quad 0 < t \leq T, \\ u_x(0, t) = \alpha_1(t), & 0 < t \leq T, \\ u(L, t) = 0, & 0 < t \leq T, \\ u(x, 0) = u_0(x). & 0 \leq x \leq L. \end{cases} \quad (1)$$

Пусть относительно решения прямой задачи (1), известна дополнительная информация:

$$u(0, t; q) = f(t), \quad 0 < t \leq T \quad (2)$$

Обратная задача: По известной дополнительной информации (2), найти функции  $q(x)$ ,  $u(x, t; q(x))$  из соотношений (1).

Пусть  $p(x)$  – приближенное решение обратной задачи. Рассмотрим функционал:

$$J(p) = \int_0^T [u(0, t; p) - f(t)]^2 dt \quad (3)$$

Градиент функционала (3) имеет вид:

$$\nabla J(p)(x) = \int_0^T u(x, t) \bar{\psi}(x, t) dt,$$

где  $\bar{\psi}(x, t)$  есть решение сопряженной задачи:

$$\begin{cases} \overline{\psi}_t = -\overline{\psi}_{xx} + p(x)\overline{\psi}, & 0 < x < L, \quad 0 < t \leq T, \\ \overline{\psi}(x, T) = 0, & 0 \leq x \leq L, \\ \overline{\psi}(L, t) = 0, & 0 < t \leq T, \\ \overline{\psi}_x(0, t) = 2[u(0, t; p) - f(t)], & 0 < t \leq T. \end{cases}$$

## 2. Дискретный аналог оптимизационного метода

Пусть  $p_h(x_i)$  - приближенное решение обратной задачи. Аппроксимируем задачу

(1) явной разностной схемой:

$$\begin{aligned} y_t &= y_{xx}^{j+1} - p_i y^{j+1}, & (x_i, t_j) \in \omega_{h\tau}, \\ y_{x,0}^{j+1} &= \alpha_1(t_j), & 0 \leq j \leq M-1, \\ y_N^{j+1} &= 0, & 0 \leq j \leq M-1, \\ y_i^0 &= u_0(x_i), & 0 \leq i \leq N, \end{aligned}$$

где:  $\overline{\omega}_{h\tau} = \overline{\omega}_h \times \overline{\omega}_\tau$ ;

$\overline{\omega}_h = \{x_i = ih, \quad i = \overline{0, N}, \quad h = L/N\}$ ,  $\overline{\omega}_\tau = \{t_j = j\tau, \quad j = \overline{0, M}, \quad \tau = T/M\}$  - сеточные области.

Пусть известна дополнительная информация:

$$y_0^j = f(t_j), \quad 1 \leq j \leq M.$$

Рассмотрим дискретный аналог функционала (3),

$$J_h\{p_h\} = \tau \sum_{j=1}^M [y_0^j\{p_h\} - f^j]^2 \quad (4)$$

Градиент функционала (4), имеет вид:

$$\nabla J_h\{p_i^h\} = \tau y_i^0 \varphi_i^1 + \tau \sum_{j=0}^{M-1} y_i^{j+1} \varphi_i^j, \quad (5)$$

где  $\varphi_i^j$  - есть решение сопряженной задачи:

$$\begin{cases} \varphi_t = -\varphi_{xx}^{j-1} + p_i \varphi^{j-1}, & j = M-1, \dots, 1 \\ \varphi_i^{M-1} = 0, & i = 0, \dots, N \\ \varphi_N^{j-1} = 0, & j = M-1, \dots, 1 \\ \varphi_{x,0}^{j-1} = 2[y_0^{j-1}\{p_i^h\} - f^{j-1}] & j = M-1, \dots, 1 \end{cases} \quad (6)$$

## 3. Численное решение оптимизационной задачи формальной аппроксимацией

Пусть  $g(x_i)$  - приближенное решение обратной задачи (1).

Аппроксимируем задачу (1) разностной схемой.

$$\begin{aligned} v_t &= v_{xx}^{j+1} - g_i v^{j+1}, & (x_i, t_j) \in \omega_{h\tau}, \\ v_{x,0}^{j+1} &= \alpha_1(t), & 0 \leq j \leq M-1, \\ v_N^{j+1} &= 0, & 0 \leq j \leq M-1, \\ v_i^0 &= u_0(x_i), & 0 \leq j \leq N. \end{aligned}$$

Пусть известна дополнительная информация

$$v_0^j = f(t_j), \quad 1 \leq j \leq M.$$

Рассмотрим функционал:

$$J_h\{g_i\} = \tau \sum_{j=0}^{M-1} [\nu_0^j \{g_i\} - f^j]^2.$$

Аппроксимация градиента функционала, примем в виде:

$$\nabla J_h\{g_i\} = \tau \sum_{j=0}^{M-1} \nu_i^j \psi_i^j, \quad (7)$$

где  $\psi_i^j$  - есть решение сопряженной задачи:

$$\begin{cases} \psi_t = -\psi_{xx}^{j-1} + g_i \psi^{j-1}, & j = M, M-1, \dots, 1 \\ \psi_i^M = 0, & 0 \leq i \leq N \\ \psi_N^{j-1} = 0, & j = M, \dots, 1 \\ \psi_{x,0}^{j-1} = 2[\nu_0^{j-1} - f^{j-1}] & j = M, \dots, 1. \end{cases} \quad (8)$$

Теперь сравнивая дискретной аналог оптимизационного метод и формальной аппроксимации, мы видим различия как градиента (см. формулы (5) и (7), так и сопряженных задач (см.(6)-(8)). Почему так происходит, выясним в следующем пункте.

#### 4. Сравнительный анализ двух подходов

Рассмотрим сопряженную задачу (8),

$$\psi_t = -\psi_{xx}^{j-1} + g_i \psi^{j-1}, \quad j = M, \dots, 1 \quad (9)$$

$$\psi_i^M = 0, \quad 0 \leq i \leq N \quad (10)$$

$$\psi_N^{j-1} = 0, \quad j = M-1, \dots, 1 \quad (11)$$

$$\psi_{x,0}^{j-1} = 2[\nu_0^{j-1} - f^{j-1}], \quad j = M, \dots, 1 \quad (12)$$

Умножим (9) на  $\delta v_i^j$  и суммируем по  $j$  от 1 до  $M$ , по  $i$  от 1 до  $N-1$  рассмотрим скалярные произведения:

$$\langle \psi_t, \delta v_i^j \rangle = -\langle \psi_{xx}, \delta v_i^j \rangle + \langle g_i \psi^{j-1}, \delta v_i^j \rangle \quad (13)$$

где:  $\langle u, W \rangle = h \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=1}^{M-1} u_i^j W_i^j$ , обозначим через  $S_1 = \langle \psi_t, \delta v_i^j \rangle$ ,  $S_2 = -\langle \psi_{xx}, \delta v_i^j \rangle$ ,  $S_3 = \langle g_i \psi^{j-1}, \delta v_i^j \rangle$ .

Раскроем соотношения (13) в отдельности левую и правую часть, получим:

$$S_1 = \langle \psi_t, \delta v_i^j \rangle = h \sum_{i=1}^{N-1} \tau \sum_{j=1}^M \psi_t \delta v_i^j = h \sum_{i=1}^{N-1} (\nabla \psi_i^j, \delta v_i^j) \quad (14)$$

Используем разностный аналог интегрирования по частям

$$(y, \Delta v) = -(v, \nabla y) + y^M v^M - y^0 v^0,$$

$$(y, \nabla v) = -(v, \Delta y) + y^M v^{M-1} - y^0 v^0,$$

$$\text{где } (u, v) = \sum_{i=1}^{N-1} h u_i v_i, (u, v) = \sum_{i=1}^N h u_i v_i.$$

Соотношение (14) примет вид:

$$S_1 = h \sum_{i=1}^{N-1} (\nabla \psi_i^j, \delta v_i^j) = h \sum_{i=1}^{N-1} \{(\delta v_i^M \psi_i^M - \delta v_i^1 \psi_i^0 - (\psi, \Delta \delta y))\}.$$

Далее продолжим, рассмотрим правую часть (13)

$$\begin{aligned}
S_2 &= -\tau \sum_{j=1}^M h \sum_{i=1}^{N-1} \psi_{xx}^{j-1} \delta v_i^j = -\tau \sum_{j=1}^M h \sum_{i=1}^{N-1} (\Delta \psi_i^{j-1} - \nabla \psi_i^{j-1}) \delta v_i^j = \\
&= -\tau \sum_{j=1}^M h \sum_{i=1}^{N-1} \Delta \psi_i^{j-1} \cdot \delta v_i^j + \tau \sum_{j=1}^{M-1} h \sum_{i=1}^{N-1} \nabla \psi_i^{j-1} \cdot \delta v_i^j
\end{aligned}$$

Используя формулы суммирования по частям, и раскрывая суммы, получим

$$S_2 = -\sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^{N-1} \psi_i^{j-1} (\Delta \delta v_i^j - \nabla \delta v_i^j) - \tau \sum_{j=1}^M (-\delta v_0^j \psi_1^{j-1} + \psi_N^{j-1} \delta v_{N-1}^j - \delta v_N^j \psi_{N-1}^{j-1} + \psi_0^{j-1} \delta v_1^j)$$

Выделим разностные производные  $\psi_{x,0}$ ,  $\delta v_{x,0}$  для этого добавим и вычислим  $\delta v_0^j \psi_0^{j-1}$

$$\begin{aligned}
S_2 &= -\sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^{N-1} \psi_i^{j-1} (\Delta \delta v_i^j - \nabla \delta v_i^j) - \\
&- \tau \sum_{j=1}^M [-\delta v_0^j (\psi_1^{j-1} - \psi_0^{j-1}) + \psi_0^{j-1} (\delta v_1^j - \delta v_0^j) + \psi_N^{j-1} \delta v_{N-1}^j - \delta v_N^j \psi_{N-1}^{j-1}].
\end{aligned}$$

Используя условие (12), и задавая условия  $\delta v_{x,0} = 0$ , запишем последнее соотношение иначе:

$$S_2 = -\sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^{N-1} \psi_i^{j-1} (\Delta \delta v_i^j - \nabla \delta v_i^j) - \tau \sum_{j=1}^M [2\delta v_0^j (\psi_0^{j-1} - f^{j-1}) + \psi_N^{j-1} \delta v_{N-1}^j - \delta v_N^j \psi_{N-1}^{j-1}].$$

Проведем замену индексов  $j' = j-1$ , и задавая условия  $\delta v_N^j = 0$  и учитывая, что  $\psi_N^{j-1} = 0$ , получим

$$S_2 = -\sum_{j=0}^M \sum_{i=1}^{N-1} \psi_i^{j-1} (\delta v_{xx}^{j+1}) + 2\tau \sum_{j=1}^{M-1} \delta v_0^{j+1} (\psi_0^j - f^j) - 2\tau^2 \sum_{j=1}^{M-1} \delta v_0^j (\psi_0 - f).$$

Преобразуем выражение для  $S_1$ :

$$S_1 = \sum_{i=1}^{M-1} \left[ \delta v_i^M \psi_i^M - \delta v_i^1 \psi_i^0 - \tau \sum_{j=1}^{M-1} \psi_i^j \left( \frac{\delta y^{j+1} - \delta y^j}{\tau} \right) \right]$$

Для выражения  $S_3$  имеем:

$$S_3 = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=1}^M g_i \psi^{j-1} \delta v_i^j = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=0}^{M-1} g_i \psi^j \delta v_i^{j+1}$$

Таким образом, после ряда преобразований для  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ , соотношения (13) окончательно примет вид:

$$\delta \sigma_1^M \psi_i^M - \delta v_i^1 \psi_i^0 - \tau \sum_{j=1}^{M-1} \delta v_t \psi_i^j = -\sum_{j=0}^{M-1} \sum_{i=1}^{N-1} \psi_i^j \delta v_{xx}^{j+1} + \sum_{j=0}^{M-1} \sum_{i=1}^{N-1} g_i \psi^j \delta v_i^{j+1} + 2\tau \sum_{j=1}^{M-1} \delta v_0^j (\psi_0^{j-1} - f^{j-1}).$$

Для приращения  $\delta v_i$ , имеем задачу:

$$\begin{cases} \delta v_t = \delta v_{xx}^{j+1} - g_i \delta v_i^{j+1} - \delta g_i v_i^{j+1}, & i = \overline{1, N-1}, \quad j = \overline{0, M-1}, \\ \delta v_{x,0}^{j+1} = 0, & j = \overline{0, M-1}, \\ \delta v_N^{j+1} = 0, & j = \overline{0, M-1}, \\ \delta v_i^1 = 0, & i = \overline{1, N-1}. \end{cases}$$

*Замечание.* В полученной задаче исчезла вариация в  $(.) \delta v_i$ , т.е. начальное условие. Таким образом, вспомогательная разностная задача (8) не сопряжена к исходной разностной задаче.

*Вывод:*

1. Если использовать формальную аппроксимацию готовых формул, то необходимо пересчитать начальное условие заданное в  $(.) x^0$ , в точке  $x^1$  (используя например разностную аппроксимацию в  $(.) x^0$  исходного уравнения). А также необходимо задать условие для сопряженной задачи в  $(.) t_{N-1}$ , т.е.  $\psi^{N-1}$ . Так как попытка задать условие в  $(.) t_N$  - приводит к смещению начального условия исходной задачи на шаг.

2. Если использовать дискретную аппроксимацию, то в ней уже учтено, что для сопряженной задачи мы задаем условие в точке  $(.) t_{N-1}$ , и сдвига индекса для исходной задачи в начальном условии не происходит.

3. Если мы аппроксимируем исходную задачу неявной схемой, то происходит сдвиг индексов у градиента (либо у исходной или сопряженной), этом не влияет на конечный результат градиента (Было у многих мнение, что это главное, просто когда мы берем неявную схему происходит сдвиг индексов, а у явной схемы этого не происходит). Вся проблема заключена в краевом условии, поэтому главное учесть правило описанное в пунктах 1, или 2.

*Работа поддержана грантом МОН РК 1173/ГФ2 №1843 от 28.09.2012 г., №378 от 04.02.2013 г. и грантом ректора КазНПУ им.Абая №20 от 01.04.2013 г.*

1. А.Л. Карчевский. Корректная схема действий при численном решении обратной задачи оптимизационным методом // Сибирские электронные математические известия, т.5, 2008, С. 609-619.
2. К.Т. Исаков, Ж.О. Оралбекова. Дискретный аналог оптимизационного метода решения обратной задачи для параболического уравнения // Вестник КарГУ им. Е.А.Букетова, серия математика, №2(58), 2010, С.56-59.
3. К.Т. Исаков, Ж.О. Оралбекова. Технология построения сопряжено-согласованных разностных схем для оптимизационного метода // Вестник ЕНУ им.Л.Н.Гумилева, серия естественно-технических наук, №4 (89), 2012, С. 66-72.

# ДИФФЕРЕНЦИРУЕМОСТЬ ФУНКЦИОНАЛА НЕВЯЗКИ ПО КООРДИНАТЕ ТОЧКИ РАЗРЫВА ГОРИЗОНТАЛЬНО-СЛОИСТОЙ СРЕДЫ В ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ГЕОЭЛЕКТРИКИ

(<sup>1</sup> г. Алматы, КазНПУ имени Абая, <sup>2</sup> г. Новосибирск, Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, <sup>3</sup> г. Астана Евразийский национальный университет Л.Н. Гумилева)

Бұл жұмыста геоэлектрика теңдеуі үшін ауа әсері ескерілген тура және кері есептің қойылымы қарастырылды. Ортаның диэлектрлік өтімділігі мен өткізгіштігі тау жыныстарының жату тереңдігінен тәуелді деген болжаммен бастапқы есеп екінші ретті теңдеуге әкелінді. Тура және кері есепті шешу үшін қабаттық қайта есептеу әдісін қолдануға болады. Қарастырылған функционал үшін ортаның үзіліс нүктесінің координатасы бойынша оның дифференциалдануы дәлелденді.

В работе рассматривается постановка прямой и обратной задачи для уравнения геоэлектрики с учетом влияния воздуха. При предположении, что диэлектрическая проницаемость и проводимость среды зависят от глубины залегания пород, исходная задача сведена к уравнению второго порядка. Для решения прямой и обратной задачи применим метод послойного пересчета. Для рассматриваемого функционала доказана её дифференцируемость по координате точки разрыва среды.

In this work the formulation of the direct and inverse problem for the geoelectric equation are considered, which takes into account the influence of air. Assuming that the dielectric permittivity and conductivity of the medium depend on the depth of breeds, the initial problem is reduced to a second-order equation. For solving the direct and inverse problem the layering recalculation method is applicable. For the considered functional its differentiability with respect to a coordinate of gap point of medium is proved.

*Түйін сөздер:* Максвелл теңдеулер жүйесі, геоэлектриканың кері есебі, ауытқу функционалының дифференциалдануы

*Ключевые слова:* Система уравнений Максвелла, обратная задача геоэлектрики, дифференцируемость функционала невязки

*Keywords:* System of Maxwell equations, inverse geoelectric problem, differentiability of residual functional

Процесс распространения электромагнитных волн в среде описывается системой уравнения Максвелла [1]:

$$\begin{cases} \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} E - \operatorname{rot} H + \sigma E + j^{cm} = 0, & z \neq 0, & (x, y, z) \in R^3, \\ \mu \frac{\partial}{\partial t} H + \operatorname{rot} E = 0, & t > 0. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь:  $E = (E_1, E_2, E_3)^*$ ,  $H = (H_1, H_2, H_3)^*$  - векторы напряженности электрического и магнитного полей;  $\varepsilon, \mu$  - диэлектрическая и магнитная проницаемость среды;  $\sigma$  - проводимость среды;  $j^{cm}$  - плотность сторонних токов.

Рассмотрим геофизическую модель среды, состоящая из двух полупространств:  $R_-^3 = \{(x, y, z) \in R^3, z < 0\}$  - воздух;  $R_+^3 = \{(x, y, z) \in R^3, z > 0\}$  - земля.

Пусть источник стороннего тока  $j^{cm}$  имеет вид:

$$j^{cm} = (0, 1, 0)^* g(x) \delta(z) \theta(t), \quad (2)$$

где:  $g(x)$  - функция, описывающая поперечный размер источника по переменной  $x$ ,  $\delta(z)$  - дельта функция Дирака.

Задание стороннего тока в виде (2) соответствует мгновенному включению тока, параллельно оси  $y$ , по времени порядка 10-50 нс (наносекунд).

При предположении, что коэффициенты системы уравнений Максвелла не зависят от переменной  $x$ , и специальным выбором источника в виде (2), в системе останутся ненулевыми только три компоненты  $E_2, H_1, H_3$ . Исключив последние две компоненты, запишем окончательное уравнение:

$$\varepsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} E_2 + \sigma \frac{\partial}{\partial t} E_2 = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial x} E_2 \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial z} E_2 \right) + g(x) \delta(z) \theta'(t), \quad z > 0, t > 0, \quad (3)$$

$$E_2|_{t>0} = 0, \quad (4)$$

$$E_2|_{z=+0} = \varphi_{(1)}(x, t), \quad (5)$$

$$\left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial z} E_2 \right) \Big|_{z=+0} = \frac{\partial}{\partial t} \varphi_{(2)}(z, t). \quad (6)$$

Особо обострим внимание на условия (5), (6).

Условие (5) принимается как дополнительная информация (отклик среды).

Условие (6) неизвестно, но оно необходимо для решения прямой и обратной задачи в полупространстве  $\{z > 0\}$  - земля.

В данной ситуации поступаем так, как указано в [1], по известным данным  $\varepsilon, \mu$  в полупространстве  $\{z \leq 0\}$ , где  $\sigma = 0$  решаем прямую задачу:

$$\varepsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} E_2 = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial x} E_2 \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial z} E_2 \right) + g(x) \delta(z) \theta'(t), \quad z < 0, t > 0, \quad (7)$$

$$E_2|_{t<0} = 0, \quad (8)$$

$$E_2|_{z=+0} = \varphi_{(1)}(x, t). \quad (9)$$

В последней системе, известную дополнительную информацию (5), считаем как краевое условие для решения прямой задачи в области  $\{z < 0\}$  - воздух.

Данное обстоятельство можно будет использовать на наш взгляд, при решении обратной задачи в полуплоскости  $\{z > 0\}$  - земля, с учетом помех, который вызванный с различными помехами, улавливающий георадаром на дневной поверхности. С другой стороны, как указано в [1], это обстоятельство позволяет ограничиться при численном решении обратной задачи минимально возможной по размеру областью в плоскости  $\{z > 0\}$ .

При исследовании подповерхностных структур, в частности взлетно-посадочных участков, с физической точки зрения, можно предположить, что коэффициенты системы (3) не зависят от переменной  $x$ . Это оправдывается тем, что взлетно-посадочная полоса имеет геологический разрез расположенный слоями (пластами), причем заранее известными геоэлектрическими свойствами сред. Задача диагностики полосы состоит в определении изменений этой среды, возникающих, как правило, вследствие природных факторов либо иных повреждений.

Последнее приводит к трещинам или просадке рабочей полосы, что может привести к аварии, или иным последствиям.

При указанных обоснованных предположениях, применив преобразование Фурье  $F_x[\cdot]$ , к системе (7)–(9), а также аналогично к системе (3)–(6), запишем окончательную постановку задач.

В области  $\{z < 0\}$  - воздух, мы имеем следующую постановку прямой задачи: (назовем в дальнейшем ее постановку задачи В):

$$\varepsilon v_{tt} = \frac{1}{\mu} v_{zz} - \frac{\lambda^2}{\mu} v + \tilde{g}_\lambda \delta(z) \theta'(t), \quad z < 0, \quad (10)$$

$$v|_{t=0} = 0, \quad v_t|_{t=0} = 0, \quad (11)$$

$$v(0, t) = f_{(1)}(t), \quad (12)$$

здесь  $\lambda$  - параметр Фурье:

$$v(z, t) = F_x[E_z(x, 0, z, t)], \quad \tilde{g}_\lambda = F_x[g(x)], \quad f_{(1)}(t) = F_z[\varphi_{(1)}(x, t)].$$

В области  $\{z > 0\}$  - земля, примем следующую постановку прямой задачи (в дальнейшем назовем задачей Z):

$$\varepsilon v_{tt} + \sigma v_t = \frac{1}{\mu} v_{zz} - \frac{\lambda^2}{\mu} v - \tilde{g}_\lambda \delta(z) \theta'(t), \quad z > 0, \quad (13)$$

$$v|_{t=0} = 0, \quad v_t|_{t=0} = 0, \quad (14)$$

$$\frac{1}{\mu} v_z \Big|_{z=+0} = f_{(2)}(t). \quad (15)$$

Здесь краевое условие (15), есть результат решения прямой задачи В, в области  $\{z < 0\}$ , о котором было сказано выше.

Рассмотрим  $N_l$ -слойную среду с границами раздела  $z_m (m = \overline{0, N_l})$ ,  $z_0 = 0$ ;  $m$ -ый слой это интервал  $[z_{m-1}, z_m]$ , последний  $N_l + 1$  (подстилающий) слой - полупространство  $[z_{N_l}, \infty)$ , воздух - полупространство  $(-\infty, 0]$  [2].

Свойства каждого слоя характеризуются значениями диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_0 \varepsilon$ , проводимости  $\sigma$  и магнитной проницаемости  $\mu_0 \mu$ . Известно, что  $\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$  Ф/м и  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Г/м. Для достаточно широкого круга сред значение  $\mu = 1$ , а  $\varepsilon$  изменяется в интервале  $[1; 80]$ , поэтому будем полагать, что магнитная проницаемость является известной постоянной. По причине того что среда является горизонтально-слоистой,  $\varepsilon$ ,  $\sigma$  являются кусочно-постоянными функциями переменной  $z$  ( $z \in (-\infty, \infty)$ ).

Источник расположен над поверхностью на высоте  $z_*$  и является кабелем направленный вдоль оси  $y$ .

Для системы уравнений (13)-(15) применим преобразование Лапласа по временной переменной  $t$ :  $u(z, \omega) = \int_0^\infty e^{\omega t} v(z; \lambda, t) dt$ , и окончательно получим следующее уравнение:

$$u_{zz} - (\lambda^2 - \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon + i \omega \mu_0 \sigma) u = 0. \quad (16)$$

В точках разрыва среды считаем, что выполняются условия склейки

$$[u]_{z_k} = 0, \quad [u_z]_{z_k} = 0, \quad k = \overline{0, N_l}. \quad (17)$$

Источник сосредоточен в точке  $z_* < 0$ , что эквивалентно условиям склейки в этой точке

$$[u]_{z_*} = 0, \quad [u_z]_{z_*} = -\tilde{g}_\lambda \theta'(\omega). \quad (18)$$

Считаем, что имеют место условия затухания на бесконечности

$$u \rightarrow 0 \quad (x \rightarrow \pm\infty), \quad (19)$$

и относительно решения прямой задачи (16)-(19) известна дополнительная информация

$$u|_{x=0} = f(\omega, \lambda). \quad (20)$$

Здесь  $\lambda$  и  $\omega$  – параметры преобразования Фурье по переменным  $x$  и  $t$  соответственно, обозначение  $[\cdot]_z$  используется для склейки, т.е.  $[w]_z = w(z+0) - w(z-0)$ , и везде ниже черта над комплексной величиной будет обозначать комплексное сопряжение.

Обратная задача заключается в определении кусочно-постоянных функций  $\varepsilon$  и  $\sigma$ , если о решении прямой задачи (16)-(19) известна дополнительная информация (20).

**Теорема:** Существует производная функционала невязки по координате точки разрыва среды.

**Доказательство.** Доказательство дифференцируемости функционала невязки по координате точки разрыва среды заключается в следующем: доказывается, что производные справа и слева существуют и они равны между собой (см. также работы [3]-[5]).

$$f'(z_s) = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{f(z_s + \Delta z) - f(z_s)}{\Delta z}.$$

Функционал невязки:

$$J[z_s] = \sum_{\omega} |u^0 - f|^2.$$

$\chi$  - кусочно-постоянная,  $\chi = \omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon \mu - i \omega \mu \sigma$ ,  $r^2 = \lambda^2 - \chi$ .

Введем  $\chi_+$ , её разрывы в точках совпадают с  $\chi$  кроме местоположения разрыва в точке  $z_s$ .

$\chi \sim u$

$\chi_+ \sim u_+$

$$\frac{J[z_s + h] - J[z_s]}{h} = \frac{1}{h} \sum_{\omega} \left[ (u_+^0 - f)(\overline{u_+} - \overline{f}) - (u^0 - f)(\overline{u^0} - \overline{f}) \right]. \quad (21)$$

Здесь и везде ниже черта сверху обозначает комплекснозначное сопряжение. В выражении (21) добавим и отнимем  $\pm (u_+^0 - f)(\overline{u^0} - \overline{f})$ . В результате получим:

$$\frac{J[z_s + h] - J[z_s]}{h} = \frac{1}{h} \sum_{\omega} \left[ (u_+^0 - f)(\overline{u_+} - \overline{u^0}) + (u_+^0 - u^0)(\overline{u^0} - \overline{f}) \right]. \quad (22)$$

Введем обозначения  $\frac{u_+^0 - u^0}{h} = w_h$ .

Для (22) необходимо доказать предельный переход:

$$\begin{aligned} \frac{J[z_s + h] - J[z_s]}{h} &= \sum_{\omega} \left[ (u_+^0 - f) \overline{w_h} + w_h (\overline{u^0} - \overline{f}) \right] \xrightarrow{h \rightarrow 0} \sum_{\omega} \left[ (u_+^0 - f) \overline{w} + w (\overline{u^0} - \overline{f}) \right] = \\ &= \sum_{\omega} 2 \operatorname{Re} \left( (\overline{u^0} - \overline{f}) w \right) \end{aligned} \quad (23)$$

(когда  $h \rightarrow 0$   $\chi_+ \rightarrow \chi$ ,  $u_+ \rightarrow u$ ).

Нетрудно получить постановку задачи для функции  $w_h$ :

$$\begin{cases} (w_h)_{zz} - r_+^2 w_h - \frac{\Delta r^2}{h} u = 0, \\ [(w_h)_z]_{z_k} = 0, & [w_h]_{z_k} = 0, \\ w_h \xrightarrow{z \rightarrow \pm \infty} 0. \end{cases} \quad (24)$$

$$\Delta r^2 = (\lambda^2 - \omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon_+ \mu - i \omega \sigma_+ \mu) - (\lambda^2 - \omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon \mu - i \omega \sigma \mu) = \omega^2 \varepsilon_0 \mu [\varepsilon]_{z_s} - i \omega \mu [\sigma]_{z_s}.$$

Введём функцию на рассмотрение  $\frac{dw_h}{dz} = v$ .

Тогда дифференциальное уравнение из (24) сводится к системе дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} v \\ w_h \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & r_+^2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w_h \end{bmatrix} = \frac{\Delta r^2}{h} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ или } \frac{d}{dz} U - AU = F.$$

Пусть  $U|_{z=z_s-0} = U_s = U|_{z=z_s+0}$ , последнее равенство имеет место в силу условий склейки для функций  $v$  и  $w_h$ .

Используя метод вариации произвольной переменной, напомним решение:

$$U(z) = e^{A(z-z_s)} U_s + e^{A(z-z_s)} \int_{z_s}^z e^{-A(\xi-z_s)} \frac{\Delta r^2}{h} u(\xi) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} d\xi, \quad z \in [z_s, z_s + h].$$

Положим  $z = z_s + h$ , тогда  $U|_{z=z_s+h-0} = e^{Ah} U_s + e^{Ah} \int_{z_s}^{z_s+h} e^{-A(\xi-z_s)} \frac{\Delta r^2}{h} u(\xi) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} d\xi.$

Так как  $u$ ,  $w$  непрерывны, то получим  $U|_{z=z_s+h-0} = U|_{z=z_s+h+0}$ .

Запишем разницу  $U|_{z=z_s+h+0} - U|_{z=z_s-0} = (e^{Ah} - E)U_s + e^{Ah} \cdot \frac{1}{h} \int_{z_s}^{z_s+h} e^{-A(\xi-z_s)} \Delta r^2 u(\xi) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} d\xi.$

Здесь можно перейти к пределу при  $h \rightarrow \infty$ . Поскольку под интегралом непрерывная функция, получим:

$$\begin{aligned} U|_{z=z_s+h+0} - U|_{z=z_s-0} &= (e^{Ah} - E)U_s + e^{Ah} \cdot \frac{1}{h} \int_{z_s}^{z_s+h} e^{-A(\xi-z_s)} \Delta r^2 u(\xi) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} d\xi \\ &\quad \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \\ &\quad E \qquad \qquad \qquad \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta r^2 u|_{z=z_s}, \quad h \rightarrow 0 \end{aligned}$$

Таким образом, скачок матрицы  $U$  равен:

$$[U]_{z_s} = \Delta r^2 u|_{z=z_s} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad [U]_{z_s} = \begin{bmatrix} w_z \\ w \end{bmatrix},$$

где

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} - r^2 w = 0, \\ \left[ \frac{\partial w}{\partial z} \right]_{z_k} = 0, \quad k = \overline{1, s-1}, \quad k = \overline{s+1, N} \quad (k \neq s), \\ \left[ \frac{\partial w}{\partial z} \right]_{z_s} = (\omega^2 \varepsilon_0 \mu [\varepsilon]_{z_s} - i \omega \mu [\sigma]_{z_s}) \cdot u|_{z=z_s}, \\ [w]_{z_k} = 0, \quad k = \overline{1, N}. \end{cases} \quad (25)$$

$w$  - предел  $w = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{u_f - u}{h}.$

Следовательно, доказали существование производной функционала невязки  $J'[z_s]$  справа.

Введем функцию  $w_h = \frac{u_- - u}{h}$ , которая, как нетрудно видеть, удовлетворяет задаче:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 w_h}{\partial z^2} - r_-^2 w = \frac{\Delta r^2}{h}, \\ \left[ \frac{\partial w_h}{\partial z} \right]_{z_k} = 0, \quad [w_h]_{z_k} = 0, \\ w_h \xrightarrow{z \rightarrow \pm\infty} 0. \end{cases} \quad (26)$$

Перепишем (26) в виде системы двух уравнений:

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} v \\ w_h \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & r_-^2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w_h \end{bmatrix} = \frac{\Delta r^2}{h} u \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{или} \quad \frac{\partial}{\partial z} U - AU = F, \quad (27)$$

где  $v = \frac{\partial w}{\partial z}$ .

Пусть  $U|_{z=z_s+0} = U_s = U|_{z=z_s-0}$ , как и ранее, последнее равенство имеет место в силу условий склейки для функций  $v$  и  $w_h$ . Решаем уравнение (27) на интервале  $[z_s - h, z_s]$ , тогда решение уравнения получим в следующем виде:

$$U(z) = e^{A(z-z_s)} U_s + e^{A(z-z_s)} \int_{z_s}^z e^{-A(\xi-z_s)} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \frac{\Delta r^2}{h} u(\xi) d\xi;$$

и

$$U|_{z=z_s-h+0} = e^{-Ah} U_s + e^{-Ah} \int_{z_s}^{z_s-h} e^{-A(\xi-z_s)} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \frac{\Delta r^2}{h} u(\xi) d\xi.$$

В силу условий склейки  $U|_{z=z_s-h+0} = U|_{z=z_s-h-0}$ . Запишем разность и осуществим предельный переход по  $h$ :

$$\begin{array}{ccc} U|_{z=z_s+0} - U|_{z=z_s-h-0} = (E - e^{-Ah}) U_s + e^{-Ah} \int_{z_s}^{z_s-h} e^{-A(\xi-z_s)} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \frac{\Delta r^2}{h} u(\xi) d\xi \\ \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \\ E \qquad \qquad \qquad - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta r^2 u|_{z=z_s}, \quad h \rightarrow 0 \end{array}$$

$$[U]_{z_s} = -\Delta r^2 u|_{z=z_s} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

По определению  $[U]_{z_s} = \begin{bmatrix} \frac{\partial w}{\partial z} \\ w \end{bmatrix}_{z_s}$ , где

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} - r^2 w = 0, \\ [w]_{z_k} = 0, \quad k = \overline{1, N}, \\ \left[ \frac{\partial w}{\partial z} \right]_{z_k} = 0, \quad k = \overline{1, s-1}, \quad k = \overline{s+1, N} \quad (k \neq s), \\ \left[ \frac{\partial w}{\partial z} \right]_{z_s} = (\omega^2 \varepsilon_0 \mu [\varepsilon]_s - i \omega \mu [\sigma]_s) \cdot u|_{z=z_s}. \end{cases}$$

Следовательно, доказали существование производной функционала невязки  $J'[z_s]$  слева.

Очевидно, что производные слева и справа равны, следовательно, производная существует и даётся формулой (23), где функция  $w$  есть решение задачи (25).

Для решения прямой и обратной задачи (16)-(20) используем метод послойного пересчета [2].

*Работа поддержана грантом МОН РК 1173/ГФ2 №1843 от 28.09.2012 г., №378 от 04.02.2013 г. и грантом РФФИ 12-01-00773 и совместным проектом 12-2013 между СО РАН и НАН Украины.*

1. В.Г. Романов, С.И. Кабанихин. Обратные задачи геоэлектрики, М.: Наука, 1991, 303 с.
2. A.L. Karchevsky. Reconstruction of pressure velocities and boundaries of thin layers in thinly-stratified layers. J. Inv. Ill-Posed Problems, 2010, n.4, P.371-388.
3. А.Л. Карчевский. Горизонтально-слоистая среда: дифференцирование по координате точки разрыва среды // Технологии сейсморазведки, 2011, № 3, С.17-22.
4. А.Л. Карчевский. Восстановление продольной и поперечной скоростей и границ тонких слоёв в тонкослоистой пачке // Сибирский журнал вычислительной математики, 2012, т. 15, № 1, С. 67-82.
5. Zh.O. Oralbekova, K.T. Iskakov and A.L. Karchevsky. Existence of the residual functional derivative with respect to a coordinate of gap point of medium // International Journal of Applied and Computational Mathematics, 2013, v.12, №2.

UDK 665.64

**A.T. Rakhymova, B.E. Bekbauov**

## **OCTANE CRACKING KINETICS IN GEOLOGICAL RESERVOIR**

*(Almaty, Al-Farabi Kazakh National University)*

Мұнай крекингін меңгеру мұнай кенорындарын жылу әдістерін қолдануда пласттың өнімділігін жоғарылатуда қажет. Бұл жұмыста көмірқышқылдардың 250С температурада термалды ыдырауы сипатталады. Мұнай үш түрлі күйде берілген: алкендер тобы, жеңіл және ауыр алкандар тобы. Ыдырау кинетикасы бірінші ретті элементар реакциямен сипатталған және Аргениус заңына тәуелді. Барлық реакциялар 19 химиялық компоненттен тұратын октан ыдырау реакциясын қамтиды. Механизм ыдырау жіне бірігу реакцияларымен орындалады.

Знание крекинга нефти необходимо в разработке нефти с применением тепловых методов для повышения нефтеотдачи пластов. Эта статья описывает термический распад углеводородов при температуре 250С. Нефть представлена тремя фракциями: группа алкенов, легкие и тяжелые группы алканов. Кинетика распада описывается сбалансированной элементарной реакцией первого порядка и подчиняется закону Аргениуса. Все реакции содержат крекинг октана с 19 химическими компонентами. Механизм выполняется реакциями разложения и присоединения.

A knowledge of oil cracking is necessary in oil exploration for application of the thermal methods of enhanced oil recovery. This paper describes a thermal decomposition of hydrocarbon at temperature 250°C. The petroleum is represented by three fractions: alkenes, light and heavy alkanes. The cracking is described by a balanced elementary reaction

governed by first order kinetics and obeying Arrhenius law. The reaction network contains octane cracking reactions with 19 chemical components. The mechanism is generated by decomposition and addition reactions.

*Түйін сөздер:* Термалды ыдырау, мұнай крекингі, октан, крекинг кинетикасы

*Ключевые слова:* Термальный распад, крекинг нефти, октан, кинетика крекинга

*Keywords:* Thermal decomposition, oil cracking, octane, cracking kinetics

**Introduction.** For several decades, numerous efforts have been devoted to the kinetics of thermal evolution of organic compounds. From a scientific point of view, this is necessary to understand the geological carbon cycle. From an economical as well as scientific standpoint, this is necessary to predict the commercial value of a suspected oil field. Besides providing information on the evolution of oil composition during thermal treatment, artificial maturation allows investigation of the actual chemical reactivity of organic material [1-3].

Since hydrocarbons are thermodynamically unstable at any depth [4], the cracking of oil into lighter components is obviously controlled by chemical kinetics. Compared with the vast literature on the cracking of hydrocarbons close to atmospheric pressure in refinery conditions [5], few kinetic models have been produced to describe the experimental cracking of complex mixtures under pressure [6].

Modeling hydrocarbon generation, migration, accumulation, and preservation is essential for determining the quantity, composition and distribution of petroleum reserves in a basin. Petroleum hydrocarbons are in the thermodynamic disequilibrium under geologic conditions and constantly evolve towards more stable forms which include simple gases, aromatic compounds and so on. As a result, black oils which survive in shallower reservoirs may turn into lighter oils, condensates, or gases in progressively limit is, therefore, essential for evaluating the economics of deep petroleum accumulations. Basin simulators that predict fluid generation and migration in petroleum systems use kinetic schemes of oil and gas production based on pyrolysis of source rock samples. It is accepted that petroleum decomposition with increasing temperature in geological conditions is governed by kinetics [7]. Kinetic models attempting to predict the thermal transformations of crude oils and of their precursors in sedimentary basins are generally based on first order reactions whose rate constants follow an Arrhenius law [8]. It is known, the oil migration and accumulation are very important to recovery of deposits. For this scientists have investigated a lot of experiments and simulations.

### Basic Kinetic Scheme of Oil Cracking

The kinetic scheme of oil cracking can be modeled as a first order chemical reaction, in which the rate of degradation  $dc/dt$  is proportional to the concentration  $c_0$  of oil

$$dC_0/dt = -k_0 C_0 \quad (1)$$

The rate constant  $k$  is described by the Arrhenius equation

$$k_0 = A_0 \exp(-E_0/RT) \quad (2)$$

where  $A$  - is the frequency factor (in  $s^{-1}$ )

$E$  - is the activation energy (in  $J mol^{-1}$ )

$R$  - is the universal gas constant ( $8.31441 J mol^{-1} K^{-1}$ )

$T$  - is absolute temperature ( $K$ ).

For a given chemical reaction,  $A$  may be conceptually considered to be proportional to the vibrational frequency of the reactant molecules, whereas  $E$  is proportional to the bond energy. Oils are complex mixtures of molecules, some with as few as six carbon atoms, some with 40 or more or more, belonging to various compound classes: alkanes, alkenes, aromatics,

etc. In principle, knowledge of specific  $A$  and  $E$  parameters for each oil cracking reaction is required for precise calculation of the extent of oil degradation at a given level of thermal stress. Some petroleum geochemical cracking models have treated oil as a single component degrading according to the kinetic laws of Equations (1) and (2) [9, 10].

This paper presents a kinetic model for cracking of octane in reservoir conditions. To determine how the oil compositions change we simulate on Eclipse at temperature  $T=250^{\circ}\text{C}$  and pressure  $P=200$  bar. We inject a certain amount of octane and investigate occurrence of reactions and changes in oil composition, the initial composition of octane is 100%. We consider two types of mechanisms: first is primary mechanism, the decomposition of octane on alkenes of range C2-C7 and alkanes of range C1-C6; second is secondary mechanism, octane is reacted with alkenes and compounds heavy components of range C10-C15. We assume that our reservoir is homogeneous with constant porosity (20%). Values of frequency factor ( $A$ ) and activation energy ( $E$ ) are given, and reaction rate ( $k$ ) is calculated from Arrhenius equation.

Reaction mechanism. The reaction mechanism used here is reported in Table 1. It consists of 12 first-order free radical reactions.

Table 1 - **Radical Mechanism Used to Simulate Octane Pyrolysis**

| <b>Primary Mechanism</b>   |    |       |    |        | <b>A [1/s]</b> | <b>E [kJ/mol]</b> |
|----------------------------|----|-------|----|--------|----------------|-------------------|
| C8H18                      | => | C2H4  | +  | C6H14  | 1.18E+17       | 70500             |
| C8H18                      | => | C3H6  | +  | C5H12  | 1.18E+17       | 70500             |
| C8H18                      | => | C4H8  | +  | C4H10  | 1.18E+17       | 70500             |
| C8H18                      | => | C5H10 | +  | C3H8   | 1.18E+17       | 70500             |
| C8H18                      | => | C6H12 | +  | C2H6   | 1.18E+17       | 70500             |
| C8H18                      | => | C7H14 | +  | CH4    | 1.18E+17       | 70500             |
| <b>Secondary Mechanism</b> |    |       |    |        |                |                   |
| C8H18                      | +  | C2H4  | => | C10H22 | 1.77E+15       | 49500             |
| C8H18                      | +  | C3H6  | => | C11H24 | 1.77E+15       | 49500             |
| C8H18                      | +  | C4H8  | => | C12H26 | 1.77E+15       | 49500             |
| C8H18                      | +  | C5H10 | => | C13H28 | 1.77E+15       | 49500             |
| C8H18                      | +  | C6H12 | => | C14H30 | 1.77E+15       | 49500             |
| C8H18                      | +  | C7H14 | => | C15H32 | 1.77E+15       | 49500             |

## Results and Discussion

The present model was developed by using Eclipse. Octane was selected to estimate the cracking mechanism in 11098 years of time period. By using given data we simulated cracking process. Octane was presented in all 12 reactions. Therefore, on figure 1, his rate decreased linearly. In first 6 reactions octane decomposed on alkenes and light alkanes. We observed that these reactions have the same curve, because all of them have same rate constant, frequency factor and activation energy. Figure 2 shows the alkenes, this curve explains that their concentration has the constant value. From octane decomposition we also obtained light alkanes, figure 3 shows the linearly increased curve. Further, in second 6 reactions octane reacted with alkenes (addition reactions) and produced heavy components. Figure 4 shows the result of heavy alkanes production. In this addition part also curves are similar, because like in decomposition part, for these 6 reactions we have same rate constant, frequency factor and activation energy.

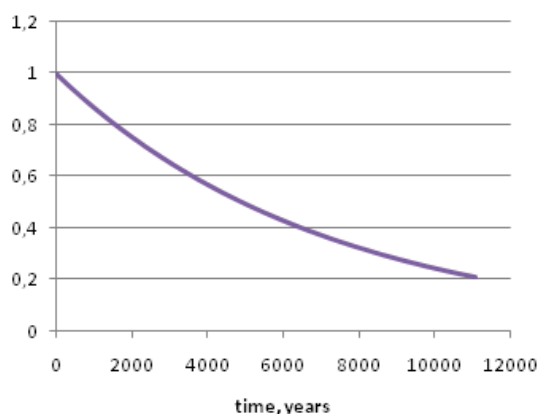


Fig.1. Concentration of octane versus time

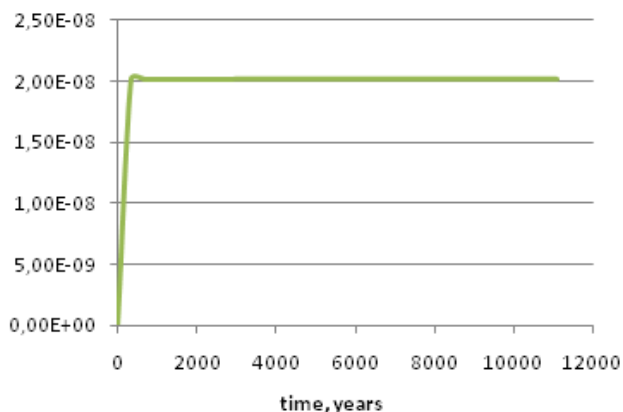


Fig.2. Concentration of alkenes (C2-C7) versus time

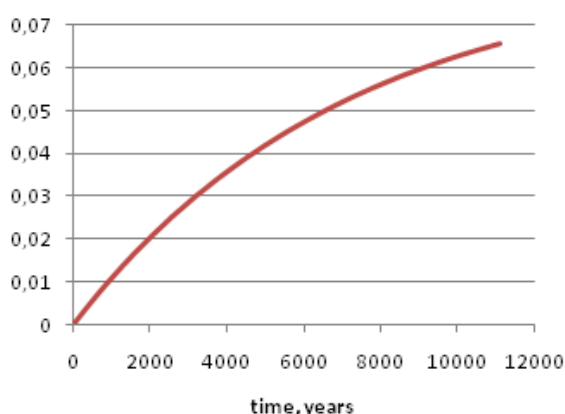


Fig.4. Concentration of heavy alkanes (C10-C15) versus time

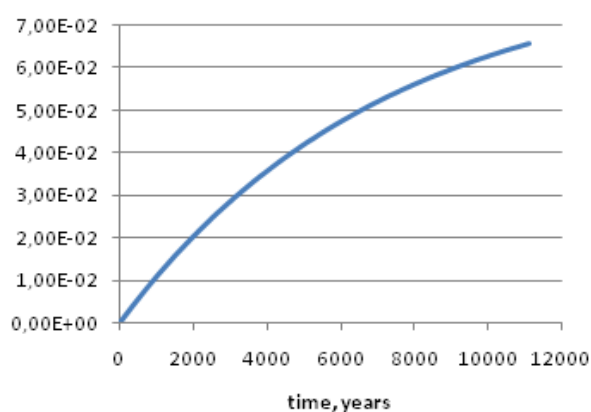


Fig.3. Concentration of light alkanes (C1-C6) versus time

In conclusion we can say that simulation on Eclipse allows us to predict what can happen in deep subsurface. Knowing possible prediction researchers can able to estimate oil reservations, types and also it helps to know which method of exploration can be useful for different types of petroleum.

Advantage of this study is to define the direction of future work needed to improve the compositional cracking. Also by using an extended data including model compounds to recover other cracking models which can able to better observe hydrocarbon compositions for various sedimentary basins.

1. Behar F., Pelet R. (1988). Hydrogen-transfer reactions in the thermal cracking of asphaltenes. *Energy and Fuels* 2, P.259–264.
2. Michels R., Langlois E., Ruau O., Mansuy L., Elie M., Landais P. (1996). Evolution of asphaltenes during artificial maturation: a record of the chemical processes. *Energy and Fuels* 10, P.39–48.
3. Monthioux M. (1988). Expected mechanisms in nature and in confined-system pyrolysis. *Fuel* 67, P.843–848.
4. Takach N.E., Barker C. and Kemp M.K. (1987). Stability of natural gas in the deep subsurface: thermodynamic calculation of equilibrium compositions. *AAPG Bull.* 71(3), P. 322-333.
5. Benzon S.W. (1976). *Thermochemical Kinetics*, 2nd edn. Wiley, New York.

6. Burghnam A.K. and Braun R.L. (1985). General kinetic model of oil shale pyrolysis. In situ 9(1), P. 1-23.
7. Vandembourke M, Behar F, Rudkiewicz J.L. (1999). Kinetic modeling of petroleum formation and cracking: implications from the high pressure/ high temperature Elgin Field (UK, North Sea). Organic Geochemistry 30, P.1105-1125.
8. Ungerer P., Behar F., Villalba M., Heum O.R. and Audibert A. (1988). Kinetic modeling of oil cracking. Advances in Organic Geochemistry. 13, P 857-868.
9. Tissot B.P. and Welte D.H. (1984). Petroleum formation and occurrence. 2nd edn, Springer Verlag, New York.
10. Burghnam A.K. and Sweeney J.J. (1991). Modelling the maturation and migration of petroleum. In: Source and Migration Processes and Evaluation Techniques. Am. Assoc. Petrol. Geol. Treatise Petrol. Geol. / Handbook of Petroleum Geology, P. 55-63.

УДК 519.711.3 (018)

**Б.Д. Сыдыхов, С.А. Омарова**

## **ОСНОВЫ ИНФОРМАЦИОННО-КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ СПЕЦИАЛИСТОВ**

*(г.Алматы, КазНПУ имени Абая)*

Бұл мақалада студенттерді ақпараттық-компьютерлік модельдеу негізінде оқытудың теориялық, әдістемелік ерекшеліктері қарастырылады. Ақпараттық технологиялардың дамуы мен оларды арнайы пәндерді оқытуда қолдану деңгейі арасындағы қарама-қайшылықтың пайда болуы, қалыптасқан жағдайға байланысты тиімді білім беру технологияларын іздеу өзекті мәселе болып табылады. Бұл мәселені шешудің бір жолы ақпараттық-компьютерлік модельдеу негізінде білімді қалыптастыру арқылы оқытудың әдістемелік жүйесін құрумен байланысты. Ақпараттық модель сезімдік және теориялық ойлау негізінде табиғи немесе арнайы тілдер көмегімен пәнді нақты сипаттау болып табылады. Ақпараттық-компьютерлік модель ақпараттық модельдермен берілген құбылыстар мен пәндер туралы кәсіби білімді жалпылау нәтижесін қарастырады.

This work shows us theoretical methodical aspects of teaching students on basis of informational-computering modeling. The development of science and new technologies, computerization of all branches of industry, science and education require the introduction of new facilities and the creation of information technologies on the one hand, and on the other, in connection with the challenges of professionals with their application, a new approach in the training of future professionals .

A consequence of the existence of the contradiction between the level of development of information technology and the level of their application in teaching special subjects is the problem of searching in the circumstances of more effective educational technology

*Түйін сөздер:* ғылым, жаңа технологиялар, компьютерлендіру, жаңа ақпараттық технологиялар, мамандар

*Ключевые слова:* наука, новые технологии, компьютеризация, новые информационные технологии, специалисты

*Keywords:* science, new technology, computerization, new information technologies, experts

Развитие науки и новых технологий, компьютеризация всех отраслей промышленности, науки и образования требуют внедрения и создания средств новых

информационных технологий с одной стороны, а с другой, в связи с возникновением проблем в деятельности специалистов с их применением, нужен новый подход в профессиональной подготовке будущих специалистов.

Следствием существования противоречия между уровнем развития информационной технологии и уровнем применения их в обучении специальным дисциплинам является проблема поиска в сложившихся условиях более эффективных образовательных технологий. Один из путей решения проблемы связан с созданием методической системы обучения методам формализации знаний на основе информационно-компьютерного моделирования. Информационная модель есть точное описание предмета изучения с помощью естественных или специальных языков, которая опирается на чувственное и теоретическое мышление. Информационно-компьютерная модель рассматривается как результат обобщения профессиональных знаний о предметах и явлениях, представленных в информационной модели.

Целью исследования является теоретико-методологическое и научно-методическое обоснование профессиональной подготовки будущих специалистов в процессе обучения на основе информационно-компьютерного моделирования, совершенствование его методики, проверка ее эффективности в опытно-экспериментальной работе и представление научно-методических рекомендаций.

В настоящее время приоритетным становится образование, основанное на учебно-воспитательном и развивающем воздействии компьютерных средств опосредованного общения, позволяющих трансформировать информацию, видоизменять ее объем, форму, знаковую систему и материальный носитель, исходя из целей педагогического взаимодействия. Роль этих дидактических средств, помимо передачи знаний и социального опыта новым поколениям, - формирование информационной культуры, адекватной техническому развитию общества. Функцию формирования информационно-компьютерной культуры в содержании образования можно реализовать двояко. Во-первых, в рамках учебных курсов информатики, где информационные компьютерные средства и технологии является целью изучения. Здесь формируются не только знания об устройстве компьютеров, навыков программирования и работы с программными средствами, но также и общее понимание роли информации в современном мире, ее значения как продукта и средства развития общества. Во-вторых, информационно-компьютерное образование должно стать проникающим компонентом если не всех, то большинства дисциплин высшей школы.

Информационно-компьютерное моделирование, введенное в структуру содержания образования как средство преподавания дисциплины и используемое студентами и преподавателями в повседневной учебной, научно-исследовательской и проектной деятельности, будет формировать и закреплять знания и умение, полученные при изучении общеобразовательных или специальных курсов. Данный подход развивается в концепцию распределенного изучения информационных и компьютерных технологий. Необходимость разработки и изучения информационно-компьютерных средств и технологий как самих по себе, так и в составе учебно-методических комплексов многих дисциплин становится условием адаптации системы высшего образования к требованиям формирующегося информационного общества.

Достижения в области создания и развития принципиально новых педагогических технологий, основанных на реализации возможностей информационных, компьютерных технологий, позволяет разрабатывать и использовать педагогические программные средства, ориентированные на выполнение разнообразных видов учебной деятельности.

Основными принципами новых технологий является: интерактивный режим работы с компьютером; интегрированность с другими программными продуктами; гибкость процесса изменения, как исходных данных, так и постановки задач.

Применение в учебном процессе информационно-компьютерного моделирования в обучении привели к новым направлениям в образовании, стали базисом инновационного обучения. Они изменили мышление будущего специалиста и явились составляющей инновационной педагогической деятельности для создания новой методологии деятельности и образования. С одной стороны, информационно-компьютерное моделирование требует создания условий для полноценной реализации принципов дидактики, т.е. наглядность, доступность, индивидуализация, сознательность и активность, а с другой, это инновационные технологии в образовании. В этой связи важна взаимосвязь специалистов в области вычислительной техники и профессорско-преподавательского состава, мотивированного на овладение компьютерными программами. Следовательно, внедрение в учебный процесс информационно-компьютерного моделирования создает проблемы в их реализации и развитии в педагогической среде. В профессиональном образовании они приобретают актуальность для развития самого педагога, что является критерием инновационной деятельности.

При определении роли и места информационно-компьютерного моделирования в формировании понятий будем придерживаться положений о моделировании и компьютерном моделировании, отраженных в работах С.Бешенкова, М.П.Лапчика, И.Г.Захаровой и Е.В.Михеевой. Модель – это новый объект, который отражает некоторые стороны изучаемого объекта или явления, существенные с точки зрения цели моделирования. А моделирование – это построение моделей реально существующих объектов (предметов, явлений, процессов); замена реального объекта его подходящей копией; исследование объектов познания на их моделях.

Информационное моделирование – это процесс, включающий деятельность субъекта по анализу проблемы и целеполаганию, умение на каждом шагу решения проблемы критически осмыслить информацию, определить целесообразность выбранных методов решения проблемы, выразить информацию в знаковых конструкциях. С точки зрения педагогики информационное моделирование рассматривается как инструмент познания, как средство обучения и как объект изучения. В современной практике образования для информационного моделирования все чаще используются компьютерные технологии.

Проведенные нами анализ научной литературы и существующей практики по введению информационно-компьютерного моделирования в учебный процесс вуза позволяют сделать вывод, что необходимо изначально разрабатывать комплексные, образовательные, автоматизированные информационные системы.

Теоретические аспекты информационно-компьютерного моделирования обучения предполагают:

1) *информационную и компьютерную грамотность.* Информационная грамотность подразумевает изучение основных правил получения, хранения и обработки информации, а также умение пользоваться конкретными приемами и реализации. К компьютерной грамотности следует отнести умение работать с персональным ЭВМ;

2) *применение ЭВМ в учебном процессе.* Использование компьютеров в учебном процессе позволяет выделить важное направление их использования как средства обучения – моделирование изучаемых явлений, процессов и объектов. Одним из наиболее распространенных видов компьютерных технологий обучения являются вычислительные процедуры, реализуемые с помощью ЭВМ. Как правило, компьютер

применяется для выполнения индивидуальных, домашних заданий, курсового или дипломного исследования, в научно-исследовательской работе, для проведения самостоятельной работы под руководством преподавателя и для интерактивных занятий. Вычислительные работы в компьютерных технологиях обучения должны обеспечиваться с помощью пакетов, которые реализуют модели, соответствующие данной задаче и сопровождают наборы вычислительных и моделирующих программ. Такая схема позволяет студентам не только осваивать различные алгоритмы и методики решения конкретных задач, но и развивать исследовательские навыки;

3) *информационно-компьютерное моделирование и прогнозирование.* Визуализация математического моделирования реальных процессов стала возможной только с применением компьютеров. Благодаря этому, будущие специалисты могут за годы учебы в вузе получить навыки проектирования на базе современных информационных технологий;

4) *пакет компьютерных обучающих программ.* Они представляют собой программы, предназначенные для изучения какой-либо дисциплины или ее разделов с помощью компьютера в интерактивном режиме. Являясь перспективным направлением компьютерных технологий обучения, компьютерная обучающая программа содержит теоретический материал и блоки, позволяющие определить качество его усвоения обучающимся. Наличие обратной связи способствует формированию модели самим обучающимся и делает возможным полное усвоение предлагаемого материала. Эти дидактические особенности весьма эффективны применительно к изучению тех дисциплин, в учебном плане которых значительный объем теоретических сведений подкрепляется небольшим количеством практических занятий.

Внедрение информационно-компьютерного моделирования создает предпосылки для интенсификации учебного процесса. Они позволяют широко использовать на практике психолого-педагогические разработки, обеспечивающие переход от механического усвоения знаний к овладению умением самостоятельно приобретать новые знания. Информационно-компьютерное моделирование способствует раскрытию, сохранению и развитию личностных качеств обучаемых. Однако их использование в учебном процессе будет эффективным только в том случае, если будет сформировано правильное представление о месте и роли информационно-компьютерного моделирования в учебном процессе.

Итак, организация профессиональной подготовки будущего специалиста в вузе предполагает использование информационно-компьютерного моделирования в качестве:

- Средства обучения, обеспечивающего как оптимизацию процесса познания, так и формирование индивидуального стиля профессиональной деятельности;
- Предмета изучения – знакомство с современными методами обработки информации, учитывающие специфику организации информационных процессов в профессиональной среде;
- Инструмента решения профессиональных задач, обеспечивающих формирование умений принятия решений в современной информационной среде, т.е. определение, организация и поиск профессионально важной информации, выбор средств, адекватных поставленной задаче, использование полученных результатов для оптимизации процесса решения профессиональных задач.

На основе проведенного исследования мы можем выносить следующие положения:

1. Концепция профессиональной подготовки специалистов, утверждающая о том, что в основу профессиональной подготовки будущих специалистов на основе информационно-компьютерного моделирования в процессе обучения относятся

теоретико-методологические основы, философские положения совместимости между природой и обществом, дидактика, теория познания, личностные, методические, деятельностные теории, информационные теории.

2. Структурно-содержательная модель формирования профессиональных умений и навыков будущих специалистов в процессе обучения информационно-компьютерному и математическому моделированию.

3. Обоснование научно-методических основ обучения на информационно-компьютерное и математическое моделирование для усовершенствования качества системы подготовки будущих специалистов в вузе.

4. Реализованы условия профессиональной подготовки будущих специалистов на основе информационно-компьютерного моделирования: *содержательной* – созданием на основе концепции определены программы, учебники, средства обучения; *организационной* – применением в учебно-воспитательном процессе форм, приемов и методов обучения; *методической* – определяется опытно-экспериментально обоснованными работами.

5. Совершенствованная методика профессиональной подготовки на основе информационно-компьютерного моделирования будущих специалистов;

6. Дидактические основы комплексного обеспечения учебными материалами профессиональной подготовки будущих специалистов на основе информационно-компьютерного моделирования совершенствует профессиональное знание, умение и навыки по применению информационно-компьютерной технологии студентов.

Результаты исследования могут быть использованы в профессиональной подготовке будущих специалистов в качестве материала при обучении профессиональным дисциплинам.

Именно поэтому сегодня является очень актуальной и перспективной разработка программ и технологий обучения информационно-компьютерному моделированию, интегрированных с образовательными областями. Чем выше будет готовность к самоуправлению познавательным процессом в информационной среде, тем успешнее будет личностный рост обучаемого, его социальная востребованность. В целом закрепляется стиль деятельности, адекватный уровню общей информатизации сферы образования.

1. Захарова И.Г. Информационные технологии в образовании. Учеб. пособие для студ.высш.учеб.заведений. М.:ИЦ «Академия», 2005. 192с.
2. Михеева Е.В. Информационные технологии в профессиональной деятельности. М.:Академия, 2006. -384с.
3. Педагогика профессионального образования. Под редакцией В.А.Сластенина. М.:Академия, 2004. -368с.
4. Бешенков С., Ракитина Е. Моделирование и формализация. Методическое пособие. М.:ЛБЗ, 2002. -336 с.
5. Лапчик М.П., Семакин И.Г., Хеннер Е.К. Методика преподавания информатики. М.: Академия, 2001.-624 стр.
6. Попков В.А., А.В.Коржуев. Теория и практика высшего профессионального образования. М.: Академический проект, 2004. -428с.
7. Громкова М.Т. Психология и педагогика профессиональной деятельности: Учебное пособие для вузов. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003. -415с.
8. Буланова -Топоркова М.В. Педагогика и психология высшей школы: Учебное пособие. – Ростов н/Д:Феникс, 2002. -544с.

**А.А. Ташев, Д.Т. Касымова**  
**ОЦЕНКА ОПЕРАТИВНОСТИ ЗАГРУЗКИ САЙТА ПО**  
**РАСПОЛОЖЕНИЮ ИНФОРМАЦИИ**

(г. Алматы, КазАТК имени М.Тынышпаева, \* - магистрант)

Мақалада ақпараттың орналасу бойынша сайтты жүктеудің оперативтілігін бағалау мәселелері, сайтпен қандай әрекет жасалатындығына тәуелді сайтты оңтайландыру әдістері қарастырылады. Сайтты оңтайландыру әдістерінің түрлері сипатталады: ақ оңтайландыру, сұр оңтайландыру, қара оңтайландыру. Сонымен қатар іздеу оңтайландыру қарастырылады. Іздеу оңтайландыру екі түрге бөлінеді: техникалық және мәтіндік оңтайландыру. Оңтайландыру сайтқа кіру мүмкіндігін арттыруға мүмкіндік береді, сайттың жұмысын жеңілдетеді және әрі қарайғы шығындарын қысқартады.

В статье рассматривается проблемы оценки оперативности загрузки сайта по расположению информации, методы оптимизации сайта в зависимости от того, какие действия производятся над сайтом. Описываются виды методов оптимизации сайта: белая оптимизация, серая оптимизация, черная оптимизация. А также рассматривается поисковая оптимизация. Поисковая оптимизация делится на два типа: техническая оптимизация и текстовая оптимизация. Оптимизация позволяет увеличить посещаемость сайта, облегчает и сокращает затраты на дальнейшую раскрутку сайта.

The article considers the problem of estimating the speed download site for the location of information, website optimization techniques, depending on what actions are performed onsite. Describes the kinds of methods of optimizing a website: white optimization, optimization of gray, black optimization. Also consider search engine optimization. Search engine optimization is divided into two types: technical optimization and optimization of the text. Optimization allows you to increase traffic to the site, facilitates and reduces the cost of the further promotion of the site.

*Түйін сөздер:* Сайт, ақ оңтайландыру, сұр оңтайландыру, қара оңтайландыру

*Ключевые слова:* Сайт, белая оптимизация, серая оптимизация, черная оптимизация

*Keywords:* Website, white optimization, optimization grey, black optimization

В XXI веке – веке нанотехнологий все больше повышается значение информации в деятельности человека. Сегодня у руководителей предприятий всех учреждений нет сомнений в необходимости применения сайта для обеспечения информационной необходимости. Сайт – это информационный ресурс, доступный каждому пользователю интернет. У владельца сайта всегда наступает такой момент, когда сайт необходимо оптимизировать для того чтобы увеличить посещаемость сайта.

В большинстве случаев популярность и посещаемость сайта зависит от оперативности работы сайта

Методы оптимизации сайта в зависимости от того, какие действия производятся над сайтом, можно разделить на три вида: белая оптимизация, серая оптимизация и черная оптимизация[1].

Поговорим о каждом методе немного подробнее:

*Белая оптимизация*

Это оптимизаторская работа над ресурсом, без применения запрещённых поисковыми системами видов раскрутки. В основном здесь идёт работа над внутренним состоянием сайта: текстами, удобством нахождения нужной информации, исправление технических ошибок.

*Серая оптимизация*

К серой оптимизации относится добавление большого количества одних и тех же слов на страницы сайта. При этом такой текст невозможно читать обычному человеку, так как он написан для роботов поисковых систем. Очень часто бывает, что сайт блокируется Яндексом или значительно занижается в результатах выдачи при обнаружении такого текста на его страницах.

#### *Черная оптимизация*

Под чёрной оптимизацией понимается обман пользователя или поисковой системы. Например, чтобы обмануть поисковую систему используется скрытый текст или пользователю отдаётся одна страница, которую можно прочитать, а поисковому роботу – другая.

На сегодня очевидно, что использование белой оптимизации (поисковой оптимизации) и создание так называемых «сайтов для людей» (удобных, понятных и лёгких в использовании) – это лучшее вложение денег.

Поисковая оптимизация делится на два типа: техническая оптимизация и текстовая оптимизация [1].

Под технической оптимизацией понимается корректность работы сайта – его техническое состояние. Частично техническая оптимизация проводится в самом начале раскрутки сайта, на этапе первичного аудита сайта. При аудировании сайта оценивается, насколько он совместим с поисковыми системами, корректно ли отдаются страницы пользователю и поисковой системе, нет ли дублирующегося контента, все ли ссылки работают правильно и другие моменты связанные с кодом сайта и техническим состоянием сервера.

Текстовая оптимизация (оптимизация контента) включает в себя:

- корректировку заголовка страницы;
- добавление информации для поисковиков (мета-тэгов keywords и description);
- оптимизация текстовой информации.

Как техническая так и текстовая оптимизация сайта позволяет повысить позиции сайта в поисковых системах и увеличить его посещаемость.

Если сайт оптимизирован, то это сильно сокращает затраты на продвижение. Ведь он уже присутствует в выдаче поисковых систем и остаётся только увеличить количество ссылок на него, что приведёт к быстрому результату в продвижении.

Оптимизация позволяет увеличить посещаемость сайта, облегчает и сокращает затраты на дальнейшую раскрутку сайта.

Время загрузки страницы сайта, является важным аспектом работы пользователей интернета. Если страница грузится слишком медленно, пользователь быстро огорчается и начинает искать информацию в другом месте [2].

В работе [3] был изложен метод оптимального расположения информации на сайтах, который был использован для решения конкретного примера.

Определим и оценим общее среднее время для обращения к  $i$ -ой информации, если ее расположения задается переменной  $x_{ij}$ :

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-я информация находится на } j\text{-ом уровне;} \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

Пусть частота обращения к  $i$ -ой информации  $\omega_i$ . Предположим что время перехода от  $j-1$ -го уровня на  $j$ -ый уровень равно  $t_j$ . А среднее время для поиска информации (набор слова + нажатие enter) в среднем равен  $t$ . Тогда среднее время обращения к  $i$ -ой информации определяется формулой:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \omega_i \cdot (t_j + t) \cdot x_{ij}$$

Оценим общее время, необходимое для нахождения информации для оптимального и неоптимального расположения информации на сайте для примера рассмотренного в [3]. В этом примере имеются 2 уровня и 6 информационных объектов с объемами 1 мб, 1,5 мб, 2 мб, 1,2 мб, 0,8 мб, 0,6 мб. Частота обращения к этим данным 100, 80, 70, 110, 90, и 100 раз, соответственно. Допустим, что ограничения на количества информации на первом уровне равно 2,4 мб, а на втором уровне 4,7 мб. В [3] было определено оптимальное расположение каждой информации на уровнях сайта. Для этого решалась следующая оптимизационная задача: минимизировать целевую функцию  $z$

$$z = 100 \cdot x_{11} + 80 \cdot x_{21} + 70 \cdot x_{31} + 110 \cdot x_{41} + 90 \cdot x_{51} + 100 \cdot x_{61} + \\ 100 \cdot x_{12} + 80 \cdot x_{22} + 70 \cdot x_{32} + 110 \cdot x_{42} + 90 \cdot x_{52} + 100 \cdot x_{62} \rightarrow \min,$$

при ограничениях

$$\begin{aligned} 1 \cdot x_{11} + 1,5x_{21} + 2x_{31} + 1,2 \cdot x_{41} + 0,8 \cdot x_{51} + 0,6 \cdot x_{61} &= 2,4, \\ 1 \cdot x_{12} + 1,5x_{22} + 2x_{32} + 1,2 \cdot x_{42} + 0,8 \cdot x_{52} + 0,6 \cdot x_{62} &= 4,7, \\ x_{ij} &\geq 0, \quad i = \overline{1,6}, j = \overline{1,2}; \\ x_{11} + x_{12} &= 1, \quad x_{31} + x_{32} = 1, \quad x_{51} + x_{52} = 1, \\ x_{21} + x_{22} &= 1, \quad x_{41} + x_{42} = 1, \quad x_{61} + x_{62} = 1. \\ 1 \cdot x_{11} + 1,5x_{21} + 2x_{31} + 1,2 \cdot x_{41} + 0,8 \cdot x_{51} + 0,6 \cdot x_{61} &= 2,4, \\ 1 \cdot x_{12} + 1,5x_{22} + 2x_{32} + 1,2 \cdot x_{42} + 0,8 \cdot x_{52} + 0,6 \cdot x_{62} &= 4,7, \\ x_{ij} &\geq 0, \quad i = \overline{1,6}, j = \overline{1,2}; \\ x_{11} + x_{12} &= 1, \quad x_{31} + x_{32} = 1, \quad x_{51} + x_{52} = 1, \\ x_{21} + x_{22} &= 1, \quad x_{41} + x_{42} = 1, \quad x_{61} + x_{62} = 1. \end{aligned}$$

После решения этой задачи, было получено минимальное значение целевой функции  $L=775.6$  и оптимальное значение переменных

$$x_{11} = 1; \quad x_{22} = 1; \quad x_{32} = 1; \quad x_{42} = 1; \quad x_{51} = 1; \quad x_{61} = 1;$$

Пусть среднее время обращения к информации  $i$  постоянно и равно  $\tau \approx 0,07$ с, а время  $t=1$  сек. Тогда, при оптимальном расположении информации, общее среднее время будет равно:

$$T_{opt} = (0,07 + 1) \cdot 100 + (0,14 + 2) \cdot 80 + (0,14 + 2) \cdot 70 + (0,14 + 2) \cdot 110 + \\ (0,07 + 1) \cdot 90 + (0,07 + 1) \cdot 100 = 642$$

Если информация на сайте расположено не оптимально, например, следующим образом

$$x_{12} = 1; \quad x_{31} = 1; \quad x_{41} = 1; \quad x_{52} = 1; \quad x_{62} = 1,$$

то общее среднее время равно

$$T = (0,14 + 2) \cdot 100 + (0,07 + 1) \cdot 80 + (0,07 + 1) \cdot 70 + (0,14 + 2) \cdot 90 + (0,14 + 2) \cdot 100 = 214 + 85,6 + 74,9 + 192,6 + 2 = 781,1$$

Таким образом, при оптимальном расположении информации выигрываем 139,1 секунд. Полученные результаты будут полезны специалистам, занимающимся

разработкой сайтов, содержащих большое количество информации, для оптимизации использования сайтов.

1. Бородин А. Что такое оптимизация сайта? [http://www.i-vi.ru/publications/publications\\_1.html](http://www.i-vi.ru/publications/publications_1.html)
2. Мину Математическое программирование. Теории и алгоритмы. Пер. с фр. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. –488 с.
3. Ташев А.А., Касымова Д.Т., Определение оптимального расположения информации на сайтах. Журнал «Поиск», №4 (2), 2012г.

УДК 378.147:372.851

Д. Тугелбаев\*, А.Р. Кабулова

## МЕТОДИКА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРИКЛАДНОГО ПАКЕТА SAGE – 5.8 В ПРИКЛАДНЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ЦЕЛЯХ ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ СТУДЕНТОВ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

(г.Алматы, КазНПУ им.Абая, \*- студент)

Мақалада әртүрлі тендеулер жүйелерін шешуде, екіөлшемді және үшөлшемді графиктерді салу әдістерінде программалық кодтарды тікелей пайдалану мен қолданудағы Sage пакеттерінің қолданбалылығын зерттеу мәселелері сөз болады. Зерттеу үрдісі дифференциалдық тендеулер шешімдерін іздеуде, интегралдау мен дифференциалдауда, Лаплас түрлендірулерінде Sage қолданудың көптеген әдістерін қарастырған.

Статья представляет собой исследование прикладного пакета Sage для использования и непосредственного применения программного кода, методов построения двумерных и трехмерных графиков, решения систем различных уравнений. В процессе исследования было рассмотрено множество методов применения Sage для поиска решений дифференциальных уравнений, интегрирования и дифференцирования, преобразования Лапласа, моделирования графиков сложных функций.

The article investigates Sage applied package for using and applying code, methods of drawing two- and three-dimensional graphs, solving systems of different equations. During the research process many methods of applying Sage to searching solutions to differential equations, integrating, differentiating, Laplace transformation, modeling graphs of composite functions were considered.

*Түйін сөздер:* Қолданбалы программалық жасақтама, модельдеу, шешім іздеу, интеграл шығару, дифференциялық тендеулер.

*Ключевые слова:* Прикладное программное обеспечение, моделирование, поиск решений, интегрирование, дифференцирование.

*Keywords:* Application Software, modeling, plotting, solution searching, integration, derivation.

Sage (анг.'Мудрец') — система компьютерной алгебры покрывающая много областей математики, включая алгебру, комбинаторику, вычислительную математику и математический анализ. Первая версия Sage была выпущена 24 февраля 2005 года в виде свободного программного обеспечения с лицензией GNU GPL. Первоначальной целью проекта было «создание открытого программного обеспечения альтернативного

системам Magma, Maple, Mathematica, и MATLAB». Разработчиком Sage является Уильям Стейн — математик Университета Вашингтона. [1]

Sage имеет удобный веб-интерфейс, который полностью повторяет функциональность основной программы. Доступ к нему осуществляется посредством сервера, так что если школе/организации/университету нужно математическое программное обеспечение, Sage имеет неоспоримый плюс: его можно поставить на одной машине, запустить веб-сервер SageNotebook и пользоваться программой смогут все, у кого есть браузер с поддержкой javascript. В отличие от известных прикладных пакетов Sage — имеет открытый исходный код и распространяется абсолютно бесплатно. Наблюдается возможность использовать это ПО там, где только захочется.

Sage работает на операционной системе Linux, но так же присутствует возможность исполнить программу в Windows с помощью OracleVMVirtualBox.

Работа в этом пакете может быть осуществлена несколькими путями:

1. Графический интерфейс (блокнот)
2. Интерактивная командная строка
3. Создание интерпретированных и компилированных программ в Sage.
4. Создание автономных Python скриптов [2]

*Sage можно использовать для поиска решений уравнений, дифференциации, интегрирования и преобразования Лапласа:*

Функция solve решает уравнения. Что бы начать её использовать нужно определить некоторые переменные; уравнение (или системы уравнений) дает аргументы для solve: [3]

```
sage: x, b, c = var('x b c')
sage: solve([x^2 + b*x + c == 0], x)
Строка выдаст ответ: [x == -2, x == -1]
```

Решение уравнений для одной переменной через другие:

```
sage: x,b,c=var('x b c')
sage: solve([x^2+b*x+c==0],x)
Строка: [x == -1/2*b - 1/2*sqrt(b^2 - 4*c), x == -1/2*b + 1/2*sqrt(b^2 - 4*c)]
```

Решение уравнений с несколькими переменными:

```
sage: x,y=var('x, y')
sage: solve([x+y==6,x-y==4],x,y)
Строка: [[x == 5, y == 1]]
```

Решение системы нелинейных уравнений. Для начало символьно:

```
sage: var('x y p q')
(x, y, p, q)
sage: eq1=p+q==9
sage: eq2=q*y+p*x==6
sage: eq3=q*y^2+p*x^2==24
sage: solve([eq1,eq2,eq3,p==1],p,q,x,y)
Строка: [[p == 1, q == 8, x == -4/3*sqrt(10) - 2/3, y == 1/6*sqrt(2)*sqrt(5) - 2/3],
[p == 1, q == 8, x == 4/3*sqrt(10) - 2/3, y == -1/6*sqrt(2)*sqrt(5) - 2/3]]
```

*Дифференцирование и интегрирование:*

Так дифференцируем  $\sin(u)$  по  $u$ :

```
sage: u=var('u')
sage: diff(sin(u),u)
Строка: cos(u)
```

Для подсчета четвертой производной функции  $\sin(x^2)$  надо:

```
sage: diff(sin(x^2),x,4)
Строка: 16*x^4*sin(x^2) - 48*x^2*cos(x^2) - 12*sin(x^2)
```

Для решения частных производных, как, например, для функции  $x^2 + 17y^2$  по  $x$  и  $y$  соответственно:

```
sage: x,y=var('x,y')
sage: f=x^2+17*y^2
sage: f.diff(x)
Строка: 2*x
sage: f.diff(y)
Строка: 34*y
```

Теперь решим интегралы: и определенные, и неопределенные. Например,  $\int x \sin(x^2) dx$  и  $\int_0^1 \frac{x}{x^2+1} dx$

```
sage: integral(x*sin(x^2),x)
Строка: -1/2*cos(x^2)
sage: integral(x/(x^2+1),x,0,1)
Строка: 1/2*log(2)
```

Для нахождения разложения на простые дроби для  $\frac{1}{x^2-1}$  нужно сделать следующее:

```
sage: f=1/((1+x)*(x-1))
sage: f.partial_fraction(x)
Строка: 1/2/(x - 1) - 1/2/(x + 1)
```

*Решение дифференциальных уравнений*

Sage может использоваться для решения дифференциальных уравнений. Для решения уравнения  $x' + x - 1 = 0$  сделаем следующее:

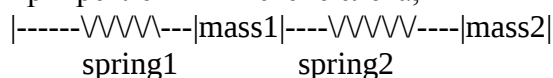
```
sage: t=var('t')# define a variable t
sage: x=function('x',t)# define x to be a function of that variable
sage: DE=diff(x,t)+x-1
sage: desolve(DE,[x,t])
Строка:(c + e^t)*e^(-t)
```

Для этого используется интерфейс Maxima, поэтому результат может быть выведен в виде отличном от обычного вывода Sage. В данном случае общее решение для данного дифференциального уравнения -  $x(t) = e^{-t}(e^t + c)$ .

Преобразования Лапласа также могут быть вычислены. Преобразование Лапласа для  $t^2 e^t - \sin(t)$  вычисляется следующим образом:

```
sage: s=var("s")
sage: t=var("t")
sage: f=t^2*exp(t)-sin(t)
sage: f.laplace(t,s)
Строка: 2/(s - 1)^3 - 1/(s^2 + 1)
```

Приведем более сложный пример. Отклонение от равновесия для пары пружин, прикрепленных к стене слева,



может быть представлено в виде дифференциальных уравнений второго порядка

$$m_1 x_1'' + (k_1 + k_2)x_1 - k_2 x_2 = 0$$

$$m_2 x_2'' + k_2(x_2 - x_1) = 0,$$

где  $m_i$ - это масса объекта  $i$ ,  $x_i$ - это отклонение от равновесия массы  $i$ , а  $k_i$ - это константа для пружины  $i$ .

**Пример:** Используйте Sage для вышеуказанного примера с  $m_1 = 2$ ,  $m_2 = 1$ ,  $k_1 = 4$ ,  $k_2 = 2$ ,  $x_1(0) = 3$ ,  $x_1'(0) = 0$ ,  $x_2(0) = 3$ ,  $x_2'(0) = 0$ .

Решение: Надо найти преобразование Лапласа первого уравнения (с условием  $x = x_1$ ,  $y = x_2$ ):

```
sage: de1=maxima("2*diff(x(t),t, 2) + 6*x(t) - 2*y(t)")
sage: lde1=de1.laplace("t","s");lde1
2*(-?%at('diff(x(t),t,1),t=0)+s^2*'laplace(x(t),t,s)-x(0)*s)-
2*'laplace(y(t),t,s)+6*'laplace(x(t),t,s)
```

Данный результат тяжело читаемый, однако должен быть рассмотрен, как

$$-2x'(0) + 2s^2 * X(s) - 2sx(0) - 2Y(s) + 6X(s) = 0$$

Найдем преобразование Лапласа для второго уравнения:

```
sage: de2=maxima("diff(y(t),t, 2) + 2*y(t) - 2*x(t)")
sage: lde2=de2.laplace("t","s");lde2
-?%at('diff(y(t),t,1),t=0)+s^2*'laplace(y(t),t,s)+2*'laplace(y(t),t,s)-2*'laplace(x(t),t,s)-y(0)*s
```

Результат:

$$-Y'(0) + s^2 Y(s) + 2Y(s) - 2X(s) - sy(0) = 0.$$

Вставим начальные условия для  $x(0)$ ,  $x'(0)$ ,  $y(0)$  и  $y'(0)$  и решим уравнения:

```
sage: var('s X Y')
(s, X, Y)
sage: eqns=[(2*s^2+6)*X-2*Y==6*s,-2*X+(s^2+2)*Y==3*s]
sage: solve(eqns,X,Y)
Строка: [[X == 3*(s^3 + 3*s)/(s^4 + 5*s^2 + 4),
Y == 3*(s^3 + 5*s)/(s^4 + 5*s^2 + 4)]]
```

Теперь найдем инверсию преобразования Лапласа для нахождения ответа:

```
sage: var('s t')
(s, t)
sage: inverse_laplace((3*s^3+9*s)/(s^4+5*s^2+4),s,t)
cos(2*t) + 2*cos(t)
sage: inverse_laplace((3*s^3+15*s)/(s^4+5*s^2+4),s,t)
-cos(2*t) + 4*cos(t)
```

Итак, ответ:

$$x_1(t) = \cos(2t) + 2 \cos(t), \quad x_2(t) = 4 \cos(t) - \cos(2t).$$

График для ответа может быть построен параметрически, используя

```
sage: t=var('t')
sage: P=parametric_plot((cos(2*t)+2*cos(t),4*cos(t)-cos(2*t)),\
... (t,0,2*pi),rgbcolor=hue(0.9))
sage: show(P)
```

Графики могут быть построены и для отдельных компонентов:

```
sage: t=var('t')
sage: p1=plot(cos(2*t)+2*cos(t),(t,0,2*pi),rgbcolor=hue(0.3))
sage: p2=plot(4*cos(t)-cos(2*t),(t,0,2*pi),rgbcolor=hue(0.6))
sage: show(p1+p2)
```

*Метод Эйлера для решения систем дифференциальных уравнений*

В следующем примере показан метод Эйлера для дифференциальных уравнений первого и второго порядков. Сначала вспомним, что делается для уравнений первого порядка.

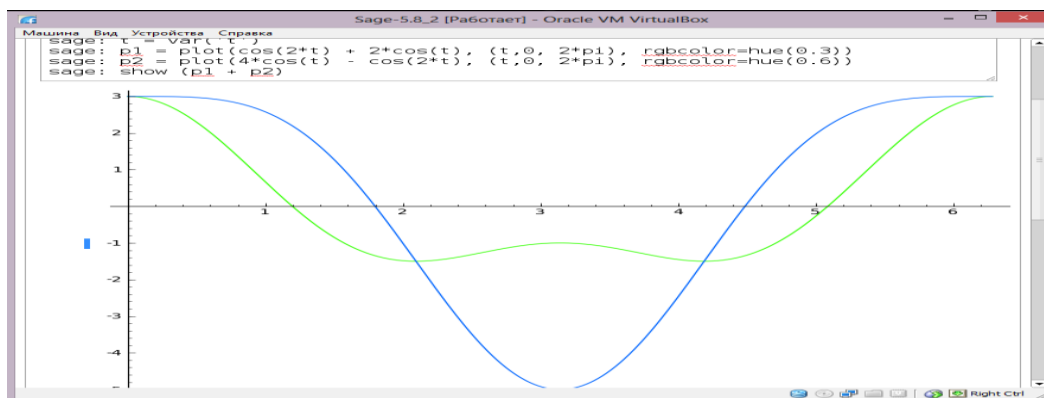


Рисунок 1 – Метод Эйлера для дифференциальных уравнений первого и второго порядков.

Имея исходные данные формы  $y' = f(x, y)$ ,  $y(a) = c$ , требуется найти приближительное значение решения при  $x = b$  и  $b > a$ . Из определения производной следует, что

$$y'(x) \approx \frac{y(x+h) - y(x)}{h},$$

где  $h > 0$  дано и является небольшим. Это и дифференциальное уравнение дают  $f(x, y(x)) \approx \frac{y(x+h) - y(x)}{h}$ . Теперь надо решить для  $y(x+h)$ :

$$y(x+h) \approx y(x) + h * f(x, y(x)).$$

Если назвать  $hf(x, y(x))$  «поправочным элементом»  $y(x)$  «прежним значением  $y$ » и  $y(x+h)$  «новым значением  $y$ », тогда данное приближение может быть выражено в виде

$$y_{new} \approx y_{old} + h * f(x, y_{old}).$$

Если разбить интервал между  $a$  и  $b$  на  $n$  частей, чтобы  $h = \frac{b-a}{n}$ , тогда можно записать информацию для данного метода в таблицу.

| $x$          | $y$            | $hf(x, y)$ |
|--------------|----------------|------------|
| $a$          | $c$            | $hf(a, c)$ |
| $a + h$      | $c + hf(a, c)$ | ...        |
| $a + 2h$     | ...            |            |
| ...          |                |            |
| $b = a + nh$ | ???            | ...        |

Целью является заполнить все пустоты в таблице по одному ряду за раз до момента достижения записи, которая и является приближенным значением метода Эйлера для  $y(b)$ .

Решение систем дифференциальных уравнений похоже на решение обычных дифференциальных уравнений. [4]

**Пример:** Найдите численное приближительное значение для  $z(t)$  при  $t = 1$ , используя 4 шага метода Эйлера, где  $z'' + tz' + z = 0$ ,  $z(0) = 1$ ,  $z'(0) = 0$ .

Требуется привести дифференциальное уравнение 2го порядка к системе двух дифференциальных уравнений первого порядка (используя  $x = z, y = z'$ ) и применить метод Эйлера:

```
sage: t,x,y = PolynomialRing(RealField(10),3,"txy").gens()
sage: f = y; g = -x - y * t
sage: eulers_method_2x2(f,g, 0, 1, 0, 1/4, 1)
```

| t   | x    | h*f(t,x,y) | y     | h*g(t,x,y) |
|-----|------|------------|-------|------------|
| 0   | 1    | 0.00       | 0     | -0.25      |
| 1/4 | 1.0  | -0.062     | -0.25 | -0.23      |
| 1/2 | 0.94 | -0.12      | -0.48 | -0.17      |
| 3/4 | 0.82 | -0.16      | -0.66 | -0.081     |
| 1   | 0.65 | -0.18      | -0.74 | 0.022      |

Итак,  $z(1) \approx 0.75$ .

Можно построить график для точек  $(x, y)$ , чтобы получить приблизительный вид кривой. Функция `eulers_method_2x2_plot` выполнит данную задачу; для этого надо определить функции  $f$  и  $g$ , аргумент которых имеет три координаты:  $(t, x, y)$ .

```
sage: f = lambda z: z[2] # f(t,x,y) = y
sage: g = lambda z: -sin(z[1]) # g(t,x,y) = -sin(x)
sage: P = eulers_method_2x2_plot(f,g, 0.0, 0.75, 0.0, 0.1, 1.0)
```

В этот момент  $P$  содержит в себе два графика:  $P[0]$  - график  $x$  по  $t$  и  $P[1]$  - график  $y$  по  $t$ . Оба эти графика могут быть выведены следующим образом:

```
sage: show(P[0] + P[1])
```

*Строим двумерные и трехмерные чертежи*

Данная команда построит желтую окружность радиуса 1 с центром в начале:

```
sage: circle((0,0),1,rgbcolor=(1,1,0))
```

Также можно построить круг:

```
sage: circle((0,0),1,rgbcolor=(1,1,0),fill=True)
```

Можно создавать окружность и задавать ее какой-либо переменной. Данный пример не будет строить окружность:

```
sage: c=circle((0,0),1,rgbcolor=(1,1,0))
```

Чтобы построить ее, используйте `c.show()` или `show(c)`:

```
sage: c.show()
```

`c.save('filename.png')` сохранит чертеж в файл.

Теперь эти окружности больше выглядят, как эллипсы, потому что оси имеют разные цены деления. Это можно исправить следующим образом:

```
sage: c.show(aspect_ratio=1)
```

Команда `show(c,aspect_ratio=1)` выполнит то же самое. Сохранить картинку можно с помощью `c.save('filename.png',aspect_ratio=1)`.

Строить графики базовых функций легко:

```
sage: plot(cos,(-5,5))
```

Как только имя переменной определено, можно создать параметрический график:

```
sage: x=var('x')
sage: parametric_plot((cos(x),sin(x)^3),(x,0,2*pi),rgbcolor=hue(0.6))
```

Очень важно понять, что оси графика будут пересекаться лишь в том случае, если центр находится в поле зрения графика, и что с сравнительно большими значениями можно использовать научное обозначение:

```
sage: plot(x^2,(x,300,500))
```

Можно комбинировать чертежи, добавляя их друг другу:

```
sage: x=var('x')
sage: p1=parametric_plot((cos(x),sin(x)),(x,0,2*pi),rgbcolor=hue(0.2))
sage: p2=parametric_plot((cos(x),sin(x)^2),(x,0,2*pi),rgbcolor=hue(0.4))
sage: p3=parametric_plot((cos(x),sin(x)^3),(x,0,2*pi),rgbcolor=hue(0.6))
sage: show(p1+p2+p3,axes=false)
```

Хорошей практикой создания заполненных фигур является создание списка точек ( $L$  в следующем примере), а затем использование команды `polygon` для построения фигуры с границами, образованными заданными точками. К примеру, создадим зеленый дельтоид:

```
sage: L=[[-1+cos(pi*i/100)*(1+cos(pi*i/100)),\
... 2*sin(pi*i/100)*(1-cos(pi*i/100))]foriinrange(200)]
sage: p=polygon(L,rgbcolor=(1/8,3/4,1/2))
sage: p
```

Напечатайте `show(p,axes=false)`, чтобы не показывать осей на чертеже.

Можно добавить текст к чертежу:

```
sage: L=[[-6*cos(pi*i/100)+5*cos((6/2)*pi*i/100),\
... 6*sin(pi*i/100)-5*sin((6/2)*pi*i/100)]foriinrange(200)]
sage: p=polygon(L,rgbcolor=(1/8,1/4,1/2))
sage: t=text("hypotrochoid",(5,4),rgbcolor=(1,0,0))
sage: show(p+t)
```

Учителя математики часто рисуют следующий график на доске: не одну ветвь  $\arcsin$ , а несколько, т.е. график функции  $y = \sin(x)$  для  $x$  между  $-2\pi$  и  $2\pi$ , перевернутый по отношению к линии в 45 градусов. Следующая команда Sage построит вышеуказанное:

```
sage: v=[(sin(x),x)forxinsrange(-2*float(pi),2*float(pi),0.1)]
sage: line(v)
```

Так как функция тангенса имеет больший интервал, чем синус, при использовании той же техники для перевертывания тангенса требуется поменять минимальные и максимальные координат для оси  $x$ :

```
sage: v=[(tan(x),x)forxinsrange(-2*float(pi),2*float(pi),0.01)]
sage: show(line(v),xmin=-20,xmax=20)
```

Sage также может строить полярные чертежи, контурные чертежи и графики векторных полей (для специальных видов функций). Далее следует пример контурного чертежа:

```
sage: f=lambdax,y:cos(x*y)
sage: contour_plot(f,(-4,4),(-4,4))
```

Sage также быть использован для создания трехмерных графиков. Эти графики строятся с помощью пакета `Jmol`, который поддерживает кручение и приближение картинки с помощью мыши.

Используйте `plot3d`, чтобы построить график функции формы  $f(x, y) = z$ :

```
sage: x,y=var('x,y')
sage: plot3d(x^2+y^2,(x,-2,2),(y,-2,2))
```

Еще можно использовать `parametric_plot3d` для построения графиков параметрических поверхностей, где каждый из  $x, y, z$  определяется функцией одной или двух переменных (параметры; обычно  $u$  и  $v$ ). [5] Предыдущий график может быть выражен параметрически в следующем виде:

```
sage: u,v=var('u,v')
sage: f_x(u,v)=u
sage: f_y(u,v)=v
sage: f_z(u,v)=u^2+v^2
sage: parametric_plot3d([f_x,f_y,f_z],(u,-2,2),(v,-2,2))
```

Третий способ построить трехмерную поверхность в Sage - использование `implicit_plot3d`, который строит контуры графиков функций, как  $f(x, y, z) = 0$ . Чтобы построить сферу, воспользуемся классической формулой: [6]

```
sage: x,y,z=var('x, y, z')
sage: implicit_plot3d(x^2+y^2+z^2-4,(x,-2,2),(y,-2,2),(z,-2,2))
```

Ниже показаны несколько примеров:

Лента Мебиуса:

```
sage: u,v=var('u,v')
sage: fx=(1+cos(v))*cos(u)
sage: fy=(1+cos(v))*sin(u)
sage: fz=-tanh((2/3)*(u-pi))*sin(v)
sage: parametric_plot3d([fx,fy,fz],(u,0,2*pi),(v,0,2*pi),
... frame=False,color="red")
```

Крученный тороид:

```
sage: u,v=var('u,v')
sage: fx=(3+sin(v)+cos(u))*cos(2*v)
sage: fy=(3+sin(v)+cos(u))*sin(2*v)
sage: fz=sin(u)+2*cos(v)
sage: parametric_plot3d([fx,fy,fz],(u,0,2*pi),(v,0,2*pi),
... frame=False,color="red")
```

Лемниската:

```
sage: x,y,z=var('x,y,z')
sage: f(x,y,z)=4*x^2*(x^2+y^2+z^2+z)+y^2*(y^2+z^2-1)
sage: implicit_plot3d(f,(x,-0.5,0.5),(y,-1,1),(z,-1,1))
```

```
sage: x, y, z = var('x,y,z')
sage: f(x, y, z) = 4*x^2 * (x^2 + y^2 + z^2 + z) + y^2 * (y^2 + z^2 - 1)
sage: implicit_plot3d(f, (x, -0.5, 0.5), (y, -1, 1), (z, -1, 1))
```

Sleeping... [Make Interactive](#)

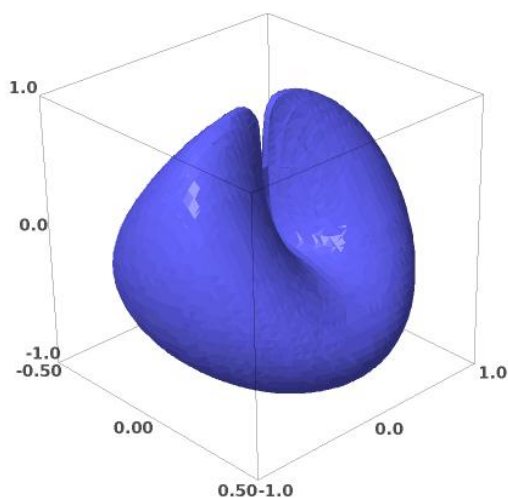


Рисунок 2.

### *Заклучение*

Выше были разработаны строки кода для решения уравнений, интегрирования, дифференцирования, построения графиков. Это находит значительное применения платформы Sage – 5.8 в курсе изучения математики как в школах, так и в университетах и прочих организациях.

1. Темирлан Кумаргажин, Рахим Давлеткалиев, VideoTutorials. Carleton University, Оттава, Канада, 2010 <http://www.sagemath.org/ru/>
2. Марк Лутц «Изучаем Python» 1280 стр. изд. Символ-Плюс ISBN 978-5-93286-159-2, 978-0-596-15806-4; 2011 г.
3. Половко А.М. Mathematica для студента. – СПб.: BHV-Петербург, 2007.
4. William A. Stein et al., Sage Mathematics Software (Version 5.0). The Sage Development Team, 2012 (официальный сайт системы Sage) <http://www.sagemath.org/>
5. William Stein, David Joyner, Sage: System for Algebra and Geometry Experimentation, Comm. Computer Algebra {39}(2005)61-64.
6. Alan Watt «3D Computer Graphics» 3-изд. Addison-Wesley, 2000г.

УДК 517.958

**Л.М. Туkenова**

## **ЭКОНОМИЧНЫЙ ИТЕРАЦИОННЫЙ МЕТОД ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТИ**

(г. Алматы, КазЭУ им.Т.Рыскулова)

Жұмыста фильтрлеудің жергілікті емес шекаралық шарттары бойынша модельдің жуықтау әдісі ұсынылады. Жалпылай есептің шешімінің бар болуы туралы теоремасы дәлелденген. Жалған облыс әдісіне негіздемелер берілген.

В работе предлагается приближенный метод для одной модели фильтрации с нелокальными граничными условиями. Доказывается теорема существования обобщенного решения задач. Даны обоснования метода фиктивных областей.

A close method is in-process offered for one the models of filtration with unlocal border terms. The existence's theorem of of the generalized decision of tasks proves. The grounds of method of fictitious areas were Given.

*Түйін сөздер:* Фильтрлеу, шекара, жуықтау әдісі.

*Ключевые слова:* Фильтрация, граница, приближенный метод.

*Keywords:* Filtration, border, close method.

### **1. Постановка задачи нестационарной фильтрации.**

При математическом моделировании процесса отбора жидкости через скважину с заданным расходом приходится решать задачу для параболического уравнения с нелокальным граничным условием [1].

Будем рассматривать процесс притока однородной жидкости к скважине  $\Omega_0$  в замкнутой системе. Пусть система вначале находится под давлением  $u_0$ , а с момента  $t=0$  начинается отбор жидкости через  $\Omega_0$ .

При этом задача сводится к решению параболического уравнения [1]

$$\beta \frac{\partial u}{\partial t} = \operatorname{div} (K(x) \nabla u), \quad x \in \Omega, \quad t \in [0, T] \quad (1)$$

при условии

$$u|_{t=0} = u_0(x), \quad x \in \Omega, \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial n}|_{\Gamma} = 0, \quad t \in [0, T], \quad (3)$$

$$u|_S = P(t), \quad \int_S K(x) \frac{\partial u}{\partial n} dS = Q(t), \quad (4)$$

здесь  $S$  - граница области  $\Omega_0$ ,  $\Omega_0$  - скважина.  $\Omega_0$  - строго содержащаяся в  $\Omega$ ,

$S \cap \Gamma = S \cap \Gamma = \emptyset, \beta$  - коэффициент совместной упругоэластичности, фильтрующей жидкости и пористой среды.

$K = K_*/\mu$ ,  $K_*$  - проницаемость пласта,

$\mu$  - коэффициенты динамической вязкости жидкости,

$P(t)$  - неизвестная функция, зависящая только от времени.

Условие (4) означает, что на  $S$  поддерживается давление, которое определяется по заданному дебиту  $Q$ . Задачи (1) - (4) нелокальные. Непосредственные применения классических приближенных методов затруднительны. Здесь область  $\Omega$  имеет две границы - внешнюю границу  $\Gamma$  и внутреннюю границу  $S$ . В настоящей работе предлагается приближенный метод, который эффективно решает задачи (1) - (4) на компьютере. Дальнейшие обозначения взяты из работы [2].

## 2.Обобщенные решения задач (1) - (4). Некоторые априорные оценки.

Умножим уравнение (1) на  $u$  и проинтегрируем по области  $\Omega$ . Используя формулу Грина, имеем

$$\frac{\beta}{2} \frac{d}{dt} \|u\|^2 + K_0 \|\nabla u\|^2 = \int_S K \frac{\partial u}{\partial n} u dS. \quad (5)$$

Далее, преобразуем правую часть уравнения

$$\int_S K \frac{\partial u}{\partial n} u dS = P(t) \int_S \frac{\partial u}{\partial n} K dS = P(t) Q = \frac{Q}{\operatorname{mes} S} \int_S P dS.$$

Из последнего тождества, используя теорему вложения и  $\varepsilon$ - неравенство Коши [2], имеем

$$\begin{aligned} \frac{Q}{\operatorname{mes} S} \int_S P dS &\leq \frac{Q}{\operatorname{mes} S} \|p\|_{L_{11}(S)} \leq \frac{Q}{\operatorname{mes} S} \left( \|u\|_{L_2(\Omega)}^{\frac{1}{2}} \|\nabla u\|_{L_2(\Omega)}^{\frac{1}{2}} + \|u\|_{L_2(\Omega)} \right) \\ &\leq \varepsilon \|\nabla u\|^2 + \frac{Q}{\operatorname{mes} S} C_\varepsilon \left( \|u\|_{L_2(\Omega)}^2 + \|u\|_{L_2(\Omega)} \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Из (5), используя (6) и подбирая  $\varepsilon$  малым, получим

$$\max_{0 \leq t \leq T} \|u\|_{L_2(\Omega)}^2 + \int_0^T \|\nabla u\|^2 dt \leq C \|u_0\|^2. \quad (7)$$

Умножим (1) на  $\operatorname{div} (K(x) \nabla u)$  в  $L_2(\Omega)$ , в результате получим

$$\frac{1}{2} \beta \frac{d}{dt} \|\nabla u\|_{L_2(\Omega)}^2 + \|\operatorname{div} K(x) \nabla u\|^2 = \int_S \frac{\partial u}{\partial n} \frac{\partial u}{\partial t} dS = 0 \quad (8)$$

Преобразуем интеграл правой части (8)

$$\int_S K(x) \frac{\partial u}{\partial n} \frac{\partial u}{\partial t} = \int_S K(x) \frac{\partial u}{\partial n} \frac{\partial P}{\partial t} dS = \frac{\partial P(t)}{\partial t} Q(t) = \frac{\partial}{\partial t} (u_* Q H) - u_*(t) \frac{\partial Q}{\partial t}. \quad (9)$$

Используя (9), проинтегрируем (8) по  $t$ , рассуждая также, как и при получении оценки (7), имеем

$$\|\nabla u\|_{L_\infty(0,T;L_2(\Omega))} + \|\operatorname{div} K(x)\nabla u\|_{L_2(0,T;L_2(\Omega))} \leq C < \infty. \quad (10)$$

Обращаясь к уравнению (1), в силу (10), выводим

$$\left\| \frac{\partial u}{\partial t} \right\|_{L_2(0,T;L_2(\Omega))} \leq C < \infty. \quad (11)$$

Вводим пространство в замыкание  $m(\Omega)$  в норме  $W_2^1(\Omega)$  и обозначим через  $\tilde{W}_2^1(\Omega)$ , где  $m(\Omega) = \left\{ \varphi \in C^2(\Omega), \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_\Gamma = 0, \varphi|_S = \text{const} \right\}$ .

**Определение.** Обобщенным решением задач (1) - (4) называется функция  $u \in L_2(0,T; \tilde{W}_2^1(\Omega))$  удовлетворяющая следующему интегральному тождеству

$$\int_0^T \left[ \beta(u, \varphi_t)_\Omega - (K\nabla u, \nabla \varphi)_\Omega + \frac{Q(t)}{\operatorname{mes} S} \int_S \varphi dS \right] dt + (u_0, \varphi)_\Omega, \\ \forall \varphi \in C^2(0,T; W_2^1(\Omega)), \quad \varphi(T) = 0. \quad (12)$$

Отсюда справедлива следующая теорема.

**Теорема 1.**

Пусть

$$Q(t) \in L_2(0,T), \quad u_0 \in L_2(\Omega), K(x) \in C^1(\overline{\Omega}).$$

Тогда существует единственное обобщенное решение задач (1) - (4) и для решения имеет место оценка (7).

Теорема доказывается методом Галеркина, используя оценку (7).

**3. Экономичный приближенный метод для задач (1) - (4).**

Рассмотрим вспомогательную задачу (метод фиктивных областей)

$$\beta \frac{\partial u^\varepsilon}{\partial t} = \operatorname{div}(K^\varepsilon \nabla u^\varepsilon) + \frac{Q(t)}{\operatorname{mes} S} \operatorname{mes} \Omega_0 \xi(x), \quad x \in D = \bar{\Omega} \cup \Omega_0, \quad (13)$$

с начально-краевым условием

$$u^\varepsilon|_{t=0} = u_0(x), \quad (14)$$

$$\frac{\partial u^\varepsilon}{\partial n} \Big|_\Gamma = 0, \quad (15)$$

$$\text{где, } \xi_1(x) = \begin{cases} 0, & x \in \Omega, \\ 1, & x \in \Omega_0 \end{cases}, \quad K^\varepsilon(x) = \begin{cases} K(x), & x \in \Omega, \\ \frac{1}{\varepsilon}, & x \in \Omega_0 \end{cases}, \quad (16)$$

и с условиями согласования

$$[u^\varepsilon]_S = 0, \quad \left[ K^\varepsilon \frac{\partial u^\varepsilon}{\partial n} \right]_S = 0, \quad (17)$$

где  $[.]$  — означает скачок значения функции через границу  $S$ .

Продолжим  $u_0(x)$  в  $\Omega_0$  с сохранением нормы.

Далее, определим обобщенное решение задач (13) - (14). Обозначим  $W(D)$  как пространство определяемое нормой

$$\|u\|_{W(D)} = \|u\|_{L_\infty(0,T;L_2(\Omega))} + \int_0^T \int_D K^\varepsilon(x) |\nabla u|^2 dx dt^2.$$

**Определение.** Обобщенным решением задач (13) - (14) называется функция  $u^\varepsilon \in L_2(0,T; W(D))$ ,

удовлетворяющая следующему интегральному тождеству.

$$\int_0^T \int_D (\beta u^\varepsilon, \varphi_t) dx dt - \int_0^T \int_D K^\varepsilon(x) (\nabla u^\varepsilon \nabla \varphi) dx dt + \\ + \int_0^T \int_D \left( \frac{Q(t) \text{mes} S \Omega_0}{\text{mes} S} \xi_1(x) \varphi \right) dx dt + \int_D u_0 \varphi(x) dx = 0. \quad (18)$$

где для каждого  $\varphi_t \in L_2(0, T; L_2(D))$ ,  $\varphi \in L_2(0, T; W_2^1(D))$ ,  $\varphi(T) = 0$ .

**Априорные оценки.** Умножим (12) на  $u^\varepsilon$  и интегрируя по частям, получим

$$\frac{\beta}{2} \frac{d}{dt} \|u^\varepsilon\|_{L_2(D)}^2 + \int_D K^\varepsilon \|\nabla u^\varepsilon\|^2 dx = \frac{Q(t)}{\text{mes} S} \text{mes} S \Omega_0 \int_{\Omega_0} u dx. \quad (19)$$

Отсюда следует оценка

$$\|u^\varepsilon\|_{L_\infty(0, T; L_2(D))} + \int_0^T \int_D K^\varepsilon |\nabla u^\varepsilon|^2 dx \leq C \int_0^T \left( \frac{Q(t) \text{mes} S \Omega_0}{\text{mes} S} \right)^2 dt + \|u_0\|^2 \leq C < \infty. \quad (20)$$

**Теорема 2.**

Пусть  $Q(t) \in L_2(0, T)$ ,  $u_0 \in L_2(D)$ ,  $K(x) \in C^1(\Omega)$ . Тогда существует единственное обобщенное решение задач (13) - (17) и для решения справедлива равномерная оценка (20) по  $\varepsilon$ .

Теорема 2 доказывается методом Галеркина используя (20).

В силу оценки (20) из последовательности  $u^{n+1}$  можно выделить подпоследовательности, для которых справедливы соотношения

$$u^\varepsilon(t) \rightarrow u(t) \text{ слабо в } L_2(0, T; W_2^1(D)), \quad (21)$$

$$u^\varepsilon(t) \rightarrow u(t) \text{ * слабо в } L_\infty(0, T; W_2(D)), \text{ при } \varepsilon \rightarrow 0.$$

Соотношение (21) позволяет перейти к пределу  $\varepsilon \rightarrow 0$  в интегральном тождестве (18). В пределе получим интегральное тождество для  $u(t)$ , которое является обобщенным решением задач (1) - (4).

Здесь справедлива следующая теорема:

**Теорема 3.** Пусть выполнены все условия теоремы 2 и  $u_0(x) \in W_2^1(D)$ .

Тогда обобщенное решение задач (13) - (17) сходится к обобщенному решению задач (1) - (4) при  $\varepsilon \rightarrow 0$  со скоростью

$$\|u^\varepsilon - u\|_{L_\infty(0, T; L_2(\Omega))} \leq C\varepsilon. \quad (22)$$

Оценка (22) неулучшаемая. Аппроксимируем задачи (13) - (17)

$$\beta \frac{u^{n+1} - u^n}{\Delta t} = \text{div}(K^\varepsilon \nabla u^{n+1}) + \frac{Q^{n+1}(t) \text{mes} S \Omega_0}{\text{mes} S} \xi(x), x \in D, \quad (23)$$

$$u^0 = u_0(x), \quad (24)$$

$$\frac{\partial u^{n+1}}{\partial u} \Big|_\Gamma = 0. \quad (25)$$

*Заметим:* относительно  $u$  получим эллиптическое уравнение с быстро меняющимися коэффициентами  $K^\varepsilon(x)$ . Для численного решения задач (23) - (25) можно использовать экономичный итерационный метод [3], скорость сходимости которого не зависит от  $\varepsilon$ , или модифицировать по переменнотреугольному методу [4].

1. Баренблатт Г.И., Ентов В.Н., Рыжик В.М. Движения жидкости и газов в природных пластах.- М.; Недра, 1984г.,-221с.

2. Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики. Москва, «Наука», 1973г. - 407стр.
3. Бугров А.Н. Метод фиктивных областей для уравнений с частными производными эллиптического типа.- В сб.: Численные методы решения задач теории упругости и пластичности. Новосибирск, 1978г., с.24-25.
4. Самарский А.А. Введение в теории разностных схем.- Москва: «Наука» 1970г.

ӘОЖ 533.9.01

Ә.Ү. Үмбетов

## **БІР ОСЬТІ КРИСТАЛДАРДАН ЖАСАЛЫНҒАН БИФОКАЛДЫ ЛИНЗАЛАРДЫҢ ОПТИКАЛЫҚ ҚАСИЕТТЕРІ**

*(Б.Алтынсарин атындағы Арқалық мемлекеттік педагогикалық институты)*

Кванттық электроника және когерентті оптиканың дамуымен әртүрлі кристалды-оптикалық жүйелердің ғылыми-техникалық және өндірістік салаларда дамуы жоғарылап кетті. Кристалды-оптикалық құрылғылардың көмегімен лазерлерді басқару, амплитудалық жиілікті, фазаны және поляризацияны басқару жұмыстары шешілуде.

С развитием квантовой электроники и когерентной оптики значительно возросло использование разнообразных кристаллооптических систем в научно-технических и промышленных разработках. С помощью кристаллооптических устройств успешно решаются задачи управления излучением лазеров, управление амплитудой, частотой, фазой и поляризацией.

With development of the quantum electronics and coherent optometrists vastly increased use varied crystalloptic systems in research and industrial development. By means of crystalloptic device successfully dare the problems of control radiation lazer, control amplitude, frequency, phase and polarization.

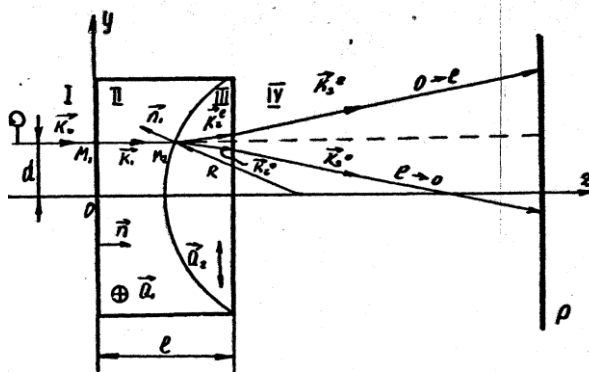
*Түйін сөздер:* Кристалл. Призма. Оптика. Электромагниттік толқындар

*Ключевые слова:* Кристалл. Призма. Оптика. Электромагнитные волны.

*Keywords:* Crystal. Prism. Optics. Electromagnetic waves.

Жұмыстың мақсаты бір осьті кристалдардан жасалынған линзалардың қасиеттерін зерттеу. Линзалардың біріктірілген жүйелері қарастырылады. Осы біріктірілген жүйелерден электромагнитті толқындардың өту жолын есептеудің тиімді әдісі көрсетіледі. Бір осьті кристалдардан жасалынған призмалардың (Рошон, Сенармон, Волластон т.с.с.) (1-сурет) табиғи жарық көздеріндегі қасиеттері қарастырылған [1]. Ұсынылған әдіс өте күрделі және ұзақ, тәжірибе негізінде қолдануға тиімсіз және бақылау табиғи жарықта жүргендіктен интерференциялық суреттердің айқындылығы төмен.





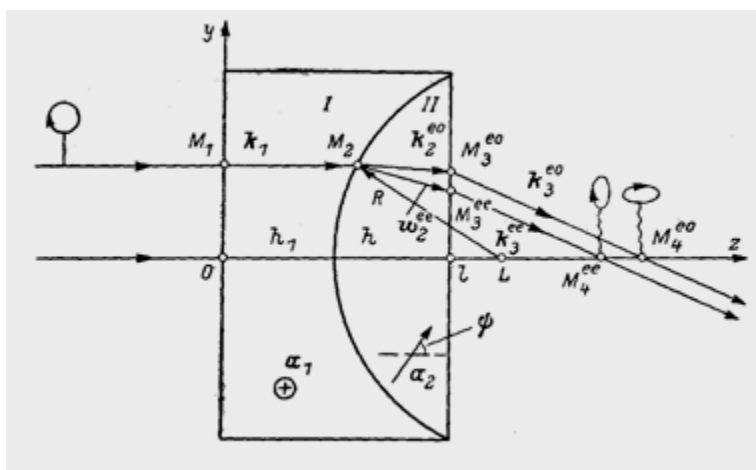
б)

2 - сурет. БЛ-1 (а) және БЛ-2 (б)

Бір осьті кристалдардан жасалынған оптикалық жүйелердің біріктірілген түрі немесе жеке дара қарастырылуы теориялық түрде де және тәжірибелік түрде де маңызды. Себебі оларды оптикалық электронды қондырғыларда қолдана отырып, ақпаратты мәліметтерді өңдеуге, жіктеуге және тасымалдауға қолдануға мүмкіндік аламыз. Солардың мүмкіндіктері лазерлі өлшегіш құралдарда жүзеге асырылады. Осындай қондырғылардың ішінде өзінің функционалды мүмкіндіктері бойынша қызықты кристалды оптикалық жүйелердің бірі бифокалды линзалар (БЛ-1, БЛ-2).

БЛ-лар жазық-ойыс (I) және жазық-дөңес (II) бір осьті кристалдардан жасалынған линзалардан құрастырылады (2-сурет). I және II линзалардағы оптикалық осьтер әртүрлі бағытта бағытталған. Оптикалық осьтер келесідей бірлік векторлар арқылы анықталады  $\vec{a}_1(1,0,0)$  және  $\vec{a}_2(0, \sin \psi, \cos \psi)$ . Мұндағы  $\psi$  –  $\vec{a}_2$  векторы мен z осінің арасындағы бұрыш [2].

БЛ-ның сол қабырғасына (ху жазықтығында) еркін алынған  $M_1$  нүктесіне z осінің бойымен жіңішке параллель жарық сәулесі түссін және бұл сәуле шеңберлі поляризацияланған болсын.



3 –сурет

Бір осьті кристалдан жасалынған бифокалды линзадан өткен шеңберлі поляризацияланған толқын жолының схемасы

ХУ жазықтығындағы  $M_1$  нүктесінің координаталары келесідей:  $(d \cos \varphi, d \sin \varphi, 0)$ , мұндағы  $\varphi$  х осімен d радиус векторының арасындағы бұрыш. d-радиус –векторы  $z=0$  координаттар басынан  $M_1$  нүктесіне дейін жүргізіледі. Есептеуде  $d \ll R$  деп санаймыз,

мұндағы  $R$  БЛ-ның сфералық бетінің қисықтық радиусы. Кейіннен  $(d/R)^2$  шамасының аздығынан оны ескермейміз. Кристалдың бас осьтерінде диэлектрлік өтімділік тензоры диагоналды болады және кәдімгі (о) және кәдімгі емес (е) толқындар үшін  $\varepsilon_0$ ,  $\varepsilon_e$  шамалармен анықталады. Сонда о-кәдімгі толқынның I және II бөліктерде сыну көрсеткіштері бірдей болады  $n_0$ , ал кәдімгі емес е-толқындардың сыну көрсеткіші келесідей анықталады:

$$\tilde{n}_e = \frac{n_e}{\sqrt{1 + \delta(\vec{k}_i \cdot \vec{a}_i)^2}}, \quad (1)$$

о-толқынның негізгі сыну көрсеткіші  $n_0 = \sqrt{\varepsilon_0}$ , ал е-толқынның негізгі сыну көрсеткіші  $n_e = \sqrt{\varepsilon_e}$ ,  $\vec{k}_i (i=1,2)$  - I және II бөліктердегі бірлік вектор,  $\delta = (n_e^2 - n_0^2)/n_0^2$  - аздық параметрі, I бөліктегі о- және е-толқындар үшін бірлік вектор  $\vec{k}_1(0,0,1)$  түрінде анықталады және ол жарық сәулесінің таралу бағытымен сәйкес келеді. БЛ линзаның сфералық шекарасында о- және е-толқындардың өзара түрленуі жүреді. II бөліктегі бірлік толқындық вектор  $z$  осі арқылы өтетін және  $\varphi$  бұрышымен анықталынатын жазықтықта жатады және келесідей анықталады  $\vec{k}_2 = \{\cos \varphi \sin \alpha_2, \sin \varphi \sin \alpha_2, \cos \alpha_2\}$ , мұндағы  $\alpha_2$ ,  $\vec{k}_2$  векторының  $z$  осімен жасайтын бұрышы.  $\vec{k}_2$  векторы мен  $\alpha_2$  бұрышына келесідей индекстер тіркейміз: оо, ое, ео, ее. оо белгілеу о-толқынының поляризациясын сақтай отырып, о толқын күйінде сынуын көрсетеді, ое- белгілеу түскен о-толқынның сынған е-толқынға түрленгенін көрсетеді т.с.с. Барлығы төрт толқындар және соған сәйкес төрт шекті шарттар қарастырылады.  $\alpha_2^{oo} = 0$  болады, ал  $\alpha_2^{oe}$  бұрышы сфералық беттегі сыну заңының негізінде анықталады:

$$n_0^2 \cdot \left[ 1 - (\vec{n}_1, \vec{k}_1)^2 \right] = \left[ 1 - (\vec{n}_1, \vec{k}_2^{oe})^2 \right] \left\{ \frac{n_e^2}{1 + \delta(\vec{k}_2^{oe}, d_2)^2} \right\}, \quad (2)$$

$$\text{мұндағы } n_1 = \left\{ \frac{d}{R} \cos \varphi, \frac{d}{R} \sin \varphi, - \left[ 1 - \left( \frac{d}{R} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}$$

- нормалдағы бірлік вектор.  $M_2$  нүктесінің координаталары:

$(d \cos \varphi, d \sin \varphi, L - \sqrt{R^2 - d^2})$ . (2) өрнектен алатынымыз:

$$\alpha_2^{oe} = \frac{d}{R} \left( \frac{n_0}{n_e} \sqrt{1 + \delta \cos^2 \varphi} - 1 \right) \quad (3)$$

(2) өрнектегі шекаралық шарттан  $\alpha_2$  бұрышының қалған жағдайлар үшін де мәндерін анықтаймыз.

$$\alpha_2^{eo} = \frac{d}{R} \left( \frac{n_e}{n_0} - 1 \right) \quad (4)$$

$$\alpha_2^{ee} = \frac{d}{R} \left( \frac{n_0}{n_e} \sqrt{1 + \delta \cos^2 \varphi} - 1 \right) \quad (5)$$

Соңында БЛ-1 линзадан шығатын бірлік толқынды векторды келесідей жаза отырып,  $\vec{k}_3 = \{\cos \varphi \sin \alpha_3, \sin \varphi \sin \alpha_3, \cos \alpha_3\}$   $z = \ell$  жазықтығындағы шекті шарттың негізінде анықтайтынымыз:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_3^{oo} &= 0; \alpha_3^{oe} = (d/R) \left\{ n_0 - \left[ n_e / (1 + \delta \cos^2 \psi)^{1/2} \right] \right\} \\ \alpha_3^{oo} &= (d/R) (n_e - n_0); \alpha_3^{ee} = (d/R) n_e \left[ 1 - (1 + \delta \cos^2 \psi)^{1/2} \right] \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

(3) және (6) өрнектерді пайдалан отырып, сәулелердің траекториясын анықтаймыз. Исланд шпатынан ( $\text{CaCO}_3$ ) жасалынған бір осьті кристалл үшін  $n_0 > n_e$  және  $\alpha_3^{oe} > 0$ , яғни о-сәулесі II ортада БЛ-1ден шыққан кезде  $z$  осінен қашықтайды, сондықтан БЛ-1 линзаға параллель түскен сәуле одан шыққан соң шашырайды. ео- және ее-сәулелер үшін  $\alpha_3^{eo} < 0, \alpha_3^{ee} < 0$ . Бұл жағдай ео-және ее-сәулелер  $z$  осін екі әртүрлі нүктелерде қиятындығын көреміз. Сонымен БЛ-1 линзадан өткен электромагнитті толқындардың жолын есептей отырып, тәжірибеге қажетті ерекше мәліметтер аламыз, ол жазық толқынды кеңістікте жіктеп, екі сфералық толқындарға бөледі. Екі сфералық толқындар  $z$  осінің бойында бір-бірінен ығысқан екі фокуста шоғырланады [3].

Алдымен ео- сәулесін қарастырайық. Бұл сәуленің II бөліктегі бағыттаушы векторы  $\vec{k}_2^{eo}$ , ал БЛ-1-ден шығу кезіндегі ( $z > e$ ) бағыттаушы векторы  $\vec{k}_3^{eo}$  болады. ео-сәулесінің траекториясын геометриялық тұрғыда қарастырсақ, оның  $z$  осін қандай да бір  $M_4^{eo}$  нүктесінде  $z_4^{eo} = \ell + F_{eo}$  қашықтықта қиып өтетінін көреміз. Мұндағы  $F_{eo}$  – фокустық арақашықтық

$$F_{eo} = \frac{R}{n_0 - n_e} - \frac{h}{n_0} \quad (7)$$

ео-сәулесінің траекториясын есептеу  $\vec{k}_2^{eo}$  және  $\vec{k}_3^{eo}$  толқындық векторлардың көмегімен  $M_3^{eo}$  және  $M_4^{eo}$  нүктелерін анықтау болып табылады.

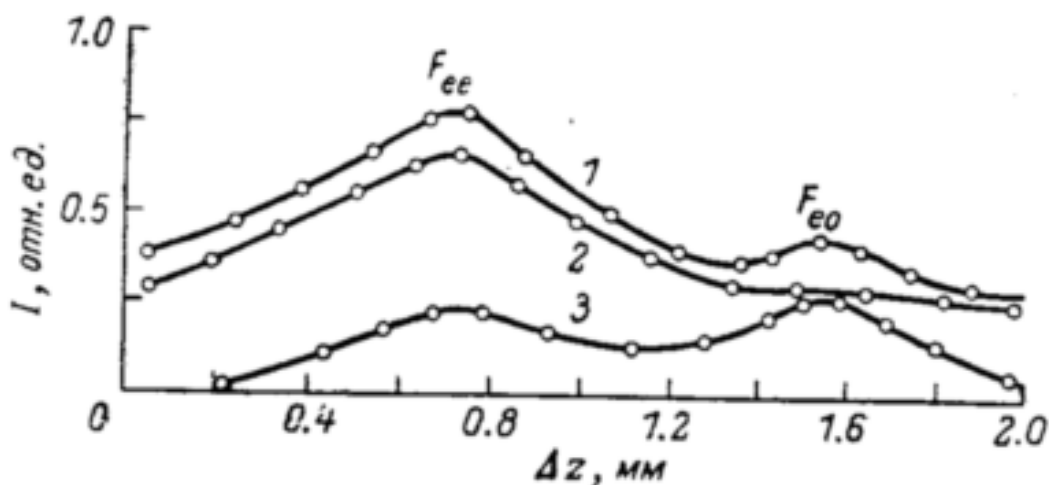
ее-сәулесі үшін  $F_{ee}$  фокус арақашықтығын анықтаймыз. Бірақ II бөлікте  $\vec{k}_2^{ee}$  толқындық вектордың орнына энергия тасымалын анықтайтын  $\vec{W}_2^{ee}$  сәулелік векторды қолданамыз. БЛ-1-дің шығысында  $\vec{k}_3^{ee}$  векторы  $\vec{k}_3^{eo}$  векторына параллель болады. ее- сәулесі үшін параксиальды жуықтау негізінде  $\vec{W}_3^{ee}$  - сәулелік векторы  $\varphi$  бұрышы мен  $z$  осімен анықталынатын жазықтықта жатады. Тек екі жағдайда:  $\psi = 0$  және  $\psi = \pi/2$  ее-сәуле фокустелінеді. Фокус арақашықтығы келесі түрде анықталады:

$$F_{ee} = \frac{R}{n_0 - n_e} - \frac{n_0}{n_e^2} h \quad (8)$$

Фокустардың арақашықтығы  $\Delta F = F_{ee} - F_{eo} = h[n_0^{-1} - (n_0/n_e^2)]$   $h$  шамасына және БЛ-1-дің қосарланып сындырғыш қасиетіне байланысты. Кристалл теріс болған жағдайда ( $\text{CaCO}_3$ )  $n_0 > n_e$  және  $F_{ee} < F_{eo}$ . Кристалл оң болғанда ( $\text{SiO}_2$ )  $n_0 < n_e$  ео-сәуленің фокусы БЛ-1-ге жақын орналасады ( $F_{ee} > F_{eo}$ ).  $\text{CaCO}_3$  –дан жасалынған БЛ-1 линза үшін  $h=5,35$  мм және  $R=24,7$  мм болғанда толқын ұзындығы  $\lambda = 632,8$  нм лазер сәулесі үшін  $n_0=1,65504$ ,  $n_e=1,48490$ . (7) және (8) өрнектер негізіндегі есептеулер келесі мәндерді береді:  $F_{ee}=141,3$  мм және  $F_{eo}=142,1$  мм  $\Delta F=142,1-141,3=0,8$  мм (тәжірибенің көрсетуі де  $\Delta F = 0,8$  мм).

Алынған нәтижелерге сәйкес БЛ екі түрге бөлінеді. II бөлікте оптикалық остің бағыттылығы  $\psi = 0$  мәніне сәйкес келсе БЛ-1, ал  $\psi = \pi/2$  болса, онда БЛ –2 болады. БЛ –1 өзіне параллель түскен сәулелерді екі нүктеге шоғырландырады. Ол фокустар (7)

және (8) өрнектер бойынша анықталады. БЛ-2 линза өзіне параллель түскен сәулелерді бір нүктеде шоғырландырмайды (7). (6) өрнекке сәйкес БЛ-1 линзаның шығысында екі параллель сәулелер пайда болады. Бұл сәулелер шеңберлі поляризациясын сақтайды. 4-суретте БЛ-1 линзаның  $z$  осінің бойындағы  $M_4^{ee}$  және  $M_4^{eo}$  фокустар маңындағы жарық ағынының  $I$  интенсивтілігінің жіктелінуінің тәжірибелік қисығы (тәуелділігі) көрсетілген.



4-сурет

$z$  осінің бағытындағы бифокалды линзалар фокусындағы жарық ағынының интенсивтілігінің жіктелінуі.

1-Анализатор болмағанда, 2-3 анализатор болғанда, ал  $a_1$  оптикалық оське параллель және перпендикуляр орналасқанда

$I$  мәні диаметрі  $\alpha = 3$  мкм диафрагмасы бар фотоэлектронды көбейткіштің көмегімен алынған. Фотоэлектронды көбейткіш  $z$  осінің бойымен қозғала алады. Анализаторды пайдаланған жағдайда, оның осі  $\vec{a}_1$  векторына параллель болғанда 2 тәуелділікті, ал  $\vec{a}_1$  векторына перпендикуляр болғанда 3 тәуелділікті аламыз.  $M_4^{ee}$  және  $M_4^{eo}$  фокустарда жарық ағынының ортогоналды – эллипсті поляризациясы сақталады. БЛ-1-линзаның фокустарындағы  $I_{ee}$  және  $I_{eo}$  интенсивтіктердің шамасы келесі қатынаста болады:  $I_{ee}/I_{eo}=3$ . Бұл шама тәжірибе қорытындысымен сәйкес келеді (1 тәуелділік). Екі немесе одан көп құрамды поляризациялағыш жүйелерде толқындардың қайтымдылығы сақталынбайды. Яғни поляризация жағдайы жүйе арқылы тура және кері бағыттарда өтен кезде сақталынбайды. Сондықтан БЛ-1 линза арқылы кері бағытта параллель жарық ағынының өтуін қарастырған маңызды. БЛ-1 линзаның II бөлігіне жарық нормаль түскенде е- және о- сәулелері ажыратылмайды, себебі олар  $\vec{a}_2$  оптикалық осьтің бойымен тарайды. е-сәулесі шоғырланғанда маңызды нәтиже аламыз. БЛ-1линзаға оң жақтан нормаль түрде қимасы шеңбер тәріздес радиусы  $r_0$  параллель сәуле түсетін болса, онда БЛ-1 линзаның шығысында қиылысатын сәулелердің қыймасы эллипсті болады. Оның өлшемі вертикаль бағыттағы ( $y$ ) және горизонталь бағыттағы ( $x$ ) «фокустық бөліктер»  $\Delta\ell = 2\Delta f \Gamma_o / R$  шамасымен анықталады, мұндағы  $\Delta f = h_1(n_e^2 - n_o^2)/n_e n_o^2$ . Бұл жағдайда  $z$  осінің бойында  $\Delta f$  ұзақтықта орналасқан фокальды облыс пайда болады. Айтылған жағдай БЛ-2 линза кезінде ое сәулесі үшін орындалады. Себебі II бөлікте о-сәулесі бар, ол БЛ-2 линзаның сфералық бетінен

сынғанда  $e$  – сәулесіне түрленеді. Алайда БЛ-2 линзасының БЛ-1 линзасынан айырмашылығы өзінің шығысында ео-шашырайтын сәулелерді береді.

БЛ линзалардың айтылған қасиеттері оларды поляризациялық оптикалық зерттеулерде және интерференциялық түрдегі лазерлі өлшегіш құралдарды алуға қолдануға мүмкіндік береді.

1. Барсуков К.А., Осипов Ю.В., Умбетов А.У.Тез. I Всесоюз. конф. «Оптич.изображение и регистр.среды», Л., 1982, с.236.
2. Барсуков К.А., Осипов Ю.В., Попов В.Н. Опт. и спектр., 1980, т.48, с.605
3. Иванов А.Б. Волоконная оптика: компоненты, системы передачи, измерения.- М.:Компания «Сайрус Системс», 1999
4. Борн М., Вольф Э. Основы оптики.-М.; Наука, 1973
5. Сороко Л.М. Основы когерентной оптики и голографии.-М.:Наука, 1971
6. Магдич Л.Н. и Молчанов В.Я. Акустооптические устройства и их применение.- М.:Советское радио, 1988.

УДК 519.218

**А.К. Шаймерденова**

## **КОНТУРНЫЕ ПРОЦЕССЫ ДЛЯ СКЕЛЕТО-ОБРАЗУЮЩИХ И ОБРЕЧЕННЫХ ЧАСТИЦ**

*(г. Алматы, КазНУ имени аль-Фараби)*

Бұл мақалада бірнеше типті бөлшекті-сызықты бұтақталатын процесстер қарастырылған. Жұмыста Перрон-Фробениустың орта мән матрицасы үшін меншікті мәні бар болатын оң рекурент жағдайы қарастырылады. [1] жұмыста суперкритикалық бөлшекті-сызықты бұтақталатын процесстер екі ішкі типке бөлінетіндігі дәлелденген, олар скелет құрайтын және ұшырат бөлшектер. Ұшырат бөлшектер дуальды заң арқылы, ал скелет құрайтын бөлшектер Харрис-Севастьянов түрлендіруі арқылы берілген. Скелет құрайтын және ұшырат бөлшектер үшін бірнеше типті контур процесстері анықталған.

Рассматриваются многотипные дробно-линейные ветвящиеся процессы. В работе ограничиваемся положительно рекурентным случаем по типу пространства, когда существует собственное значение Перрона-Фробениуса для матрицы средних значений. В работе [1] доказано, что надкритические дробно-линейные ветвящиеся процессы разлагаются на два подтипа: скелето-образующие и обреченные частицы. Обреченные частицы описываются дуальным законом распределения, а скелето-образующие частицы характеризуются преобразованием Харриса-Севастьянова. Получены многотипные контурные процессы для скелето-образующих и обреченных частиц.

Consider the multitype linear-fractional branching processes. We consider only positive recurrent case by type of space, where there exist the Perron-Frobenius eigenvalue for the mean matrix. In the paper [1], it was proved that supercritical linear-fractional branching processes decomposed on 2 subtypes: skeleton and doomed particles. Doomed particles described by dual reproduction law and Harris-Sevastyanov transform gives us reproduction law for skeleton particles. Multitype contour processes for skeleton and doomed particles were defined.

*Түйін сөздер:* Гальтон-Ватсон процесі, скелет құрайтын және ұшырат бөлшектер, контур процесстері, перрон түбірі, орта мән матрицасы, дуальды заң, Харрис-Севастьянов түрлендіруі.

*Ключевые слова:* процесс Гальтона-Ватсона, скелето-образующие и обреченные частицы, контурные процессы, перронов корень, средняя матрица, дуальный процесс, преобразование Харриса-Севастьянова.

*Keywords:* Galton-Watson process, skeleton and doomed particles, contour processes, perron root, mean matrix, dual process, Harris-Sevastyanov transformation.

**Введение.** Процесс Гальтона-Ватсона описывает популяцию частиц, которые живут единицу времени и в момент гибели дают случайное независимые друг от друга число новых частиц. Также можно определить ветвящийся процесс как популяцию индивидуумов с перекрывающимися поколениями, где индивидуумы имеют случайную длину жизни и каждый год дают геометрическое число потомков в течение всей своей жизни и не имеют потомства в момент гибели.

Однотипный процесс Гальтона-Ватсона представляет собой цепь Маркова  $\{Z^{(n)}\}_{n=0}^{\infty}$  со счетным числом состояний  $\{0,1,2,\dots\}$ . Эволюция процесса описывается через производящую функцию

$$f(s) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k s^k, \quad p_1 < 1, \quad (1)$$

где  $p_k$  обозначает вероятность того, что одна частица производит ровно  $k$  потомств. Если частицы воспроизводят самостоятельно с тем же законом (1), тогда цепь  $\{Z^{(n)}\}_{n=0}^{\infty}$  представляет последовательные размерности поколений. Здесь, если не указано иное, предполагается, что  $Z^{(0)} = 1$ , ветвящийся процесс происходит из одной частицы. В связи с репродуктивной независимостью следует, что  $f^{(n)}(s) = E(s^{Z^{(n)}})$  является  $n$ -ой итерацией  $f(s)$ .

Поскольку ноль является поглощающим состоянием процесса Гальтона-Ватсона,  $q^{(n)} = P(Z^{(n)} = 0)$  монотонно возрастает до предела  $q$ , которая называется вероятностью вырождения. Она неявно определяется как минимальное неотрицательное решение уравнения

$$f(x) = x. \quad (2)$$

Одна из ключевых характеристик процесса Гальтона-Ватсона среднее число потомков  $M = f'(1)$ . В докритическом ( $M < 1$ ) и критическом ( $M = 1$ ) случаях процесс вырождается с вероятностью  $q = 1$ , в то время как в надкритическом случае ( $M > 1$ ) мы имеем  $q < 1$ . Очевидно,  $q = 0$  если и только если  $p_0 = 0$ .

В надкритическом случае число потомков частиц прародителей либо конечно с вероятностью  $q$ , либо бесконечное с вероятностью  $1 - q$ . Учитывая что, то же самое справедливо для любой частицы появляющегося в процессах Гальтона-Ватсона, то мы можем их различать между собой с помощью *скелето-образующих частиц*, имеющие бесконечную линию потомков, и *обреченных частиц*, имеющие конечную линию потомков [1]. Графически мы получаем картину генеалогического дерева аналогично приведенному на рисунке 1.

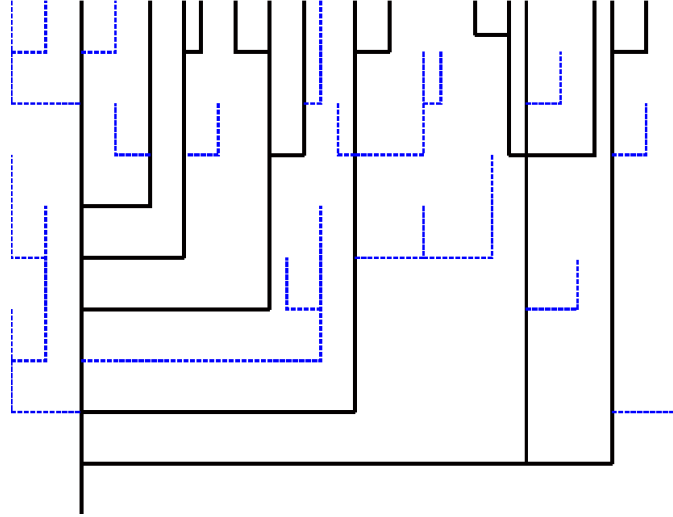


Рис.1: Пример дерева Гальтона-Ватсона до уровня  $n = 10$ . Сплошные линии представляет бесконечную линию потомков и пунктирные линии показывает конечную линию потомков.

Если не учитывать обреченных частиц, частицы образуют скелет процесса Гальтона-Ватсона с преобразованным законом размножения, исключающий вымирание

$$\tilde{f}(s) = \frac{f(s(1-q) + q) - q}{1-q} \quad (3)$$

и с таким же средним  $\tilde{M} = M > 1$ . Формулу (3) обычно называют преобразованием Харриса-Севастьянова. С другой стороны, обреченные частицы образуют другой ветвящийся процесс соответствующий надкритическому процессу с условием вымирания. Обреченные частицы производят только обреченные частицы согласно другому преобразованному закону размножения  $\hat{f}(s) = f(sq)/q$ , который обычно называется дуальным законом размножения и имеет среднюю  $\hat{M} = f'(q) < 1$ . Надкритический процесс Гальтона-Ватсона в целом можно рассматривать как разложимый ветвящийся процесс с двумя подтипами частиц [2, раздел 1.12]. Каждая скелето-образующая частица должна производить по крайней мере одну новую скелето-образующую частицу, а также может породить ряд обреченных частиц.

Процесс Гальтона-Ватсона со счетным числом типов

$$\mathbf{Z}^{(n)} = (Z_1^{(n)}, Z_2^{(n)}, \dots), n = 0, 1, 2, \dots$$

описывает демографические изменения в популяции частиц с различными законами размножения в зависимости от типа частиц  $i \in \{1, 2, \dots\}$ . Здесь  $Z_i^{(n)}$  - число частиц типа  $i$ , существующие в поколении  $n$ . В многотипном случае используется следующее векторное обозначение:

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots), \quad \mathbf{1} = (1, 1, \dots), \quad \mathbf{e}_i = (1_{\{i=1\}}, 1_{\{i=2\}}, \dots),$$

$$\mathbf{x}\mathbf{y} = (x_1 y_1, x_2 y_2, \dots), \quad \mathbf{x}^{-1} = (x_1^{-1}, x_2^{-1}, \dots), \quad \mathbf{x}^{\mathbf{y}} = x_1^{y_1} x_2^{y_2} \dots,$$

пишем  $\mathbf{x}^i$ , если нужен столбец вектора  $\mathbf{x}$ .

Частицы типа  $i$  могут производить случайное число частиц различных типов, так что соответствующие законы размножения даются многомерными производящими функциями

$$f_i(\mathbf{s}) = E(\mathbf{s}^{\mathbf{Z}^{(1)}} | \mathbf{Z}^{(0)} = \mathbf{e}_i). \quad (4)$$

Среднее число частиц

$$M_{ij} = E(Z_j^{(1)} | \mathbf{Z}^{(0)} = \mathbf{e}_i)$$

удобно обобщить в виде матрицы  $\mathbf{M} = (M_{ij})_{i,j=1}^{\infty}$ . Для  $n$ -го поколения вектор производящих функций  $\mathbf{f}^{(n)}(\mathbf{s})$  с компонентами

$$f_i^{(n)}(\mathbf{s}) = E(\mathbf{s}^{\mathbf{Z}^{(n)}} | \mathbf{Z}^{(0)} = \mathbf{e}_i)$$

получаются как итераций  $\mathbf{f}(\mathbf{s})$  с компонентами (4), а матрица средних значений за  $n$  поколений дается через  $\mathbf{M}^n$ . Вектор вероятности вырождения  $\mathbf{q} = (q_1, q_2, \dots)$  имеет  $i$ -ю компоненту  $q_i$ , определенная как вероятность вырождения, учитывая, что процесс Гальтона-Ватсона начинается с одной частицы типа  $i$ . Вектор  $\mathbf{q}$  находится как минимальное решение с неотрицательными компонентами уравнения  $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{x}$ , которое является многомерной версией уравнения (2).

Отныне ограничим наше внимание на положительном рекуррентном случае, когда существует собственное значение Перрона-Фробениуса  $\rho$  для  $\mathbf{M}$  с положительными собственными векторами  $\mathbf{u}$  и  $\mathbf{v}$  такие, что

$$\mathbf{v}\mathbf{M} = \rho\mathbf{v}, \mathbf{M}\mathbf{u}^t = \rho\mathbf{u}^t, \mathbf{v}\mathbf{u}^t = \mathbf{v}\mathbf{1}^t = 1, \rho^{-n}\mathbf{M}^n \rightarrow \mathbf{u}^t\mathbf{v}, n \rightarrow \infty.$$

В надкритическом случае,  $\rho > 1$ , все  $q_i < 1$  и можно говорить о разложении надкритического процесса Гальтона-Ватсона со счетным числом типов:  $(\mathbf{S}^{(n)}, \mathbf{D}^{(n)})$ . Теперь каждый тип разлагается на два подтипа: либо с бесконечной, либо с конечной линией потомков. Разложенный надкритический процесс Гальтона-Ватсона снова процесс Гальтона-Ватсона со счетным числом типов закон размножения которого дается через выражения

$$F_i(\mathbf{s}, \mathbf{t}) = \frac{f_i(\mathbf{s}(1-\mathbf{q}) + \mathbf{t}\mathbf{q}) - f_i(\mathbf{t}\mathbf{q})}{1 - q_i}, \quad \hat{f}_i(\mathbf{t}) = \frac{f_i(\mathbf{t}\mathbf{q})}{q_i}.$$

Многотипные дробно-линейные процессы Гальтона-Ватсона в последнее время были изучены в [3]. В этом случае совместные производящие функции (4) имеют ограниченную дробно-линейную форму

$$f_i(\mathbf{s}) = h_{i0} + \frac{\sum_{j=1}^{\infty} h_{ij}s_j}{1 + m - m \sum_{j=1}^{\infty} g_j s_j}. \quad (5)$$

Определяющими параметрами этого ветвящегося процесса являются параметры тройки  $(\mathbf{H}, \mathbf{g}, m)$ , где  $\mathbf{H} = (h_{ij})_{i,j=1}^{\infty}$  субстохастическая матрица,  $\mathbf{g} = (g_1, g_2, \dots)$  правильное распределение вероятностей, и  $m$  положительная константа. Свободный член в (5) определяется как

$$h_{i0} = 1 - \sum_{j=1}^{\infty} h_{ij}.$$

Знаменатели в формуле (5) обязательно независимы от типа матери для того, чтобы итерации также оставались дробно-линейными. Это основное ограничение многотипного дробно-линейного процесса Гальтона-Ватсона без учета, например, разложимых ветвящихся процессов.

Как было доказано в работе [3], для дробно-линейного закона размножения, собственное значение Перрона-Фробениуса  $\rho$ , если существует, то будет единственным положительным корнем уравнения

$$m \sum_{k=1}^{\infty} \rho^{-k} \mathbf{g} \mathbf{H}^k \mathbf{1}^t = 1.$$

В положительном рекуррентном случае, когда следующая сумма конечная

$$\beta = m \sum_{k=1}^{\infty} k \rho^{-k} \mathbf{g} \mathbf{H}^k \mathbf{1}^t,$$

собственные векторы Перрона-Фробениуса  $(\mathbf{v}, \mathbf{u})$  могут быть нормированы таким образом, что  $\mathbf{v} \mathbf{u}^t = \mathbf{v} \mathbf{1}^t = 1$ . Они вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^t &= (1+m) \beta^{-1} \sum_{k=1}^{\infty} \rho^{-k} \mathbf{H}^k \mathbf{1}^t, \\ \mathbf{v} &= \frac{m}{1+m} \sum_{k=0}^{\infty} \rho^{-k} \mathbf{g} \mathbf{H}^k. \end{aligned}$$

В надкритическом положительно рекуррентном случае с  $\rho > 1$  и  $\beta < \infty$  вероятности вырождения даются через

$$\mathbf{q} = \mathbf{1} - (\rho - 1)(1+m)^{-1} \beta \mathbf{u}.$$

Общее число потомков для частиц типа  $i$  имеет среднюю

$$M_i = (1 - h_{i0})(1+m).$$

Рассмотрим положительный рекуррентный надкритический случай с  $\rho > 1$  и  $\beta < \infty$ . Приведем утверждения теорем из [1]

**Теорема 1.** *Дуальный закон размножения будет дробно-линейным распределением*

$$\hat{f}_i(\mathbf{s}) = \hat{h}_{i0} + \frac{\sum_{j=1}^{\infty} \hat{h}_{ij} s_j}{1 + \hat{m} - \hat{m} \sum_{j=1}^{\infty} \hat{g}_j s_j},$$

где

$$\hat{h}_{i0} = \frac{h_{i0}}{q_i}, \quad \hat{h}_{ij} = \frac{h_{ij} q_j}{q_i \rho}, \quad \hat{m} = \frac{1+m-\rho}{\rho}, \quad \hat{g}_j = \frac{g_j q_j m}{1+m-\rho}.$$

**Теорема 2.** *Преобразование Харриса-Севастьянова будет дробно-линейным распределением*

$$\tilde{f}_i(\mathbf{s}) = \frac{\sum_{j=1}^{\infty} \tilde{h}_{ij} s_j}{1 + \tilde{m} - \tilde{m} \sum_{j=1}^{\infty} \tilde{g}_j s_j},$$

где

$$\tilde{h}_{ij} = \frac{1-q_j}{1-q_i} (h_{ij} + m g_j (q_i - h_{i0})), \quad \tilde{m} = \rho - 1, \quad \tilde{g}_j = \frac{m}{\rho - 1} g_j (1 - q_j).$$

*Постановка задачи:*

- Что такое контурный процесс? Как получается контурный процесс из генеалогического дерева?

- Определить многотипные контурные процессы для скелето-образующих и обреченных частиц. Обеспечить Марковское свойство для этого контурного процесса.

**Основные результаты.** Контурный процесс случайного дерева есть представление дерева в виде случайного блуждания. Рассмотрим конечное дерево из рисунка 2 и ее контурный процесс.

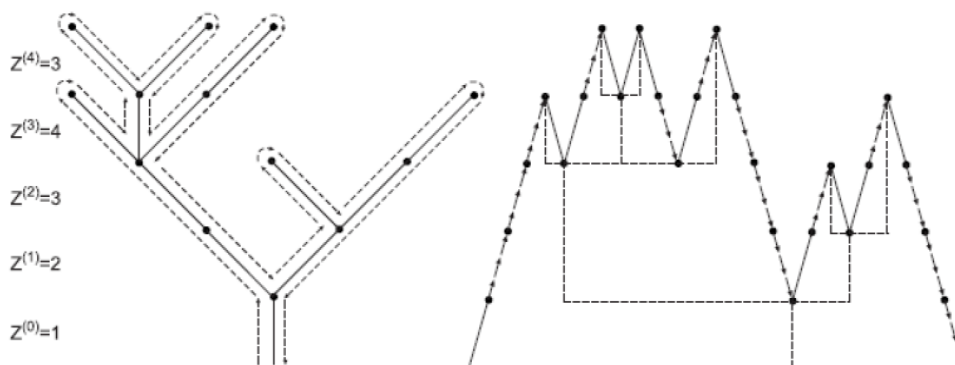


Рис.2: Генеалогическое дерево и ее контурный процесс

Объясним как они получаются друг из друга. Дерево имеет высоту равную 5. Каждая точка дерева означает один потомок. В нашем случае их всего 13 штук. Далее мы обводим пунктирной линией это дерево и смотрим сколько шагов сделано вверх (отметим, что шаги влево тоже считаются как шаги вверх). У нас из первоначального старта было сделано 4 шага, и значит, в правой части рисунка чертим 4 прямых линий в виде стрелок. Смотрим далее на дерево и видим, что дальше мы шагнули вниз. Этот шаг мы чертим как наклонную вниз. Дальше 1 шаг вверх и 1 влево вниз по левому рисунку, тогда рисуем 2 шага вверх в виде стрелок. И так продолжаем, пока не пройдем всю пунктирную линию. Таким образом, получается контурный процесс в виде случайного блуждания (экскурсий), как получено на рисунке справа.

Теперь мы хотим получить из полученного контурного процесса обратно начальное генеалогическое дерево. Это происходит следующим образом: в правом рисунке проводим горизонтальную линию единичной высоты, видно что через эту линию наше дерево в виде экскурсий разделилось на 2 поддерева в виде экскурсий. Это означает, что начальная частица дала 2 потомка и эти потомки отображаются в виде прямых вытекающих из начальной частицы, которая отображена вертикальной прямой. Проводим следующую горизонтальную прямую. Эта прямая делит правую экскурсию на 2 подэкскурсий, а левая экскурсия остается не разделенной. В итоге, за это поколение получают 3 потомка. Это означает, что из правой частицы вытекают 2 потомка. А левая частица производит только один потомок. Продолжая этот процесс мы полностью восстановим начальное дерево.

Также нужно отметить, что все частицы данного дерева имеют *лексикографический порядок*: 0, 01, 011, 0111, 0112, 01121, 01122, 0113, 01131, 02, 021, 022, 0221. Они занумерованы в следующем порядке: начальная частица имеет порядковый номер 0, а потомки этой частицы под номером 0 занумерованы слева направо через 01 и 02, т.е. первый и второй потомок частицы 0. Потомки следующего поколения занумерованы также слева направо в порядке 011 и 021, 022. Эти обозначения в свою очередь означают, что потомок 011 является первым потомком частицы 01, потомок под номером 021 является первым потомком частицы 02, а 022 вторым потомком частицы 02. А потомки следующего поколения занумерованы как 0111, 0112, 0113 и 0221. Последнее четвертое поколение состоит из потомков с номерами 01121, 01122 и 01131.

Теперь расскажем о контурных процессах порожденных из деревьев Гальтона-Ватсона с несколькими типами частиц. Показываем, что в многомерном мелко-линейном случае, контурные процессы (см.[4]) имеют красивую Марковскую структуру постоянной скорости спуска с независимыми и одинаково распределенными прыжками вверх.

Для текущих дробно-линейных процессов Гальтона-Ватсона важно использовать частную версию генеалогических деревьев: с учетом группы братьев и сестер вытекающих из той же частицы, *левая ветвь* должна связывать мать с ее *первым потомком* (что ее тип может зависеть от типа матери).

Рисунок 3 иллюстрирует простое определение контурного процесса для конечного дерева сопровождаемое путем вокруг дерева. Контурный процесс - это колебательный линейный график (панель В), представляющий высоту расположения виртуального вождения автомобиля с постоянной скоростью вдоль пути, изложенной на панели А. Заметим, что  $x$ -ось на панели А вводит только различие среди разных ветвей на таком же уровне, следовательно, скорость машины обозначена вдоль  $y$ -оси. Полученный контур на панели В дерева на панели А является экскурсией случайного блуждания, начало и конец которого на уровне  $-1$ . Даже если реализация генеалогического дерева бесконечна, можно еще работать с контурными процессами после разрезания ветвей выше уровня  $n$ , соответствующий времени наблюдения, как показано на Рисунке 3.

Как мы уже упомянули выше, легко восстановить дерево на панели А из контурного процесса на панели В. Как мы говорили, все дерево А представлено экскурсией В начало и конец которого на самом нижнем уровне  $-1$ . Движущийся нижний уровень от  $-1$  к  $0$  разделяет дерево А на 3 поддеревья вытекающие из 3 дочерей прародителя. В то же время, экскурсия В становится разделенным на 3 подэкскурсий, начало и конец которого на уровне  $0$ . Исходя из этого двигаясь вверх от нижнего уровня и наблюдая за тем как экскурсии, разложенные на подэкскурсий, позволяют нам полностью восстановить историю ветвления оригинального генеалогического дерева.

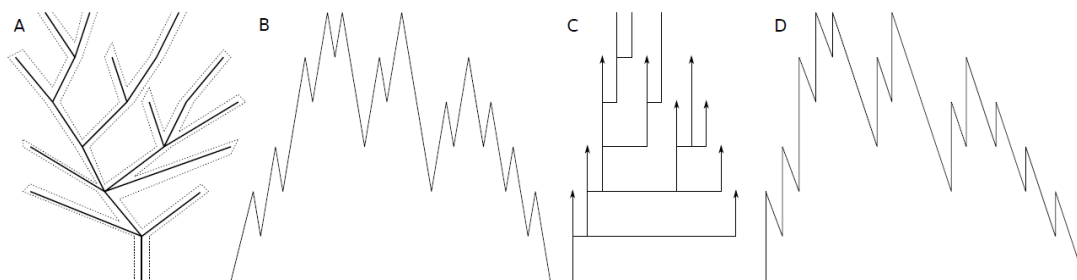


Рис.3: **А:** дерево Гальтона-Ватсона (жирная линия) останавливается на уровне  $n=5$  и сопровождается контурной (пунктирной) линией. **В:** соответствующий развернутый контурный процесс. **С:** другой вид того же дерево изображенное в терминах индивидуумов формирования ветвящегося процесса с перекрывающимися поколениями. Вершины отмечены стрелками представляющие индивидуумов, которые мертвые к тому времени. Остановленное дерево не дает информацию о судьбе трех вершин. **Д:** модифицированный контурный процесс постоянной скорости спуска с независимо и одинаково распределенными прыжками вверх.

Подход контурного процесса оказался очень полезным в теории ветвящихся процессов (см. например [5] и ссылки в ней). В однотипном дробно-линейном случае контурный процесс имеет простую структуру переменного случайного блуждания. Переменяющийся вверх и вниз отрезки имеют независимую длину сдвинутого геометрического закона имеющие средние  $h_0^{-1}$  для отрезков вверх и среднее  $(1+m)/m$  для отрезков вниз.

В многотипных дробно-линейных процессах, можно обеспечить Марковское свойство контурного процесса

**Теорема 3.** *Контурный процесс многотипного дробно-линейного процесса является Марковской цепью с переходными вероятностями*

$$\begin{aligned} P\{(l,i) \rightarrow (l+1,j)\} &= h_{ij}, & P\{(l,i) \rightarrow (l-1,0)\} &= h_{i0}, \\ P\{(l,0) \rightarrow (l+1,j)\} &= \frac{m}{1+m} g_j, & P\{(l,0) \rightarrow (l-1,0)\} &= \frac{1}{1+m}, \\ P\{(-1,0) \rightarrow (-1,0)\} &= 1, \end{aligned}$$

для всех  $i \geq 1, j \geq 1, l \geq 0$ .

**Доказательство:** Вводим дополнительные маркировки вершин в контурной линии. Каждая вершина будет отмечена парой целых чисел  $(l,i)$  с  $l \geq -1$  и  $i \geq 0$ . Текущее состояние  $(l,i)$  с  $l \geq 0, i \geq 1$  дает 3 информации о контурных процессах: текущий уровень  $l$ , до этого уровня был шаг вверх и основная частица типа  $i$ . Если контурный процесс на вершине отмеченный  $(l,0)$ , тогда его текущий уровень снова  $l$ , но в этот раз мы знаем, что этот уровень был достигнут после того как шагнул вниз. Маркированный таким образом контурный процесс (если не считать первый обязательный переход с уровня  $-1$  к уровню  $0$ ) является Марковской цепью.

Следующий альтернативный способ введения Марковской структуры в контурном процессе дробно-линейного многотипного ветвящегося процесса не требует дополнительной маркировки. Это получается при помощи так называемого *прыжкового контурного процесса* (см. [4]). Этот процесс имеет траекторию постоянной скорости спуска с независимыми прыжками вверх, каждая из которого распределена как длина жизни индивидуума  $L$ . Процесс начинается с уровня  $-1$  с мгновенным прыжком и происходит следующим образом. Из всякого текущего уровня  $l$  прыжковый контурный процесс переходит на один уровень вниз к  $l-1$  и либо оседает там с вероятностью  $\frac{1}{1+m}$ , либо с вероятностью  $\frac{m}{1+m}$  переходит уровню  $k$  до перехода к уровню  $k+l-1$ . Рисунок 3.D наглядно иллюстрирует последнюю конструкцию.

Приступим к основной цели этой работы, определим контурные процессы для скелето-образующих и обреченных частиц. Рассмотрим многотипные контурные процессы для скелето-образующих и обреченных частиц.

**Теорема 4.** *Многотипные контурные процессы для скелето-образующих и обреченных частиц являются Марковскими цепями с соответствующими переходными вероятностями*

$$P\{(l,i) \rightarrow (l+1,j)\} = \frac{1-q_i}{1-q_i} (h_{ij} + m g_j (q_i - h_{i0})), \quad P\{(l,i) \rightarrow (l-1,0)\} = 0,$$

$$P\{(l,0) \rightarrow (l+1,j)\} = \frac{m}{\rho} g_j (1-q_j), \quad P\{(l,0) \rightarrow (l-1,0)\} = \frac{1}{\rho},$$

$$P\{(-1,0) \rightarrow (-1,0)\} = 1,$$

и

$$P\{(l,i) \rightarrow (l+1,j)\} = \frac{h_{ij} q_j}{q_i \rho}, \quad P\{(l,i) \rightarrow (l-1,0)\} = \frac{h_{i0}}{q_i},$$

$$P\{(l,0) \rightarrow (l+1,j)\} = \frac{m}{1+m} g_j q_j, \quad P\{(l,0) \rightarrow (l-1,0)\} = \frac{\rho}{1+m}, \quad P\{(-1,0) \rightarrow (-1,0)\} = 1,$$

для всех  $i \geq 1, j \geq 1, l \geq 0$ .

**Доказательство:** Рассмотрим контурный процесс для обреченных частиц. Отмечаем вершины контурного процесса парами целых чисел  $(l,i)$  с  $l \geq -1$  и  $i \geq 0$ .

Текущее состояние  $(l, i)$  с  $l \geq 0, i \geq 1$  означает следующее: на текущий уровень  $l$ , мы пришли снизу и тип этой частицы  $i$ . Если контурный процесс на вершине отмечен как  $(l, 0)$ , тогда снова его текущий уровень  $l$ , но сейчас этот уровень был достигнут сверху. Первый переход с уровня  $-1$  к уровню  $0$  считается обязательным. Но если не будем учитывать этого, то этот контурный процесс будет Марковской цепью. А в случае скелето-образующих частиц, также аналогично отмечаем вершины контурного процесса через  $(l, i)$  с  $l \geq -1$  и  $i \geq 0$  и получим Марковскую цепь.

В первом случае, так как частица типа  $i$  не производит потомка с нулевой вероятностью, мы вниз по контурному процессу идем тоже с нулевой вероятностью. Это еще раз показывает то, что скелето-образующие частицы имеют бесконечное генеалогическое дерево и контурный процесс с бесконечной глубиной.

1. Sagitov S. and Shaimerdenova A.K. Decomposition of Supercritical Linear-Fractional Branching Processes. *Applied Mathematics* **4** (2): 352-359, 2013.
2. Athreya K. and Ney P. *Branching processes*, John Wiley & Sons, London-New York-Sydney, 1972.
3. Sagitov S. Linear-fractional branching processes with countably many types. *Stoch. Proc. Appl.* (submitted), 2013.
4. Lambert A. The contour of splitting trees is a Levy process. *Ann. Probab.* 38: 348-395, 2010.
5. Geiger J. and Kersting G. Depth-first search of random trees, and Poisson point processes. In *Classical and Modern Branching Processes* (Minneapolis, MN, 1994). IMA Math. Appl. 84: 111-126. Springer, New York, 1997.

ӨОЖ 372.800.4.02

**Ш.Т. Шекербекова**

## **БОЛАШАҚ ИНФОРМАТИКА МҰҒАЛІМДЕРІН ҚҰЗЫРЛЫЛЫҚ ТҰРҒЫ ЖАҒДАЙЫНДА КӘСІБИ ДАЙЫНДАУ**

(Алматы қ., Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті)

Бұл мақалада болашақ информатика мұғалімдерін даярлау туралы мәселелер қарастырылады. Құзырлылық тұрғы негізінде «мәліметтер қоры» курсы студенттерге оқыту әдістемесі келтіріледі. Педагогикалық ғылымдардағы «құзыр», «құзырлылық» ұғымдарына түсінік беріледі, мәліметтер қорын оқыту барысында қалыптасатын ақпараттық құзырлардың негізгі құрайтын бөлігі келтірілген.

В статье рассматриваются вопросы подготовки будущих учителей информатики. Приводится методика обучения студентов курсу "Базы данных", на основе компетентностного подхода. Дается понимание понятий - «компетенция», «компетентность» в педагогической науке, приведены основные составляющие информационных компетенций при обучении базам данных.

In article questions on preparation of the future teachers of computer science are considered. The technique of training of students to the "Database" course, on a basis competence based education the approach is resulted. The understanding of concepts - "competence", "competentis" of a pedagogical science is given, the basic components information are resulted at training to databases.

*Түйін сөздер:* мәліметтер қоры, құзыр, құзырлылық, құзырлылық тәсіл, ақпараттық құзырлылық.

*Ключевые слова:* базы данных, компетенция, компетентность, компетентностный подход, информационные компетенции.

*Keywords:* database, competence, competence, competence-based approach, information competencies.

Бүгінгі күні елімізде ақпараттық қоғамға өту үдерісін іске асырудың негізгі компоненттерінің бірі, яғни ақпаратты алу, өңдеу, тарату мен тасымалдау әрекеттерін жүзеге асыратын бірден-бір себеп, ол ақпараттық-коммуникациялық технологияларды қолданудың күннен-күнге арта түсуі.

Қоғамның дамуы адам іс-әрекетінің ажырамас бөлігі болып келе жатқан компьютер әлемімен тығыз байланысты. Компьютер және оның программалық қамтамасыз етілуі әрбір тұлғаның өміріне үлкен мүмкіндіктерін ұсына отырып еркін енуде. Осыған орай негізгі идеясы мәліметтер қоры тұжырымдамасына негізделген жаңа ақпараттық технологияның пайда болуына көп назар аударылуда. Аталған тұжырымдамаға сәйкес, ақпараттық технологияның негізі өзгермелі нақты әлемнің бара-бар бейнесін және пайдаланушылардың ақпараттық қажеттілігін қанағаттандыру мақсатындағы *мәліметтер қорында* ұйымдастырылуы тиіс *мәліметтер* болып табылады.

Сонымен қатар, әртүрлі программалау түрлерін талдау мәліметтер қоры программалау аппаратының ажырамас бөлігі екендігі туралы тұжырым жасауға мүмкіндік береді [1]. Қарапайым процедуралық ортадан бастап және объектілі-бағытталған ортаға дейін, программалаудың әртүрлі жүйесімен жұмыс, мәліметтер қоры (МК) және ақпараттық жүйе (АЖ) туралы білімнің бірізді жинақталуын көрсетеді.

Әрбір адамның өміріне терең енген қазіргі компьютерлік техника; қазіргі қоғам талабына сай адам ойының дамуы; жаңа ақпараттық технологияны енгізу және әртүрлі жоғары деңгейдегі программалық қамтамасыз ету – осының барлығы, қазіргі таңда мәліметтер қорына, сондай-ақ осы ұғымға информатика курсының барлық мәселелері негізделетіндіктен ерекше назар аудару қажеттілігінің себебі бола алады.

Соның ішінде ақпараттық-коммуникациялық технологияның әрі қарай дамуына сәйкес, реляциялық мәліметтер қорына ерекше назар аударылады. Ақпараттық технологиялар төңірегінде әртүрлі реляциялық мәліметтер қорына сұраныстың күшеюі қазіргі информатика курсының мазмұны құрылатын мәліметтер қоры тұжырымдамасын береді [Relational DBMS ..., 1994].

Жоғарыда айталғандардың негізінде, сонымен қатар программалау парадигмаларын талдаудан келесідей: *«мәліметтер қорын оқыту, сонымен қатар кәсіби білім беруде информатиканың жалпы білім беретін компоненті ретінде қарастырылуы тиіс»* деген тұжырым жасауға болады [2].

Қазіргі таңда мәліметтер қоры және мәліметтер қорын басқару жүйесі (МҚБЖ) пайдаланушыларын дайындау мәселесіне де назар аударылуда. Осыған байланысты мәліметтер қорының теориясына деген қызығушылық, оқу орындарында мәліметтер қорларын жүйелендірілген, жан-жақты үйрену, мектептер мен жоғары оқу орындары үшін болашақ информатика мұғалімдерді, оқытушыларды құзырлылық тәсіл негізінде дайындаудың қажеттілігі артады.

Сондықтан дайындаған оқыту әдістемесінде болашақ информатика мұғалімдерін МК құру және пайдалану негіздерін оқытуға ерекше назар аударылған.

Жоғарыда айталғандардың негізінде келесідей тұжырымдар жасауға болады:

- МК тұжырымдамасы ақпараттық технологияның басты іргетасы болып табылады. Оқушыларды және студенттерді мәліметтер қорын құру және пайдалану негіздерімен

таныстыру ақпараттық ғылымда жаңа бағытты меңгерудің қажетті шарты болып есептеледі;

- мәліметтер қорын құру және пайдалану үдерісі әртүрлі программалау жүйелерінде жасалатын ақпараттық жүйені құру мен тиімді жұмыс жасаудың негізін қалаушы ретінде қызығушылық туғызады;

- МҚ теориясымен байланысты бірқатар ұғымдар *информатиканың басқа мәселелерін меңгерудің негізі* болып табылады және *бұрыннан бар білім, білік және дағдыны жүйелеуге* көмектеседі. Мәліметтер қоры екі аспект ретінде қарастырыла отырып, ғылыми және оқу пәні ретінде информатиканың ұғымдық бөлімін сипаттайды.

Ақпараттық қоғам құру, онымен байланысты ақпараттық-коммуникациялық технологиялардың біздің өмірімізге етене енуі, білім беру жүйесін ұйымдастыруға жаңаша көзқарасты талап етіп, ақпараттық қоғам талабына сай білімді ұрпақ тәрбиелеу, яғни өз қызметінде ғылыми-техниканың соңғы жетістіктерін оңтайлы пайдалана білетін кәсіби құзырлы педагог маман дайындауды қажет етеді.

Бүгінгі таңда білім беру жүйесін жетілдірудің негізінде құзырлылық тәсілді алу ұсынылып жүр. Қазақстан Республикасы 2015 жылға дейінгі білім беруді дамыту тұжырымдамасында да білімге бағытталған мазмұнды құзырлылық, яғни нәтижеге бағытталған білім мазмұнына алмастыру қажеттілігі көрсетілген.

Құзырлылық ұғымы «білім», «білік» және «дағды» (ББД) сияқты ұғымдарды қамтиды. Бірақ бұл ББД-ның жаңаша жай ғана жиынтығы емес. Құзырлылық оқыту нәтижесін (білім және білік) ғана емес, сонымен бірге ол оқушылардың шығармашылық іс-әрекет тәжірибесі мен құндылық бағдарларының жүйесін де көрсетеді [3]. Құзырлылық – бұл алынған білімдер мен біліктерді іс-жүзінде, күнделікті өмірде қандай да бір практикалық және теориялық мәселелерді шешуге қолдана алу қабілеттілігі. Ол, ең әуелі білім беру жүйесіндегі оқыту үрдісінде қалыптасады. Сонымен, оқытудағы құзырлылық тәсіл білім беру нәтижесі ретіндегі оқыту сапасын қамтамасыз етеді, ал ол өз кезегінде кешенді әдіс-тәсілдерді жүзеге асыруды, білім беру жүйесіндегі оқыту сапасын бағалаудың біртұтас жүйесін құруды талап етеді. Демек «құзыр» және «құзырлылық» ұғымдарын білім беру жүйесіндегі педагогикалық тәрибеге енгізу білім берудің мазмұны мен әдістерін өзгертуді, іс-әрекет түрлерін нақтылауды талап етеді.

Шетел сөздерінің қысқаша сөздіктерінен «құзырлы», латын тілінде *competens*, *competentis* сөздерінің қазақша мағынасы қабілетті - анықталған аймақта жетекші, білуші; өз білімі деңгейінде бір нәрсені шешу немесе талқылау статусы бар дегенді білдіреді.

Әдебиеттерді талдау көрсетіп отырғандай, құзырлылыққа бағытталған білім беру (құзырлықтарға негізделген білім беру: *competence-based education - CBE*) шартты түрде CBE-тәсілдің білім беруде қалыптасуына мүмкіндік болады.

Құзырлылық тәсіл, білім сапасын арттыруды дәстүрлі тәсіл мен білім мазмұнын ұлғайту арқылы шешудің арасындағы қарама-қайшылықтан туындаған дағдарыстан шығудың бір жолы деп қарастыруға болады [4]. Білім берудегі құзырлылық тәсіл идеясы – «қоғамға қандай, жеке тұлғаға қандай білім қажет және ол қоғамның қандай қажетін өтей алады» деген сұраққа жауап береді. Бұл тәсіл білім берудің нәтижесіне басты орын береді. Оның сапасы алған білімнің көптігінен емес, сол білімді қолдана білумен маңызды болады. Осы зерттеу жұмысының шеңберінде құзырлылық тұрғысы нақты пәнді – *мәліметтер қорын* оқыту үшін негіз ретінде алынды.

Енді болашақ мұғалімнің ақпараттық құзырлылық деңгейін қалыптастыру мен оның өсу траекториясының мүмкіндіктерін кәсіби құзырлылық тұрғысынан қарастырайық. Мұғалімнің кәсіби құзырлылығы алға қойылған міндеттерді саналы түрде шешуді және құзырлылығы дамыған педагог болып қалыптасудың критерийін

қамтамасыз ететін құрал болып табылады. Кәсіби құзырлылық өзіне теориялық, әдіснамалық, мәдениеттанушылық, психологиялық, педагогикалық, әдістемелік, технологиялық дайындықты қамтитын жалпыланған өнімді педагогикалық іс-әрекетке бағытталған жеке тұлғалық білім болып табылады. Құзырлылығы қалыптасқан педагогты дайындауда құзырлылықтың үш түрін ерекшелеп алуға болады: *кілттік, базалық және арнайы*.

Кілттік құзырлылық – бұл әлеуметтік, өнімді іс-әрекет үшін кез келген маманға қажетті адамның жалпы құзырлылық.

Базалық құзырлылық – бұл белгілі бір кәсіби сала бойынша қалыптасатын құзырлылық.

Арнайы құзырлылық – бұл нақты мәселені немесе кәсіби міндеттерді шешуге қажетті нақты педагогикалық әрекетті орындауға арналған құзырлылық.

Бұл құзырлылықтың барлығы болашақ информатика мұғалімдерін мәліметтер қоры және ақпараттық жүйелер саласы бойынша дайындау жүйесінде келесі түрде болулары қажет:

- кілттік құзырлылық – мәліметтер қорын құру және пайдалану саласында шығармашылық түрде есептерді шешуге мүмкіндік беретін, интеллекттік даму деңгейін білдіретін жеке тұлғалық сапасынан тұрады;

- базалық құзырлылық – ақпараттық жүйелер саласы бойынша болашақ информатика мұғалімдерінің бойында терең білімінің, заманауи және тиімді әдістерінің технологиялары және дағдыларының бар болуы;

- арнайы құзырлылық – кәсіптік іс-әрекетінің мазмұнын анықтау барысында жете түсінуді қамтамасыз ететін, болашақ информатика мұғалімдерінің мәліметтер қоры және ақпараттық жүйелер, информатикамен байланысты пәндердің және аралас ғылымдар бойынша терең білімдерінің бар болуы.

Мәліметтер қорын оқыту барысындағы қалыптасатын ақпараттық құзырлардың негізгі құрайтын бөлігін келесі түрде көрсетуге болады.

| Құзыр                                                                                                                               | Қалыптасатын біліктілік                                                                                                                                                    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Ақпараттармен жұмыс істеу тәсілдерін меңгеру                                                                                        | Ақпараттарды жүйелеу, талдау және таңдау (сұрыптаудың әр түрлері, фильтрлер, сұраныстар, мәліметтер қорын жобалау және т.б.)                                               |
| Әртүрлі ақпараттармен жұмыс істеу дағдыларын меңгеру                                                                                | Дайын мәліметтер қорымен жұмыс істеу                                                                                                                                       |
| Әр түрлі пәндер бойынша оқу есептерінің кең түрін шешу үшін ақпараттық және телекоммуникациялық технологияларды қолдану біліктілігі | Еңбекке қажетті мамандықты меңгеруде, оқуда, жеке және ұжымдық жобаларды орындау барысында объектілердің және процестердің қарапайым моделін, ақпараттық объектілерді құру |

Мәліметтер қоры бойынша құзырларды құрайтын білімдердің тізімі: ақпарат құрылымы, пәндік сала, жіктелуі, мәліметтер қоры, МҚБЖ, жазба, өріс, кілттік өріс, іздеу, сұрыптау, фильтрация, конструктор.

Мәліметтер қорын оқыту барсындағы құзырға жататын біліктіліктер және дағдылар: пәндік сала ақпаратын құрылымдау, өзара байланысты анықтау, МҚБЖ жұмыс істеу, мәліметтер қорының құрылымын жасау, мәліметтер қорының негізгі объектілерімен жұмыс істеу.

Таңдап алынған нақты объектілерге қатысы бойынша қызметтің әдістері: Жинау, ақпаратты өңдеу (талдау, синтездеу), салыстыру, заңдылықтарды бөлу, өнімдерді жасау.

Бұл зерттеу жұмысының нақты міндеті информатика мұғалімдерінің кәсіби құзырлығының қалыптасуына және дамуына ықпал жасайтын болашақ информатика мұғалімдеріне мәліметтер қоры негіздерін құзырлылық тәсіл негізінде оқытудың әдістемесін жасау болып табылады.

Қазіргі заманғы информатика пәні мұғалімін құзырлылық тұрғысында дайындаудың қажеттігі уақыт талабымен ғана емес, сондай-ақ информатика пәнінің өзінің инновациялық сипаттарынан туындап отыр. Сонымен бірге, информатиканың мазмұнының динамикалық дамуымен, пәнаралық байланыстарымен, жаңашылдылығымен, потенциалының дамуымен байланысты болады. Осы зерттеу жұмысы болашақ информатика пәнінің мұғалімін құзырлылық тұрғысы логикасында дайындау мәселелеріне арналды. Нақты зерттеу жұмысы үшін мәліметтер қоры негіздерін оқыту таңдалып алынды, ол мұғалімді дидактика тұрғысынан болсын, оқыту әдістемесі тұрғысынан болсын дайындауда маңызды болып табылады.

1. Шведский М.В. Методическая система фундаментальной подготовки будущих учителей информатики в педагогическом вузе в условиях двухступенчатого образования.: дисс. ... докт. пед. наук.-СПб., 1994.-446 с.
2. Фрейман В.Э. Методика обучения школьников использованию баз данных при изучении основ информатики // Дисс. ... кандидата педагогических наук.-М., 1990.-190 б.
3. Зимняя И.А. Ключевые компетенции - новая парадигма результата образования//Высшее образование сегодня.-2003.-№5.-С.34-42.
4. Шекербекова Ш. Т. Болашақ информатика мұғалімдеріне мәліметтер қорын оқыту барысында кәсіби құзырлылығын қалыптастыру // Білім берудегі менеджмент. - 2010. - № 4 (59). - Б. 303-309.

ӨОЖ 378.016.02:004.438

**Ш.Т. Шекербекова**

### **ПРОГРАММАЛАУ ПӘНІ БОЙЫНША СТУДЕНТТЕРДІҢ ОЙЛАУ ҚАБІЛЕТІН ДАМУЫҒА БАҒЫТТАЛҒАН ЕСЕПТЕР ЖҮЙЕСІН ҚҰРАСТЫРУ**

*(Алматы қ., Абай атындағы ҚазҰПУ)*

Бұл мақалада студенттерге программалау пәнін оқытуда арнайы құрастырылған есептер жүйесі негізінде болашақ кәсібіне бағыттап даярлау мәселесі қарастырылады. Программалау пәні бойынша арнайы құрастырылған есептер жүйесі студенттердің логикалық ойлау қабілетін дамытуға көмектеседі. Есептер жүйесіне және программалау пәні бойынша арнайы құрастырылған есептер жүйесіне талдау келтіріледі. Білім алушылардың логикалық ойлау қабілетін дамытуға бағытталған, программалау пәні бойынша есептер жүйесін құрастырудың шарттары ұсынылады. Сонымен қатар, программалау пәні бойынша электрондық есептер жинағын құру қарастырылады.

В статье рассматривается проблема ориентированной подготовки студентов к будущей специальности на основе системы задач, специально составленных для

обучения программированию. Система, специально составленных задач по программированию, помогает развивать логическое мышление студентов. Приводится анализ системы задач и системы задач, специально составленных по предмету программирование. Предложены требования к составлению системы задач по предмету программирования, направленных на развитие логического мышления обучающихся. Кроме того, рассматриваются вопросы составления электронных задачников по предмету Программирование.

The article considers the problem of preparing students for their future specialty on the basis of a system of problems designed specifically for teaching Programming subject. The system of problem designed specifically on Programming subject provides students with development of their logical thinking. A system of problems and the system of problems designed specifically on Programming subject are analyzed. The requirements for designing a system of problems on programming aimed at development of students' logical thinking are proposed. Besides, the process of designing electronic books of problems on programming is considered.

*Түйін сөздер:* программалау, есептер жүйесі, логикалық ойлау,

*Ключевые слова:* программирование, система задач, логическое мышление

*Keywords:* programming, system of problems, logical thinking

Мұғалімнің кәсіби қызметі үшін дербес және сыни ойлау, қажетті ақпаратты іздестірудегі белсенділік, әдеттен тыс шешімдерді ұсыну қабілеті тәрізді аса маңызды тұлғалық сипаттамалардың маңыздылығын көрсетеді. Бұл сипаттамалардың барлығын тұлғаның логикалық ойлау белгілері ретінде қарастырып отыруға болады. Бұл студенттерді жоғары оқу орнында оқыту кезеңіндегі логикалық ойлауын қалыптастыру мен дамытудың қажеттігін көрсетеді. Студенттердің дүниетанымын қалыптастыру, олардың ойы мен шығармашылық қабілеттерін дамыту мәселесі, олардың логикалық ойлау қабілетін дамыту бойынша жұмыс жүргізу болып табылады. Студенттердің жеке басының қасиеттері жайлы айта отырып мынаны сөз етпей кетуге болмайды, ғалымдардың зерттеулері бойынша танып-білуге деген талпыныс және ойдың даму деңгейі қазіргі заманның білім алушылары үшін аса маңызды болып келеді.

Сондықтан, информатика мамандығының студенттерінің логикалық ойын дамыту ерекшеліктері информатика саласының жалпы ғылыми жүйесінде алып отырған ерекше орнымен байланысты болып келеді. Ой тәуелсіздігін дамытудың жоғары деңгейі студент үшін ерекше маңызды болып келеді [1]. Информатиканың ғылым ретінде қарқынды дамуы, бағдарламалық және аппараттық жасақтаманың қарқынды дамуы, ақпарат көздері түрлерінің көбеюі, сондай-ақ қазіргі заманғы қоғамның тіршілік әрекетінің барлық салаларының ақпараттандырылуы студенттердің кәсіби қызметінің тек әдістемелік қана емес, сондай-ақ пәндік тұрғыда үнемі өз-өзін жетілдіру және өз бетімен білім алу қажеттігімен тұтасып отыратынына себеп болуда. Оған қоса, студенттердің логикалық ойын дамыту кезінде ойлау қызметінің оралымдылығы мен саналылығына ерекше көңіл бөлу қажет [2]. Бұл қабілетті біз информатика ғылымы нысанының – ақпараттың, ақпараттық процестер мен технологиялардың ерекшелігіне орай бөліп атап отырмыз.

Программалау пәні бойынша есептер жинағы логикалық ойдың бірқатар қасиеттерінің дамуына, демек, тұтастай ойдың логикалық деңгейінің артуына әсерін тигізеді. Сонымен қатар белгілі болғандай, студенттердің логикалық ойын дамыту үшін мұндай міндеттерді, ойдың қасиетіне ықпал ету мақсатқа лайықты және жүйелі түрде орын алып отыруы тиіс, яғни жеке қасиеттердің дамуына ықпалын тигізетін міндеттер жүйеде қолданылып отыруы тиіс. Сондықтан логикалық ойлауды дамытуға арналған есептер жүйесін құрып, және соны қолдану технологиясын сипаттап берудің қажеттігі туындайды, аталған технология логикалық ойдың әрбір қасиетіне жеке-жеке түрде,

сондай-ақ олардың тұтастай жиынтығына әсер етіп отыру қажет деген принципке негізделеді.

Программалау пәні бойынша логикалық ойды дамытуға арналған есептер жүйесін құрудың шарттарын келтіреміз, алайда алдымен есептер жүйесі және программалау пәні бойынша есептер жүйесі ұғымдарын талдауға тоқталамыз.

Оқу үрдісінде Г.И.Саранцев жаттығулар белгілі бір жүйеде ұсынылған жағдайда кім орындай алады деп тұжырымдайды және өз еңбегінде математика бойынша жаттығулар жүйесінің негізгі компоненттерін сипаттайды [3]. Ол атаған компоненттердің арасынан жаттығуларды орындау мақсаттарын, оқушылардың ақыл-ой қызметін, ұйымдастыру формаларын және жаттығуларды орындаудың реттілігін бөліп атап кетуге болады.

Н.И. Рыжова өз ғылыми зерттеулерінде информатика бойынша есептер жүйесінің теориялық үлгісі құрастырылған, мұнда төмендегідей өзара байланысқан және өзара әрекеттесетін элементтер бар:

- есептер жүйесін қолданудың ішкі мақсаттары;
- өзіне информатиканы оқытудың мазмұны енгізілген есептер жүйесінің мазмұны;
- оқыту әдістері (білім алушылардың ақыл-ой қызметі үшін жауапты есептер жүйесінің компоненті ретінде);
- есептерді орындау реттілігі, оларды білім алушылардың орындау тәртібі;
- есептерді шешуге үйретудің ұйымдастыру формалары;
- есептерді шешуге арналған оқыту құралдары (мұндай құралдарға компьютер мен арнайы бағдарламалық жасақтама жатады);
- оқытудың күтілетін нәтижелері [4].

Біздің зерттеуіміздің мақсаты программалау пәні бойынша есептер жүйесін құру болып табылады, оны қолдану болашақ информатика пәні оқытушыларының ой өнімділігін дамытуды қамтамасыз ететін болады. Мұндай жүйенің негізіне Н.И.Рыжованың зерттеуінде ұсынылған информатика бойынша есептер жүйесінің компоненттік құрамын жатқызған мақсатқа лайықты болып келеді. Сондықтан білім алушылардың логикалық ойын дамытуға бағытталған міндеттер жүйесінің әрбір компонентін толығырақ қарастырайық.

Есептер жүйесін қолданудың мақсаттары логикалық ойдың әрбір қасиетін жеке түрде дамытуға, олардың жиынтығын дамытуға, және соның салдары ретінде, болашақ информатика пәні оқытушыларының логикалық ойын программалау саласының материалы арқылы дамытуға негізделген.

Есептер жүйесінің мазмұны информатиканы оқытудың мазмұнымен белгіленеді, мұндай мазмұнды тиісті мамандық бойынша жоғарғы кәсіби білім берудің мемлекеттік білім беру стандартында көрсетілген тақырыптардың тізімін түсінуге болады. Және біздің зерттеуімізде әңгіме болашақ информатика пәні мұғалімдерінің жоғары оқу орнында бастапқы оқу кезеңіндегі ойын дамыту жайлы болып отырғандықтан есептер жүйесінің мазмұны негізінен Программалау пәні бөлімдерінің мазмұнымен сипатталатын болады. Аталған пәннің бөлімдерінен бастапқы негізгі тақырыптарды тізімдеп келтіруге болады.

- бағдарламалау жүйесі;
- программа құрылымы. Енгізу-шығару операторлары
- айнымалылардың алдын ала анықталған типтері (қарапайым)
- орындалатын операторлар – меншіктеу, таңдау операторы
- тармақталған алгоритмдерді программалау
- циклдық алгоритмдерді программалау – FOR, WHILE, REPEAT операторлары
- мәліметтердің құрылымдық типтері (бір өлшемді массивтер)

- Pascal-дағы мәліметтердің қолданушы типтері
- мәліметтердің құрылымдық типтері (көп өлшемді массивтер)
- символдық айнымалылар мен жолдарды өңдеу.

Бұл келтірілген тақырыптар, студенттердің программалау пәні бойынша алғашқы үйренетін тақырыптары негізінде алынып отыр. Сонымен қатар, есептер жүйесінде пәннің көптеген бөлімдері шеңберіндегі есептер ұсынылып отыруы тиіс, оған қоса әрбір есеп тиісті бөлім шеңберіндегі программалау бойынша программа құру дағдысын қалыптастыруға немесе дамытуға, сонымен қатар студенттің логикалық ойының бір немесе бір топ қасиеттерін дамытуға арналған болуы тиіс.

Негізгі оқыту әдісі ретінде мақсатқа лайықты түрде іріктеліп алынған шарттар (міндеттер әдісі) таңдалған, оның мәні мынада:

- оқытушының қызметі есептер жүйесін құруға негізделген, оның үстіне жүйенің әрбір міндетін орындау алдыңғы міндетті орындауға негізделіп отырады;
- білім алушылардың қызметі оқытушы баяндаған қайсыбір проблемалық жағдаятты шешуден құралады;
- есептер жүйесі оқытушының білім алушылармен өзара әрекеттесуіне негізделеді.

Жүйенің есептерін орындау реттілігі курстың бөлімдерін ішкі (оқу) логикасымен, сондай-ақ есептер жүйесін қолдану әдістемесімен белгіленеді.

Есептерді шешу үшін оқытудың ұйымдастыру формалары қолданылады – бұл жоғары оқу орнындағы оқытудың дәстүрлі формалары, (бұл) зертханалық жұмыстар, есептерді шешу бойынша практикумдар, студенттермен жүргізілетін бақылау жұмыстары (жүргізу), жекелеген студенттермен (жеке түрде) жұмыс жүргізу, өзіндік жұмыс және т.б. (оқытушының басшылығымен жүргізілетін жұмыстар)

Оқытудың күтілетін нәтижелері есептер жүйесін қолдану мақсаттарымен тікелей байланысты және оларды келесі түрде сипаттауға болады:

- тиісті білім саласында білімдерін, шеберлігі мен дағдыларын қалыптастыру;
- студенттердің логикалық ойлауын (ойын) дамыту.

Сонымен қатар, айта кететіні, логикалық ойлауды дамытуға арналған программалау пәні бойынша есептер жүйесі мұндай қайсыбір инвариант ретінде шығып отыратын бірқатар шарттарды ескерумен құрылуы тиіс, себебі уақыт өте келе және бұдан арғы уақытта информатика ғылымы дамыған сайын міндеттер жүйесінің мазмұндық бөлімі өзектілігін жоғалтуы мүмкін. Дегенмен де біздің пікірімізше, егер өзекті мазмұнға ие есептер жүйесін құру кезінде негіз ретінде ұсынылған шарттарды алатын болсақ, онда есептердің жаңа жүйесін қолдану білім алушылардың логикалық ойын дамытуға қатысты ықпалын қамтамасыз етіп отыратын болады.

Енді логикалық ойлау қабілетін дамытуға арналған есептер жүйесін құрудың шарттарын келтірейік.

Бірінші есептерді саралап жіктеу шарты. Логикалық ойды дамытуға бағытталған программалау бойынша есептер жүйесінде сол не өзге есептің нені (дағдыларды, ойлау қасиеттерін) қалыптастыруға немесе дамытуға бағытталуына қарай үш деңгейді бөлу керек деп көздейді. Бірінші деңгейге репродуктивті есептер жатады, оларды шешу барысында студенттердің өтіп жатқан тақырып бойынша базалық жұмыс дағдылары қалыптасады. Екінші деңгейге есептерді шешу барысында дағдыларды дамытумен қатар логикалық ойдың жекелеген қасиеттерін (тереңдігін, оралымдылығын, саналылығын, тұрақтылығын) дамытып отыруға мүмкіндік беретін міндеттерді жатқызуға болады. Үшінші деңгейге логикалық ойдың жүйе құраушы қасиеті ретінде ойдың тәуелсіздігін дамытуға арналған, және соның салдары ретінде шешуші субъектінің тұтастай логикалық ойын дамытатын программалау пәні бойынша міндеттер жатады.

Көрнекілік дәрежесін және логикалық ойлау қабілетін дамытуға арналған программалау пәні бойынша есептер жүйесінде компьютер көмегімен шешуге арналған есептер және теориялық шешуге арналған есептер ұсынылуы тиіс.

Логикалық ойдың дамыған қасиеттерінің үйлесімін және программалау пәні бойынша есептер жүйесінде логикалық ойды дамытуға арналған жекелеген қасиеттерді, сондай-ақ олардың үйлесімін дамытуға арналған есептер ұсынылуы тиіс деп көзделеді. Бір есеп шеңберінде логикалық ойдың екі, үш, төрт түрлі қасиетін дамыту жайлы болып табылады. Мұндай міндеттердің жүйесін қолдану ойды дамыту процесін анағұрлым тиімді етуге мүмкіндік береді.

Екінші логикалық ойдың қасиеттерін толық қамту шарты. Логикалық ойды дамытуға арналған программалау пәні бойынша есептер жүйесінде ойдың аталған қасиеттерінің әрқайсысын - тереңдігін, оралымдылығын, орнықтылығын, саналылығын, тәуелсіздігін дамытуға арналған міндеттер жиыны болуы тиіс. Есептерді қолдану жағдайында ойдың қасиеттерін дамыту бірқалыпты түрде қамтамасыз етіліп отыруы тиіс, бірде-бір қасиет назардан тыс қалмауы тиіс. Тек осындай шарт орындалған жағдайда ғана әңгіме студенттердің тұтастай логикалық ойын дамыту жайлы болып отыруы мүмкін.

Осылайша, логикалық ойды дамытуға арналған есептер жүйесіне дәстүрлі, сондай-ақ дәстүрлі емес түсіндірмеге ие, жоғарыда аталған ойлау қасиеттерінің әрқайсысын дамытуға арналған міндеттер енуі тиіс, сондай-ақ олардың сан-алуан түрлі деңгейі мен әр түрлі дәрежедегі көрнекілігі ескерілуі қажет болып табылады.

Программалау пәні бойынша есептерді шығаруды үйрету құралдары ретінде компьютер мен тиісті бағдарламалық жасақтаманы атап кеткен дұрыс. Программалау бойынша логикалық ойды дамытуға арналған есептер жүйесін құрастырудың шарттарын ескеріп, есептер жүйесін дайындаған соң, оның электрондық нұсқасын жасауды ұсынамыз.

Осы ретте айта кететін жағдай, білім беру жүйесін ақпараттандырудың мемлекеттік бағдарламасының негізгі бағыттарының бірі – оқыту үдерісін ақпараттандыру. Осы аталған бағытты жүзеге асыру үшін жаңа буын оқулықтарын - электрондық оқулықтар мен оқу құралдарын жасау қажеттігін көрсетеді. Солардың бірі электрондық есептер жинағы болып табылады.

Электрондық есептер жинағы – реттелген есептер тізбегінен тұратын ақпараттық-анықтамалық білім басылымдарының ерекше түрі болып табылады, ол білім алушылардың жеке мүмкіндіктерін ескеру негізінде оқытушыға бірлескен, өз бетінше және бақылау жұмыстарын орындау үшін таңдау жасауға мүмкіндік береді [5]. Жасалынған таңдау тапсырма ретінде студенттерге дәстүрлі «қағаз арқылы» немесе электронды вариантта берілуі мүмкін. Есептер жинағы параметрленген есептер жиынынан есепті кездейсоқ генерациялау механизмінен, педагог берген шаблонға сәйкес есептерді генерациялау не іздеу механизмінен, қателерді талдау механизмінен, диагностика және педагог пен білім алушыға арналған нұсқауларды құру және т.б. механизмдерден тұруы мүмкін.

Сонымен электрондық есептер жинағы – компьютер көмегімен типтес есептерді шешу әдістерін қалыптастыруға, теориялық білімді нақты шешуді қажет ететін проблемалармен көрнекілікпен байланыстыруға мүмкіндік беретін программалық өнім болып табылады.

Электрондық есептер жинағы ең қарапайым есептерден бастап барынша күрделі есептерге дейін орындап отыруға көмектеседі. Егер студент есепті шешуге қиналып отырған болса, онда есептер жинағынан соған ұқсас шешілген есепті таңдауға болады. Есептер жинағы оқу үрдісін оңтайландыруға, өзіндік жұмысты орындау барысында

студенттердің өз беттерімен жұмыс істеулерін қамтамасыз етіп, сондай-ақ әр студенттің логикалық ойлау қабілетін дамытуға мүмкіндік береді.

1. Калмыкова З.И. Продуктивное мышление как основа обучаемости /З.И. Калмыкова. - М.: Педагогика, 1981. - 200 с.
2. Рубинштейн С.Л. В природе мышления и его составе Хрестоматия по общей психологии. Психология мышления. Под ред. Ю.Б. Гиппенрейтер, В.В.Петухина. - М.: Изд. МГУ, 1981.-400 с.
3. Саранцев Г.И. Упражнения в обучении математике / Г.И. Саранцев. – М.: Просвещение, 1995. - 240 с.
4. Рыжова Н.И. Развитие методической системы фундаментальной подготовки будущих учителей информатики в предметной области: Дисс. ... д-ра. пед. наук / Н.И. Рыжова.- СПб, 2003. - 429 с.
- 5.Шекербекова Ш.Т., Туякова Н.С. // Студенттердің ойлау қабілетін дамытудағы электрондық есептер жинағының алатын орны. Журнал «Ізденіс». № 2(2) 2012. Б.267-271.