

АННОТАЦИЯ

к диссертации **Адил Наурызбая**
на соискание степени доктора философии (PhD)
по специальности 6D060100 – Математика

Тема исследования: Краевые задачи для смешанного парабола-гиперболического уравнения с оператором дробного дифференцирования.

Цель исследования: Основной целью диссертационной работы является постановка и исследование вопросов разрешимости новых локальных и нелокальных краевых задач для смешанного парабола-гиперболического уравнения дробного порядка. Определение условий существования и единственности регулярных и сильных решений сформулированных задач в областях как с характеристической, так и с нехарактеристической границами, а также изучение спектральных характеристик соответствующих дифференциальных операторов. Нахождение условий на данные задачи, обеспечивающие однозначные разрешимости и доказательство теорем о существовании собственных значений либо вольтерровости для задач с локальными условиями и условиями типа Бицадзе-Самарского для дробного диффузионно-волнового уравнения.

Задачи исследования: Для задачи с нелокальными условиями типа Бицадзе-Самарского для диффузионно-волнового уравнения дробного порядка:

– постановка и исследование вопросов однозначной разрешимости, а также вольтерровости трёх задач, отличительными особенностями которых являются:

➤ в случае первой задачи – в гиперболической части смешанной области условие Бицадзе-Самарского поточечно связывает значения касательной производной искомого решения на характеристической границе с производными по тому же характеристическому направлению искомой функции на произвольной кривой, строго лежащей внутри гиперболической части области (в характеристическом треугольнике).

➤ во втором случае – нелокальное условие поточечно связывает значения касательной производной искомого решения на характеристической границе с производными по-другому характеристическому направлению искомой функции на произвольной кривой, строго лежащей внутри гиперболической части области.

➤ и в третьем случае – неклассическое условие поточечно связывает касательные производные искомого решения на характеристической границе и на произвольной кривой, строго лежащей внутри гиперболической части области.

– установление однозначной разрешимости и изучение спектральных свойств локальных и нелокальных задач для смешанного парабола-гиперболического уравнения дробного порядка в областях как с

характеристической, так и с нехарактеристической границами области. Доказательство однозначной разрешимости задач и теорем о существовании собственных значений либо вольтерровости изучаемых задач.

Методы исследования. Исследуемые локальные и нелокальные задачи эквивалентно (в смысле разрешимости) редуцируются к интегральным уравнениям, либо к интегро-функциональным уравнениям. Используются методы теории дифференциальных уравнений с частными производными, теории дробных дифференциальных уравнений, теории расширений линейных операторов в гильбертовом пространстве, теории функциональных уравнений, методы интегралов энергии и априорных оценок.

При изучении спектральных свойств локальных и нелокальных задач для смешанного диффузионно-волнового уравнения дробного порядка, в областях не допускающих применение метода Фурье (разделение переменных) используются методы спектральной теории линейных операторов, в частности, критерии вольтерровости интегральных операторов, теория положительных решений операторных уравнений. Эти методы используются в сочетании с пространствами Соболева и другими функциональными пространствами для анализа локальных и нелокальных задач.

Основные положения, выносимые на защиту (доказанные научные гипотезы и другие выводы, являющиеся новыми знаниями). По результатам исследования на защиту выносятся следующие положения:

– Исследованы вопросы однозначной разрешимости и спектральные свойства для одного класса задач с локальными и нелокальными условиями типа Бицадзе-Самарского для смешанного парабола-гиперболического уравнения дробного порядка.

– Сформулирована и исследованы вопросы однозначной разрешимости и вольтерровости трех задач с нелокальными условиями типа Бицадзе-Самарского для диффузионно-волнового уравнения дробного порядка. Установлена для корректности и вольтерровости задач существенное значение имеет соотношение между коэффициентом нелокального условия и полярным углом, образуемым кривой, лежащей внутри области и осью абсцисс.

– Исследованы разрешимость и спектральные свойства локальных и нелокальных задач для смешанного диффузионно-волнового уравнения дробного порядка в областях с отходом от характеристики.

– Доказаны регулярная и сильная разрешимость поставленных задач в областях, как с характеристической, так и с нехарактеристической границей области.

– Установлена однозначная разрешимость задач, и доказаны теоремы о существовании собственных значений либо вольтерровость рассматриваемых задач.

Основные результаты исследования.

Диссертационная работа посвящена изучению вопросов однозначной

разрешимости и спектральных свойств (вольтерровость) локальных и нелокальных задач для смешанного парабола-гиперболического уравнения дробного порядка с операторами дробного дифференцирования в смысле Капуто в областях как с характеристической, так и не характеристической границей области.

– Сформулирована и исследована задача для дробного диффузионно-волнового уравнения, где в гиперболической части смешанной области нелокальное условие поточечно связывает значения производных по одинаковому характеристическому направлению искомого решения на характеристике и на произвольной кривой, лежащей внутри характеристического треугольника. Доказана регулярная и сильная разрешимость, а также вольтерровость исследуемой задачи.

– Доказана корректность аналога задачи с условиями Бицадзе-Самарского для смешанного парабола-гиперболического уравнения дробного порядка, где в гиперболической части смешанной области нелокальное условие поточечно связывает значения производных по различным характеристическим направлениям искомого решения на характеристической границе и на произвольной кривой, лежащей внутри области. Показано, что для корректности и вольтерровости этой задачи, в отличие от предыдущей задачи, решающее значение имеет соотношение между коэффициентом «сжатия» нелокального условия в начале координат и полярным углом, образуемой кривой, лежащей внутри области и осью абсцисс.

– Сформулирована неклассическая задача для диффузионно-волнового уравнения, отличительной особенностью которой является то, что в гиперболической части смешанной области условие Бицадзе-Самарского поточечно связывает касательные производные искомого решения на характеристической границе и произвольной кривой, строго лежащей внутри области. Установлено, что однозначная разрешимость и вольтерровость этой задачи существенным образом зависит от геометрических характеристик области и коэффициентом «сжатия» нелокального условия в начале координат.

– Установлены однозначная регулярная и сильная разрешимости двух локальных краевых задач для смешанного парабола-гиперболического уравнения дробного порядка в области с отходом от характеристики. Доказаны теоремы о существовании собственных значений либо вольтерровость рассматриваемых задач. Отметим, что наиболее интересным является тот факт, при отсутствии характеристической границы в этих задачах вольтерровость или существование собственных значений задач зависит от направления производной искомой функции, заданной в нехарактеристической кривой гиперболической части границы.

Обоснование новизны и важности полученных результатов.

Обоснованием новизны первых трех результатов служит постановка нелокальных задач и исследование вопросов разрешимости и вольтерровости задач для смешанного парабола-гиперболического уравнения с оператором

дробного дифференцирования в смысле Капуто.

Новизна последнего результата заключается в том что теорема о существовании собственного значения локальной задачи для дробного диффузионно-волнового уравнения доказываются, по видимому, впервые.

Все вышеприведенные новые результаты получены путем строгих математических доказательств приведенными в исследовательской работе на основе ранее полученных известными учеными результатов, а также достоверность и новизна результатов работы может быть подтверждена их публикацией в рейтинговых рецензируемых изданиях, входящих в международные наукометрические базы Web of Science Core Collection и Scopus и апробаций результатов научной работы в ведущих научных центрах Европы и международных научных форумах.

Соответствие направлениям развития науки или государственным программам:

Диссертационная работа выполнена в рамках программы грантового финансирования фундаментальных и прикладных научных исследований молодых ученых по научным и (или) научно-техническим проектам на 2021-2023 гг. Комитета науки Министерства образования и науки Республики Казахстан при НАО «Казахский национальный педагогический университет имени Абая» на тему «Исследования корректности краевых задач для неклассических уравнений математической физики» (ИРН №AP09058677).

Описание вклада докторанта в подготовку каждого издания:

По теме диссертации опубликовано 7 научных работ, из них 2 в зарубежных изданиях, вошедших в базы Scopus и Web of Science и пять тезисов в материалах международных конференций.

– Adil N., Berdyshev A.S., Eshmatov B.E., Baishemirov Zh.D. Solvability and Volterra property of nonlocal problems for mixed fractional-order diffusion-wave equation // *Boundary Value Problems*. – 2023. – No. 47 (2023). – P. 1-29. (Percentile-84, IF -1,793, Quartile – Q1) DOI: 10.1186/s13661-023-01764-9; 65%

– Adil N., Berdyshev A.S. Spectral properties of local and nonlocal problems for the diffusion-wave equation of fractional order // *Bulletin of the Karaganda University. Mathematics series*. – 2023. – №2 (110). – P. 4-20. (Percentile-35, IF -0,6, Quartile – Q3) DOI: 10.31489/2023M2/4-20; 80%

– Бердышев А.С., Адил Н. О существовании собственных значений задачи с условиями Бицадзе-Самарского для смешанного парабола-гиперболического уравнения // *Материалы Международной конференции «Современные методы теории краевых задач» воронежской весенней математической школы Понтрягинские чтения – XXX. 3-9 мая 2019 г., Воронеж*. – С. 59-60.

– Адил Н., Бердышев А.С., Эшматов Б.Э. Разрешимость нелокальной задачи для волнового уравнения дробного порядка // *Тезисы докладов международной научной конференции «Uzbekistan-Malaysia*

International Conference «Computational Models and Technologies (CMT2022)». 16-17 сентября, 2022 г., Ташкент. – С. 148.

– Адил Н., Бердышев А.С., Эшматов Б. Задача с нелокальными условиями с производными по одинаковому характеристическим направлением для диффузионно-гиперболического уравнения // Тезисы докладов международной научной конференции «Неклассические уравнения математической физики и их приложения». 6-8 октября, 2022г., Ташкент. – С. 65-66.

– Адил Н., Бердышев А.С. Спектральные свойства задач с условиями Бицадзе-Самарского для диффузионно-волнового уравнения дробного порядка // Тезисы докладов VII Всемирного Конгресса математиков тюркского мира (TWMS Congress-2023). 20-23 сентября, 2023 г., Туркестан. – С. 156.

– Адил Н., Бердышев А.С., Эшматов Б. Вопросы разрешимости и спектральные свойства нелокальных задач для диффузионно-волнового уравнения дробного порядка // Тезисы докладов международной научной конференции «Современные проблемы дифференциальных уравнений и их приложения». Часть I. – 23-25 ноября, 2023 г., Ташкент. – С. 327-327.