

ОТЗЫВ

на диссертационную работу Алимбековой Нурланы Бауржановны на тему
«Конечно-элементные методы решения начально-краевых задач для
дробно-дифференциальных уравнений фильтрации», представленную на
соискание степени доктора философии (PhD)
по специальности 6D060100 – Математика

Представленная диссертационная работа соискателя Алимбековой Н.Б. посвящена построению и математическому обоснованию конечно-элементных методов решения задач фильтрации жидкости в трещиновато-пористых средах на основе дробно-дифференциальных уравнений. Дробно-дифференциальное исчисление является эффективным инструментом для учета эффектов памяти. Таким образом, дробно-дифференциальные уравнения можно эффективно использовать для получения более реалистичного описания течения жидкости в пористой среде. Аналитическое решение дифференциальных уравнений дробного порядка зачастую оказывается очень сложным или даже невозможным. Поэтому разработка численных методов, основанных на особенностях дробных производных и дробных уравнений, является актуальной проблемой.

Последовательность изложения результатов диссертационного исследования соответствует поставленным перед докторантом цели и задачам. Содержание работы состоит из введения, трех разделов, заключения, списка использованных источников и двух приложений. Во введении приводится краткий обзор результатов, полученных учеными в данном направлении. В первом разделе рассматривается дробно-дифференциальная задача фильтрации в предположении о равномерном распределении трещин. Построены конечно-элементные методы для четырех частных случаев в зависимости от порядков дробных производных и предлагается три различных неявных метода, основанных на применении метода конечных элементов в пространственном направлении и метода конечных разностей по временной переменной. Во втором разделе работы предлагается метод решения задачи для нелинейного дробно-дифференциального уравнения фильтрации с переходным законом фильтрации. Для получения вычислительной схемы повышенного порядка дробная производная аппроксимируется формулой порядка $O(\tau^{4-\alpha})$, которая ранее не применялась при решении практических задач. В третьем разделе работы рассматривается дробно-дифференциальная задача фильтрации в трещиновато-пористых средах в предположении существования двух континуумов. Задача сводится к решению уравнения четвертого порядка по пространственным переменным. Для понижения порядка пространственной производной вводится промежуточная переменная, и уравнение преобразуется в связанную систему двух уравнений второго порядка. Для всех задач доказаны единственность решения и его непрерывная зависимость от входных данных в дифференциальной форме. Доказаны устойчивость и сходимость решения дискретных задач к решению дифференциальной задачи. Результаты теоретического анализа подтверждены многочисленными вычислительными

экспериментами. В Приложении Б рассматривается обобщение дробно-дифференциальной задачи фильтрации с равномерным распределением трещин в случае использования дробных производных в смысле Капуто-Фабрицио. Построен вычислительный метод второго порядка сходимости как по временной, так по пространственной переменным. Все разделы и положения логически взаимосвязаны, последовательность изложения материала соблюдена, диссертация в целом обладает внутренним единством.

Научная новизна работы заключается в том, что впервые построены конечно-элементные методы решения задач для дробно-дифференциальных уравнений фильтрации в трещиновато-пористых средах, и методом априорных оценок строго доказаны их устойчивость по начальным данным и правой части уравнения, сходимость приближенного решения к решению исходной дифференциальной задачи, определен порядок сходимости построенных вычислительных схем.

Диссертационная работа была выполнена в рамках программы грантового финансирования молодых ученых по научным и (или) научно-техническим проектам МОН РК на 2020-2022 годы «Разработка и исследование параллельных конечно-элементных методов решения нелинейных задач многофазной фильтрации» (ИРН AP08053189).

Полученные результаты опубликованы в трех рейтинговых журналах, входящих в первые два квартиля в базе Web of Science и/или имеющие в базе данных Scopus процентиль по CiteScore не менее 55, и в семи статьях в журналах, рекомендуемых уполномоченным органом. Отдельные разделы диссертации и результаты по ним были представлены на международных конференциях и семинарах. Получено два авторских свидетельства на программы для проведения вычислительных экспериментов и проверки результатов теоретического анализа.

При работе над диссертацией Алимбекова Н. Б. проявила все качества исследователя – трудолюбие, открытость мышления, способность к быстрому обучению, упорство, внимание к деталям, умение применять необходимые навыки использования современных методов доказательства свойств конечно-элементных схем, изучения рассматриваемых физических процессов и проведения анализа полученных результатов. Ответственность и скрупулёзность, с которыми Алимбекова Н. Б. подходила к выполнению заданий, положительно отразились на качестве и объеме результатов. Хотелось бы отметить высокий уровень самостоятельности соискателя в достижениях цели и задач диссертационной работы.

Диссертационная работа выполнена на достаточно высоком уровне и соответствует требованиям, к диссертациям PhD, а ее автор Алимбекова Нурлана Бауржановна заслуживает присуждения степени доктора философии (PhD) по специальности 6D060100 – Математика.

Научный консультант
PhD, ассоц. профессор

