

ОТЗЫВ

на диссертационную работу Алимбековой Нурланы Бауржановны по теме «Конечно-элементные методы решения начально-краевых задач для дробно-дифференциальных уравнений фильтрации», представленную на соискание степени доктора философии (PhD) по специальности 6D060100 – Математика

Диссертационная работа Алимбековой Н. Б. посвящена построению и теоретическому исследованию конечно-элементных методов решения задач фильтрации жидкости в трещиновато-пористых средах на основе дробно-дифференциальных уравнений.

Математическая модель, для которой соискателем построены и обоснованы методы ее численной реализации, основана на использовании дробно-дифференциального аналога закона фильтрации, описывающего течение жидкости в естественных трещиновато-пористых средах. В настоящее время в этих сложных образованиях сосредоточен значительный процент мировых запасов нефти, и в связи с добычей нефти из залежей, изучение точной картины поведения потока в пласте является актуальной. Многие авторы придерживаются мнения, что движение жидкости в трещиноватой среде не может быть адекватно описано в рамках классической теории фильтрации, и предполагают, что характер течения зависит не только от текущего состояния процесса, но и от предыдущей истории изменений в этом процессе. Дробно-дифференциальное исчисление является эффективным инструментом для учета эффектов памяти.

Проблемность данной темы обусловлена, в первую очередь, сложностью получения аналитического решения данных уравнений. Во-вторых, строгое исследование задач с дробно-дифференциальными уравнениями требует применения более сложного математического аппарата, связанных с дополнительным исследованием свойств дробных производных. Несмотря на достаточно высокий уровень развития численных методов решения дифференциальных уравнений, теория численного решения уравнений с дробными производными еще далека от полноты. Поэтому работы, направленные на разработку эффективных методов численного решения дробных дифференциальных уравнений и построение вычислительных схем высокого порядка с их теоретическим обоснованием, несомненно внесут вклад на развитие данного направления. Поэтому актуальность диссертационной работы соискателя не вызывает сомнений.

В рамках выполнения диссертационной работы Алимбековой Н. Б. получены следующие новые результаты:

1. Построены конечно-элементные схемы для дробно-дифференциальной задачи фильтрации в трещиновато-пористых средах для четырех частных случаев, для нелинейной дробно-дифференциальной задачи фильтрации с переходным законом фильтрации, для задачи фильтрации в

трещиновато-пористых средах в предположении существования двух континуумов.

2. Доказаны единственность решения и его непрерывная зависимость от входных данных в дифференциальной форме для всех рассмотренных задач.

3. Доказаны устойчивость и сходимости решения дискретных задач к решению дифференциальной задачи для всех рассмотренных задач.

4. Аппроксимация дробных производных в смысле Капуто для первой задачи осуществлена $L1$ -методом порядка $O(\tau^{2-\alpha})$, а для второй и третьей задач использована аппроксимационная формула порядка $O(\tau^{4-\alpha})$.

5. Линеаризация нелинейных слагаемых для четвертого случая первой задачи осуществлена аппроксимацией второго порядка, а для второй задачи – методом Ньютона.

6. Результаты теоретического анализа подтверждены многочисленными вычислительными экспериментами.

7. Представлены результаты численных экспериментов с более реалистичными исходными данными, из которых сделан вывод о том, что дробно-дифференциальные модели фильтрации воспроизводят характерные особенности процесса течения жидкости в рассматриваемой среде.

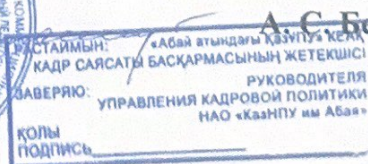
Тематика диссертационной работы Алимбековой Н. Б. выполнена в рамках научно-исследовательской работы «Разработка и исследование параллельных конечно-элементных методов решения нелинейных задач многофазной фильтрации», выполнявшейся при поддержке грантового финансирования молодых ученых по научным и (или) научно-техническим проектам МОН РК, в которой являлась исполнителем с 2020 по 2022 гг.

Как научный консультант отмечу, что при выполнении диссертационного исследования Алимбекова Н. Б. показала себя квалифицированным исследователем, способным успешно работать с численными методами для решения дробно-дифференциальных задач, проявила высокую работоспособность, упорство, глубокое понимание исследуемой области, творческий подход, способность креативно решать задачи, поставленные перед ней.

Основные результаты апробированы на международных конференциях, обсуждались на научных семинарах и опубликованы в рецензируемых отечественных и зарубежных изданиях.

На основании вышеизложенного, считаю, что работа «Конечно-элементные методы решения начально-краевых задач для дробно-дифференциальных уравнений фильтрации» отвечает всем требованиям, предъявляемым к диссертациям, и рекомендуется к защите, а ее автор Алимбекова Нурлана Бауржановна заслуживает присуждения ей степени доктора философии (PhD) по специальности 6D060100 – Математика.

**Научный консультант
доктор физико-математических наук,
профессор**



А.С. Бардышев